

TOÁN 10	BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH
0D4-2	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH.....	1
DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG.....	2
DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN.....	3
DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN.....	5
DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ.....	6
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	9
DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH.....	9
DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG.....	10
DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN.....	11
DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN.....	13
DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ.....	15

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH

- Câu 1.** Bất phương trình $\frac{1}{x-1} > \frac{3}{x+2}$ có điều kiện xác định là
A. $x \neq -1; x \neq 2$ **B.** $x \neq -1; x \neq -2$ **C.** $x \neq 1; x \neq -2$ **D.** $x \neq 1; x \neq 2$
- Câu 2.** Điều kiện xác định của bất phương trình $\frac{2x}{|x+1|-3} - \frac{1}{\sqrt{2-x}} \geq 1$ là
A. $x \leq 2$ **B.** $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x < 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$ **D.** $x < 2$
- Câu 3.** Điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x^2-4} > x+2$ là
A. $x \neq \pm 2$ **B.** $x \neq 2$ **C.** $x > 2$ **D.** $x > 0$
- Câu 4.** Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{2x-3}{2x+3} > x+1$
A. $x \neq -\frac{3}{2}$ **B.** $x \neq \frac{3}{2}$ **C.** $x \neq -\frac{2}{3}$ **D.** $x \neq \frac{2}{3}$
- Câu 5.** Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{2x-3}{\sqrt{6-3x}} < x-2$
A. $x < 2$ **B.** $x > 2$ **C.** $x \leq 2$ **D.** $x \geq 2$
- Câu 6.** Tập xác định của bất phương trình $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt{x+3} + \frac{1}{x} > 2x-3$ là

A. $[-2; +\infty)$ B. $[-3; +\infty)$ C. $[-3; +\infty) \setminus \{0\}$ D. $[-2; +\infty) \setminus \{0\}$

Câu 7. Điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x+2} > 2x$ là
 A. $x > -2$ B. $x \neq 2$ C. $x \neq -2$ D. $x < -2$

Câu 8. Tìm điều kiện của bất phương trình $\sqrt{x+2} > \frac{12x}{x-2}$
 A. $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$

Câu 9. Giá trị $x=3$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
 A. $\frac{x^2-x+1}{x-1} \geq x+1$ B. $|2x-1| > x^2$ C. $x^2 - \sqrt{x^2+1} < 6$ D. $2x^2 - 5x + 2 < 0$

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 10. Khẳng định nào sau đây **sai**?
 A. $x^2 \geq 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$ B. $\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0$
 C. $x+|x| \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$ D. $x^2 < 1 \Leftrightarrow |x| < 1$

Câu 11. Bất phương trình nào sau đây không tương đương với bất phương trình $x+5 \geq 0$?
 A. $-x^2(x+5) \leq 0$ B. $\sqrt{x+5}(x+5) \geq 0$
 C. $(x-1)^2(x+5) \geq 0$ D. $\sqrt{x+5}(x-5) \geq 0$

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $x^2 \leq 3x \Leftrightarrow x \leq 3$ B. $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$
 C. $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0$ D. $x+|x| \geq x \Leftrightarrow |x| \geq 0$

Câu 13. Cho bất phương trình: $\frac{8}{3-x} > 1$ (I). Một học sinh giải như sau:

$$(I) \stackrel{(i)}{\Leftrightarrow} \frac{1}{3-x} > \frac{1}{8} \stackrel{(ii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \stackrel{(iii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 5 \end{cases}$$

Hỏi học sinh này giải sai ở bước nào?

A. (I) B. (II) C. (III) D. (II) và (III)

Câu 14. Cặp bất phương trình nào sau đây không tương đương
 A. $\sqrt{x-1} \geq x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} \geq x(2x+1)$ B. $2x-1 + \frac{1}{x-3} < \frac{1}{x-3}$ và $2x-1 < 0$
 C. $x^2(x+2) < 0$ và $x+2 < 0$ D. $x^2(x+2) > 0$ và $(x+2) > 0$

Câu 15. Cặp bất phương trình nào sau đây không tương đương:
 A. $5x-1 + \frac{1}{x-2} < \frac{1}{x-2}$ và $5x-1 < 0$ B. $5x-1 + \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-2}$ và $5x-1 > 0$
 C. $x^2(x+3) < 0$ và $x+3 < 0$ D. $x^2(x+5) \geq 0$ và $x+5 \geq 0$

- Câu 16.** Với điều kiện $x \neq 1$, bất phương trình $\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2$ tương đương với mệnh đề nào sau đây:
- A. $x-1 > 0$ hoặc $\frac{4x-3}{x-1} < 0$.
 B. $-2 < \frac{2x-1}{x-1} < 2$.
 C. $\frac{2x-1}{x-1} > \pm 2$.
 D. Tất cả các câu trên đều đúng.

- Câu 17.** Bất phương trình $\sqrt{2x+3} \geq x-2$ tương đương với:

- A. $2x+3 \leq (x+2)^2$ với $x \geq \frac{3}{2}$.
 B. $2x+3 \geq (x+2)^2$ với $x \geq 2$.
 C. $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-2 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x+3 \geq (x-2)^2 \\ x-2 > 0 \end{cases}$.
 D. Tất cả các câu trên đều đúng.

- Câu 18.** Bất phương trình $2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với:

- A. $2x < 3$.
 B. $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$.
 C. $x < \frac{3}{2}$.
 D. Tất cả đều đúng.

DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

- Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A. $(3; +\infty)$.
 B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
 C. $\mathbb{R}$.
 D. $(-\infty; 3)$.

- Câu 20.** Bất phương trình $-3x + 9 \geq 0$ có tập nghiệm là

- A. $[3; +\infty)$.
 B. $(-\infty; 3]$.
 C. $(3; +\infty)$.
 D. $(-\infty; -3)$.

- Câu 21.** Tập nghiệm của bất phương trình $2 - 3x < x + 6$.

- A. $(-1; +\infty)$.
 B. $(-\infty; -1)$.
 C. $(-\infty; 1)$.
 D. $(1; +\infty)$.

- Câu 22.** Cho $f(x) = 2x - 4$, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$.
 B. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2)$.
 C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty)$.
 D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

- Câu 23.** Bất phương trình $5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3$ có nghiệm là

- A. $x < 2$.
 B. $x > -\frac{5}{2}$.
 C. $\forall x$.
 D. $x > \frac{20}{23}$.

- Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình $2x - 1 > 0$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.
 B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.
 C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- Câu 25.** Nghiệm của bất phương trình $2x - 10 \geq 0$ là

- A. $x \geq 5$.
 B. $x = 5$.
 C. $x > 5$.
 D. $x \geq 8$.

- Câu 26.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-4x + 16 \leq 0$?

- A. $S = [4; +\infty)$.
 B. $S = (4; +\infty)$.
 C. $S = (-\infty; 4]$.
 D. $S = (-\infty; -4]$.

- Câu 27.** Số nào dưới đây là nghiệm của bất phương trình $2x + 1 < 3$?

- A. $x=2$. B. $x=3$. C. $x=0$. D. $x=1$.
- Câu 28.** Cho $f(x)=2x+1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai
A. $f(x)>0; \forall x>-\frac{1}{2}$. B. $f(x)>0; \forall x<\frac{1}{2}$. C. $f(x)>0; \forall x>2$. D. $f(x)>0; \forall x>0$.
- Câu 29.** Bất phương trình $-3x+6\leq 0$ có tập nghiệm là:
A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.
- Câu 30.** **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Bất phương trình $x^{\frac{3}{2}}\geq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?
A. 3 . B. 2 . C. Vô số . D. 4 .
- Câu 31.** Bất phương trình $\sqrt{x^2-2x+5}+\sqrt{x-1}\leq 2$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 1 nghiệm. B. vô nghiệm. C. vô số nghiệm. D. 2 nghiệm.
- Câu 32.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1}<1$ là
A. $(-\infty; 2)$. B. $[1; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; 2)$.
- Câu 33.** Bất phương trình $\frac{2x-5}{3}>\frac{x-3}{2}$ có tập nghiệm là
A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)\cup(2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.
- Câu 34.** Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{3x-2}-1)\sqrt{x^2+1}<0$ là
A. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$. B. $[1; +\infty)$. C. $\left[\frac{2}{3}; 1\right)$. D. $[2; 3]$.
- Câu 35.** **(TOÁN HỌC TUỔI TRẺ - THÁNG 4 - 2018)** Số nguyên dương x nhỏ nhất thỏa mãn
 $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}<\frac{1}{100}$ là
A. 2499 . B. 2500 . C. 2501 . D. 2502 .
- Câu 36.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2017}>\sqrt{2017-x}$ là
A. $[2017; +\infty)$. B. $(-\infty, 2017)$. C. $\{2017\}$. D. $\emptyset$.
- Câu 37.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3}>2$ là
A. $\left(\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4}+\frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4}-\frac{\sqrt{23}}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.
- Câu 38.** Tập nghiệm của bất phương trình $3-2x+\sqrt{2-x}<x+\sqrt{2-x}$ là
A. $(1; 2)$. B. $(1; 2]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.
- Câu 39.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-1}{x-3}>1$ là
A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 3)\cup(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $2x - \frac{x-3}{5} \leq 4x - 1$

A. $S = \left[\frac{8}{11}; +\infty \right)$ B. $\left(-\infty; \frac{8}{11} \right]$ C. $S = \left[\frac{4}{11}; +\infty \right)$ D. $\left(-\infty; \frac{2}{11} \right]$

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1$

A. $S = \emptyset$ B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2} \right]$ C. $[1; +\infty)$ D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3}$ là

A. $S = [1; 5]$ B. $S = (1; 5) \setminus \{3\}$ C. $S = (3; 5]$ D. $S = [1; 5] \setminus \{3\}$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 43. (THPT NÔNG CÔNG - THANH HÓA LẦN 1_2018-2019) Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x+1 \geq 2x+7 \\ 4x+3 > 2x+19 \end{cases}$$

A. $[6; +\infty)$ B. $[8; +\infty)$ C. $(6; +\infty)$ D. $(8; +\infty)$

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $\begin{cases} x+3 < 4+2x \\ 5x-3 < 4x-1 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; -1)$ B. $(-4; -1)$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(-1; 2)$

Câu 45. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$ là

A. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$ B. $S = [-2; 4]$

C. $S = [2; 4]$ D. $S = (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

Câu 46. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+2 > 2x+3 \\ 1-x > 0 \end{cases}$ là

A. $\left(\frac{1}{5}; 1 \right)$ B. $\emptyset$ C. $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 47. Hệ bất phương trình sau $\begin{cases} 2x-1 \geq 3(x-3) \\ \frac{2-x}{2} < x-3 \\ \sqrt{x-3} \geq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm là

A. $[7; +\infty)$ B. $\emptyset$ C. $[7; 8]$ D. $\left(\frac{8}{3}; 8 \right)$

Câu 48. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} < -x+1 \\ \frac{4-3x}{2} < 3-x \end{cases}$ là

A. $\left(-2; \frac{4}{5}\right)$ B. $\left[-2; \frac{4}{5}\right]$ C. $\left(-2; \frac{3}{5}\right)$ D. $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$

Câu 49. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x - 2 < 4x + 5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$ bằng
A. 21. B. 28. C. 27. D. 29.

Câu 50. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{4x+5}{6} < x-3 \\ 2x+3 > \frac{7x-4}{3} \end{cases}$ là
A. $\left(\frac{23}{2}; 13\right)$ B. $(-\infty; 13)$ C. $(13; -\infty)$ D. $\left(-\infty; \frac{23}{2}\right)$

Câu 51. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 > x-2 \end{cases}$ là
A. $(-3; 2)$ B. $(-\infty; 3)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-3; +\infty)$

Câu 52. Giá trị $x = -2$ là nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?
A. $\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x-5 < 3x \\ 4x-1 > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x-4 > 3 \\ 1+2x < 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x-3 < 3x-5 \\ 2x-3 > 1 \end{cases}$

DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Câu 53. Bất phương trình $(m-1)x > 3$ vô nghiệm khi
A. $m \neq 1$. B. $m < 1$. C. $m = 1$. D. $m > 1$.

Câu 54. Bất phương trình $(m^2 - 3m)x + m < 2 - 2x$ vô nghiệm khi
A. $m \neq 1$. B. $m \neq 2$. C. $m = 1, m = 2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 55. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x < m$ vô nghiệm.
A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 56. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x + m < 6x - 2$ vô nghiệm. Tổng các phần tử trong S bằng:
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx - 2 \leq x - m$ vô nghiệm.
A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 58. Bất phương trình $(m^2 + 9)x + 3 \geq m(1 - 6x)$ nghiệm đúng với mọi x khi
A. $m \neq 3$. B. $m = 3$. C. $m \neq -3$. D. $m = -3$.

Câu 59. Bất phương trình $4m^2(2x-1) \geq (4m^2 + 5m + 9)x - 12m$ nghiệm đúng với mọi x khi
A. $m = -1$. B. $m = \frac{9}{4}$. C. $m = 1$. D. $m = -\frac{9}{4}$.

Câu 60. Bất phương trình $m^2(x-1) \geq 9x + 3m$ nghiệm đúng với mọi x khi
A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = \emptyset$. D. $m = -1$.

- Câu 61.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(x+m)m+x > 3x+4$ có tập nghiệm là $(-m-2; +\infty)$.
- A. $m=2$. B. $m \neq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.
- Câu 62.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(x-m) \geq x-1$ có tập nghiệm là $(-\infty; m+1]$.
- A. $m=1$. B. $m > 1$. C. $m < 1$. D. $m \geq 1$.
- Câu 63.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 2x-3$ có nghiệm.
- A. $m \neq 2$. B. $m > 2$. C. $m=2$. D. $m < 2$.
- Câu 64.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 3-x$ có nghiệm.
- A. $m \neq 1$. B. $m=1$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \neq 3$.
- Câu 65.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m^2+m-6)x \geq m+1$ có nghiệm.
- A. $m \neq 2$. B. $m \neq 2$ và $m \neq 3$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \neq 3$.
- Câu 66.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2x-1 < mx+m$ có nghiệm.
- A. $m=1$. B. $m=0$. C. $m=0; m=1$. D. $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 67.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $mx+6 < 2x+3m$ với $m < 2$. Hỏi tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S ?
- A. $(3; +\infty)$. B. $[3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; 3]$.
- Câu 68.** Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(2x-1) \geq 2x+1$ có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.
- A. $m=3$. B. $m=1$. C. $m=-1$. D. $m=-2$.
- Câu 69.** Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2x-m < 3(x-1)$ có tập nghiệm là $(4; +\infty)$.
- A. $m \neq 1$. B. $m=1$. C. $m=-1$. D. $m > 1$.
- Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx+4 > 0$ nghiệm đúng với mọi $|x| < 8$.
- A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x-2)-mx+x+5 < 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2018; 2]$.
- A. $m < \frac{7}{2}$. B. $m = \frac{7}{2}$. C. $m > \frac{7}{2}$. D. $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x-2)+m+x \geq 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$.
- A. $m \geq -2$. B. $m = -2$. C. $m \geq -1$. D. $m \leq -2$.
- Câu 73.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x-m < 2 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
- A. $m < -\frac{3}{2}$. B. $m \leq -\frac{3}{2}$. C. $m > -\frac{3}{2}$. D. $m \geq -\frac{3}{2}$.

- Câu 74.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3(x-6) < -3 \\ \frac{5x+m}{2} > 7 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > -11$. **B.** $m \geq -11$. **C.** $m < -11$. **D.** $m \leq -11$.
- Câu 75.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \neq 1$.
- Câu 76.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (m^2 + 1)x < 4 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m < -1$. **D.** $-1 < m < 1$.
- Câu 77.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} m(mx - 1) < 2 \\ m(mx - 2) \geq 2m + 1 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m < \frac{1}{3}$. **B.** $0 \neq m < \frac{1}{3}$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m < 0$.
- Câu 78.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \geq 3 \\ x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m > 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m = 1$.
- Câu 79.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} m^2x \geq 6 - x \\ 3x - 1 \leq x + 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \pm 1$. **D.** $m \geq 1$.
- Câu 80.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m = \frac{72}{13}$. **B.** $m > \frac{72}{13}$. **C.** $m < \frac{72}{13}$. **D.** $m \geq \frac{72}{13}$.
- Câu 81.** Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} mx \leq m - 3 \\ (m+3)x \geq m - 9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m = 1$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -1$.
- Câu 82.** Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2m(x+1) \geq x+3 \\ 4mx+3 \geq 4x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m = \frac{5}{2}$. **B.** $m = \frac{3}{4}$. **C.** $m = \frac{3}{4}; m = \frac{5}{2}$. **D.** $m = -1$.
- Câu 83.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+4 > x+9 \\ 1-2x \leq m-3x+1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > \frac{5}{2}$. **B.** $m \geq \frac{5}{2}$. **C.** $m < \frac{5}{2}$. **D.** $m \leq \frac{5}{2}$.
- Câu 84.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+7 \geq 8x+1 \\ m+5 < 2x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -3$.

B. $m \geq -3$.

C. $m < -3$.

D. $m \leq -3$.

Câu 85. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{72}{13}$. B. $m \geq \frac{72}{13}$. C. $m < 1$ D. $m < 1$

Câu 86. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + 5 \geq x - 1 \\ (x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \\ mx + 1 > (m-2)x + m \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m = 3$ B. $m \geq 3$. C. $m < 3$. D. $m \leq 3$.

Câu 87. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x-3) < 5(x-4) \\ mx + 1 \leq x - 1 \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1. Chọn C

Điều kiện của bất phương trình là:
$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

Câu 2. Chọn C

Điều kiện xác định của BPT:
$$\begin{cases} |x+1| - 3 \neq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 2 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x < 2 \end{cases}$$

Câu 3. Chọn A.

Điều kiện: $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$.

Câu 4. Chọn A.

Điều kiện: $2x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2}$.

Câu 5. Chọn A.

Điều kiện: $6 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Câu 6. Chọn C.

Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của bất phương trình là $[-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 7. Chọn C.

Điều kiện: $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$.

Câu 8. Chọn D.

Điều kiện:
$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

Câu 9. Chọn C

Thay $x = 3$ vào các bất phương trình:

$$\frac{3^2 - 3 + 1}{3 - 1} \geq 3 + 1 \Leftrightarrow \frac{7}{2} \geq 4 \quad (\text{không thỏa})$$

$$|2 \cdot 3 - 1| > 3^2 \Leftrightarrow 5 > 9 \quad (\text{không thỏa})$$

$$3^2 - \sqrt{3^2 + 1} < 6 \Leftrightarrow 9 - \sqrt{10} < 6 \Leftrightarrow 3 < \sqrt{10} \Leftrightarrow 9 < 10 \quad (\text{thỏa mãn})$$

$$2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 2 < 0 \Leftrightarrow 5 < 0 \quad (\text{không thỏa})$$

Vậy $x = 3$ thuộc tập nghiệm bất phương trình: $x^2 - \sqrt{x^2 + 1} < 6$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 10. Chọn B

$\frac{x - 3}{|x - 4|} \geq 0 \Leftrightarrow x - 3 \geq 0$ là khẳng định sai vì tập nghiệm của $\frac{x - 3}{|x - 4|} \geq 0$ là $[3; +\infty) \setminus \{4\}$ còn tập nghiệm của $x - 3 \geq 0$ là $[3; +\infty)$.

Câu 11. Chọn D.

Ta có $x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

Ta xét các bất phương trình:

$$\circ -x^2(x + 5) \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\circ \sqrt{x + 5}(x + 5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\circ (x - 1)^2(x + 5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\circ \sqrt{x + 5}(x - 5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$$

Câu 12. Chọn D

Vì $a \geq b \Leftrightarrow a - c \geq b - c, \forall c \in \mathbb{R}$. Trong trường hợp này $c = x$.

Câu 13. Chọn B

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{3 - x} > \frac{1}{8}$$

Đúng vì chia hai vế cho một số dương ($8 > 0$) ta được bất thức tương đương cùng chiều.

$$\frac{1}{3 - x} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ 3 - x < 8 \end{cases} \quad (\text{chỉ đúng khi: } 3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3).$$

Với $x = 4$ thì $\frac{1}{3 - 4} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow -1 > \frac{1}{8}$ (sai) nhưng $\begin{cases} 4 \neq 3 \\ 3 - 4 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \neq 3 \\ -1 < 8 \end{cases}$ (đúng). Vậy (II) sai.

$\begin{cases} x \neq 3 \\ 3 - x < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 5 \end{cases}$. Đúng vì đây chỉ là bước thu gọn bất phương trình bậc nhất đơn giản.

Câu 14. Chọn D

$$x^2(x + 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty) \setminus \{0\}$$

$$x + 2x > 0 \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty)$$

Vậy hai bất phương trình này không tương đương.

Câu 15. Chọn B

$$5x-1+\frac{1}{x-2}>\frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 5x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x>\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right) \setminus \{2\}$$

$$5x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{5} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$$

Vậy hai bất phương trình này không tương đương.

Câu 16. Chọn A

$$\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} > 2 \\ \frac{2x-1}{x-1} < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} - 2 > 0 \\ \frac{2x-1}{x-1} + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases}$$

Câu 17. Chọn C

$$\sqrt{A} \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \leq 0 \\ A \geq B^2 \\ B > 0 \end{cases}$$

Ta sử dụng kiến thức sau $\sqrt{A} \geq B \Leftrightarrow$

Câu 18. Chọn D

$$2x+\frac{3}{2x-4}<3+\frac{3}{2x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \neq 0 \\ 2x<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 2x<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x<\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x<\frac{3}{2}$$

$$2x<3 \Leftrightarrow x<\frac{3}{2}$$

Vậy A, B, C đều đúng.

DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 19. Chọn B.

$$x^2+9>6x \Leftrightarrow (x-3)^2>0 \Leftrightarrow x \neq 3$$

Câu 20. Chọn B.

$$\text{Ta có: } -3x+9 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -9 \Leftrightarrow x \leq 3$$

Vậy: Bất phương trình $-3x+9 \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 3]$.

Câu 21. Chọn A.

$$\text{Ta có } 2-3x < x+6 \Leftrightarrow 4x > -4 \Leftrightarrow x > -1$$

Câu 22. Chọn A.

Ta có

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x-4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow 2x-4 < 0 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow \text{B sai.}$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x-4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow \text{C sai}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x-4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow \text{D sai.}$$

Câu 23. Chọn D.

$$5x-1 > \frac{2x}{5} + 3 \Leftrightarrow \frac{23}{5}x > 4 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}$$

Câu 24. Chọn D.

Ta có $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 25. Chọn A.

Ta có $2x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$.

Vậy nghiệm của bất phương trình $2x - 10 \geq 0$ là $x \geq 5$.

Câu 26. Chọn A.

Ta có $-4x + 16 \leq 0 \Leftrightarrow -4x \leq -16 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $-4x + 16 \leq 0$ là $S = [4; +\infty)$.

Câu 27. Chọn C.

Thay $x = 0$ vào bất phương trình ta được: $2 \cdot 0 + 1 < 3$ mệnh đề đúng.

Câu 28. Chọn B.

Ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$. Vậy $f(x) > 0; \forall x < \frac{1}{2}$ là sai.

Câu 29. Chọn A

Ta có $-3x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$. Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = [2; +\infty)$.

Câu 30. Chọn A.

+ Nếu $x > 0$ thì $\frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_1 = (0; 3]$.

+ Nếu $x < 0$ thì $\frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_2 = \emptyset$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = S_1 \cup S_2 = (0; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Câu 31. Chọn A

Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} \leq 2$ (1).

Điều kiện xác định: $x \geq 1$.

Ta có: Với $x \geq 1$ thì $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{(x - 1)^2 + 4} \geq 2; \sqrt{x - 1} \geq 0 \Rightarrow VT(1) \geq 2, \forall x \geq 1$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy bất phương trình có 1 nghiệm.

Câu 32. Chọn B

$$\sqrt{x - 1} < 1 (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x - 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 2$$

Ta có:

Bất phương trình (*) có tập nghiệm là $S = [1; 2)$.

Câu 33. Chọn C

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2(2x - 5) > 3(x - 3) \Leftrightarrow 4x - 10 > 3x - 9 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; +\infty)$.

Câu 34. Chọn C

Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$.

Ta có $\sqrt{x^2+1} > 0, \forall x$ nên

$$(\sqrt{3x-2}-1)\sqrt{x^2+1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} < 1 \Leftrightarrow 3x-2 < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp điều kiện ta được $\frac{2}{3} \leq x < 1$

Câu 35. Điều kiện: $x \geq 1$.

Ta có:

$$\sqrt{x} - \sqrt{x-1} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow 100\sqrt{x} < 100\sqrt{x-1} + 1 \Leftrightarrow 200\sqrt{x-1} > 9999 \Leftrightarrow x > \left(\frac{9999}{200}\right)^2 + 1 \approx 2500,5$$

Vậy $x = 2501$.

Câu 36. Chọn **D**.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq 2017 \\ x \leq 2017 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2017$.

Thử $x = 2017$ vào bất phương trình không thỏa mãn. Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 37. Chọn **D**.

Do $x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4 > 2(x^2 + 3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$$

Câu 38. Chọn **B**.

Điều kiện xác định: $x \leq 2$.

Bất phương trình tương đương $x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; 2]$.

Câu 39. Chọn **A**.

Điều kiện: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

$$\frac{x-1}{x-3} > 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

Câu 40. Chọn **A**.

$$2x - \frac{x-3}{5} \leq 4x - 1 \Leftrightarrow 10x - x + 3 \leq 20x - 5 \Leftrightarrow 11x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \frac{8}{11}$$

Câu 41. Chọn **A**.

$$\sqrt{x^2+2} \leq x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2+2 \leq x^2-2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 42. Chọn **D**.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} > 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 43. Chọn **D**

Ta có
$$\begin{cases} 3x+1 \geq 2x+7 \\ 4x+3 > 2x+19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 2x > 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x > 8 \end{cases} \Leftrightarrow x > 8$$

Câu 44. Chọn D

$$\begin{cases} x+3 < 4+2x \\ 5x-3 < 4x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2$$

Câu 45. Chọn B

Hệ phương trình
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $S = [-2; 4]$

Câu 46. Chọn B

Ta có:
$$\begin{cases} 3x+2 > 2x+3 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 1 \end{cases}$$
 vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm bất phương trình trên là $S = \emptyset$.

Câu 47. Chọn C.

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 3(x-3) \\ \frac{2-x}{2} < x-3 \\ \sqrt{x-3} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 3x-9 \\ 2-x < 2x-6 \\ x-3 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq -8 \\ -3x < -8 \\ x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x > \frac{8}{3} \\ x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 7 \leq x \leq 8$$

Câu 48. Chọn A.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 < -3x+3 \\ 4-3x < 6-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{5} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < \frac{4}{5}$$

Hệ bất phương trình
$$\left(-2; \frac{4}{5} \right)$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $\left(-2; \frac{4}{5} \right)$.

Câu 49. Chọn A.

$$\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x^2 < x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ -4x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = (-1; 7)$

Suy ra các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình là 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6.

Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình là 21.

Câu 50. Chọn A.

$$\frac{4x+5}{6} < x-3 \Leftrightarrow 2x-23 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{23}{2} \text{ . Tập nghiệm của } \frac{4x+5}{6} < x-3 \text{ là } S_1 = \left(\frac{23}{2}; +\infty \right)$$

$$2x+3 > \frac{7x-4}{3} \Leftrightarrow x-13 < 0 \Leftrightarrow x < 13 \text{ . Tập nghiệm của } 2x+3 > \frac{7x-4}{3} \text{ là } S_2 = (-\infty; 13)$$

$$S = S_1 \cap S_2 = \left(\frac{23}{2}; 13 \right)$$

Hệ có tập nghiệm

Câu 51. Chọn A.

Ta có:
$$\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 > x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

Câu 52. Chọn A.

Ta có
$$\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < x < 2 \Rightarrow \text{Tập nghiệm } S = \left(-\frac{9}{4}; 2\right)$$

Do $-2 \in \left(-\frac{9}{4}; 2\right)$ nên $x = -2$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$$

DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Câu 53. Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x > 3$: vô nghiệm. **Chọn C.**

Câu 54. Bất phương trình tương đương với $(m^2 - 3m + 2)x < 2 - m$.

Rõ ràng nếu
$$m^2 - 3m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$$
 bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x < 1$: vô nghiệm.

Với $m = 2$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Chọn C.

Câu 55. Rõ ràng nếu
$$m^2 - m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$$
 bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x < 1$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m = 0$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Chọn B.

Câu 56. Bất phương trình tương đương với $(m^2 - m - 6)x < -2 - m$.

Rõ ràng nếu
$$m^2 - m - 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 3 \end{cases}$$
 bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = -2$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $0x < -5$: vô nghiệm.

Suy ra $S = [-2; 3] \rightarrow -2 + 3 = 1$. **Chọn B.**

Câu 57. Bất phương trình tương đương với $(m - 1)x \leq 2 - m$.

Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x \leq 1$: nghiệm đúng với mọi x .

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 58. Bất phương trình tương đương với $(m + 3)^2 x \geq m - 3$.

Với $m = -3$ bất phương trình trở thành $0x \geq -6$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 59. Bất phương trình tương đương với $(4m^2 - 5m - 9)x \geq 4m^2 - 12m$.

$$4m^2 - 5m - 9 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq \frac{9}{4} \end{cases}$$

Dễ dàng thấy nếu với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m = -1$ bất phương trình trở thành $0x \geq 16$: vô nghiệm.

Với $m = \frac{9}{4}$ bất phương trình trở thành $0x \geq -\frac{27}{4}$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m = \frac{9}{4}$. **Chọn B.**

Câu 60. Bất phương trình tương đương với $(m^2 - 9)x \geq m^2 + 3m$.

Dễ dàng thấy nếu $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $0x > 18$: vô nghiệm

Với $m = -3$ bất phương trình trở thành $0x \geq 0$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$. **Chọn B.**

Câu 61. Để ý rằng, bất phương trình $ax + b > 0$ (hoặc < 0 , ≥ 0 , ≤ 0)

- Vô nghiệm ($S = \emptyset$) hoặc có tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ thì chỉ xét riêng $a = 0$.
- Có tập nghiệm là một tập con của $\mathbb{R}$ thì chỉ xét $a > 0$ hoặc $a < 0$.

Bất phương trình viết lại $(m - 2)x > 4 - m^2$.

Xét $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$, bất phương trình

$$\Leftrightarrow x > \frac{4 - m^2}{m - 2} = -m - 2 \rightarrow S = (-m - 2; +\infty)$$

Chọn C.

Câu 62. Bất phương trình viết lại $(m - 1)x \geq m^2 - 1$.

$$\text{Xét } m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1, \text{ bất phương trình } \Leftrightarrow x \geq \frac{m^2 - 1}{m - 1} = m + 1 \rightarrow S = [m + 1; +\infty)$$

$$\text{Xét } m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1, \text{ bất phương trình } \Leftrightarrow x \leq \frac{m^2 - 1}{m - 1} = m + 1 \rightarrow S = (-\infty; m + 1]$$

Chọn C.

Câu 63. Bất phương trình viết lại $(m - 2)x < m - 3$.

- Rõ ràng $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$ thì bất phương trình có nghiệm.
- Xét $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, bất phương trình trở thành $0x < -1$ (vô lí).

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \neq 2$. **Chọn A.**

Câu 64. Bất phương trình viết lại $(m + 1)x < m + 3$.

- Rõ ràng $m + 1 \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.
- Xét $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$, bất phương trình trở thành $0x < 2$ (luôn đúng với mọi x).

Vậy bất phương trình có nghiệm với mọi m . **Chọn C.**

Câu 65. • Rõ ràng $m^2 + m - 6 \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

$$m^2 + m - 6 = 0 \leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \rightarrow 0x \geq 3 \rightarrow S = \emptyset \\ m = -3 \rightarrow 0x \geq -2 \rightarrow S = \mathbb{R} \end{cases}$$

• Xét

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm khi $m \neq 2$. **Chọn A.**

Câu 66. Bất phương trình viết lại $(m^2 - m)x < m + 1$.

• Rõ ràng $m^2 - m \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

$$m^2 - m = 0 \leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow 0x < 1 \rightarrow S = \mathbb{R} \\ m = 1 \rightarrow 0x < 2 \rightarrow S = \mathbb{R} \end{cases}$$

• Xét

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 67. Bất phương trình tương đương với $(m - 2)x < 3m - 6$.

Với $m < 2$, bất phương trình tương đương với $x > \frac{3m - 6}{m - 2} = 3 \rightarrow S = (3; +\infty)$

Suy ra phần bù của S là $(-\infty; 3]$. **Chọn D.**

Câu 68. Bất phương trình tương đương với $(2m - 2)x \geq m + 1$.

• Với $m = 1$, bất phương trình trở thành $0x \geq 2$: vô nghiệm. Do đó $m = 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• Với $m > 1$, bất phương trình tương đương với $x \geq \frac{m + 1}{2m - 2} \rightarrow S = \left[\frac{m + 1}{2m - 2}; +\infty \right)$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{m + 1}{2m - 2} = 1 \Leftrightarrow m = 3$: thỏa mãn $m > 1$.

• Với $m < 1$, bất phương trình tương đương với $x \leq \frac{m + 1}{2m - 2} \rightarrow S = \left(-\infty; \frac{m + 1}{2m - 2} \right]$: không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 69. Bất phương trình tương đương với $2x - m < 3x - 3 \Leftrightarrow x > 3 - m$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3 - m; +\infty)$

Để bất phương trình trên có tập nghiệm là $(4; +\infty)$ thì $3 - m = 4 \Leftrightarrow m = -1$. **Chọn C.**

Câu 70. Cách 1. Ta có $|x| < 8 \Leftrightarrow -8 < x < 8 \Leftrightarrow x \in (-8; 8)$.

• **TH1:** $m > 0$, bất phương trình $\Leftrightarrow mx > -4 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{m} \rightarrow S = \left(-\frac{4}{m}; +\infty \right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-8; 8) \subset S \Leftrightarrow -\frac{4}{m} \leq -8 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$.

Suy ra $0 < m \leq \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• **TH2:** $m = 0$, bất phương trình trở thành $0.x + 4 > 0$: đúng với mọi x .

Do đó $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• **TH3:** $m < 0$, bất phương trình $\Leftrightarrow mx > -4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{m} \rightarrow S = \left(-\infty; -\frac{4}{m}\right)$.

$\Leftrightarrow (-8; 8) \subset S \Leftrightarrow -\frac{4}{m} \geq 8 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Yêu cầu bài toán

Suy ra $-\frac{1}{2} \leq m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kết hợp các trường hợp ta được $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Cách 2. Yêu cầu bài toán tương đương với $f(x) = mx + 4 > 0, \forall x \in (-8; 8) \Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-8; 8)$ nằm phía trên trục hoành $\Leftrightarrow$ hai đầu mút của đoạn thẳng đó đều nằm phía trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-8) \geq 0 \\ f(8) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8m + 4 \geq 0 \\ 8m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$$

Câu 71. Cách 1. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2 - m + 1)x < 2m^2 - 5 \rightarrow x < \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}$

$\rightarrow S = \left(-\infty; \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}\right)$ (vì $m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m \in \mathbb{R}$)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-2018; 2] \subset \left(-\infty; \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}\right) \Leftrightarrow 2 < \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1} \Leftrightarrow m > \frac{7}{2}$. **Chọn C.**

Cách 2. Ta có $(m^2 - m + 1)x < 2m^2 - 5 \Leftrightarrow (m^2 - m + 1)x - 2m^2 + 5 < 0$

Hàm số bậc nhất $y = (m^2 - m + 1)x - 2m^2 + 5$ có hệ số $m^2 - m + 1 > 0$ nên đồng biến.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(2) < 0 \Leftrightarrow (m^2 - m + 1) \cdot 2 - 2m^2 + 5 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{2}$.

Câu 72. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2 + 1)x \geq 2m^2 - m \rightarrow x \geq \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}$

$\rightarrow S = \left[\frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}; +\infty\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-1; 2] \cap \left[\frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}; +\infty\right) \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1} \leq 2 \Leftrightarrow m \geq -2$. **Chọn A.**

Câu 73. Bất phương trình $2x - 1 > 0$ có tập nghiệm $S_1 = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $x - m < 2$ có tập nghiệm $S_2 = (-\infty; m + 2)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m + 2 > \frac{1}{2} \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$. **Chọn C.**

Câu 74. Bất phương trình $3(x - 6) < -3$ có tập nghiệm $S_1 = (-\infty; 5)$.

Bất phương trình $\frac{5x+m}{2} > 7$ có tập nghiệm $S_2 = \left(\frac{14-m}{5}; +\infty\right)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{14-m}{5} < 5 \Leftrightarrow m > -11$. **Chọn A.**

Câu 75. Bất phương trình $x^2 - 1 \leq 0$ có tập nghiệm $S_1 = [-1; 1]$.

Bất phương trình $x - m > 0$ có tập nghiệm $S_2 = (m; +\infty)$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m < 1$. **Chọn C.**

Câu 76. Bất phương trình $x - 2 \geq x \geq 2$ có tập nghiệm $S_1 = [2; +\infty)$.

Bất phương trình $(m^2 + 1)x < 4 \Leftrightarrow x < \frac{4}{m^2 + 1}$ (do $m^2 + 1 > 0$).

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{4}{m^2 + 1}\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{4}{m^2 + 1} > 2$

Giải bất phương trình $\frac{4}{m^2 + 1} > 2 \Leftrightarrow 4 > 2(m^2 + 1) \Leftrightarrow 2 > 2m^2 \Leftrightarrow m^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

Chọn D.

Câu 77. Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} m^2 x < m + 2 \\ m^2 x \geq 4m + 1 \end{cases}$.

• Với $m = 0$, ta có hệ bất phương trình trở thành $\begin{cases} 0x < 2 \\ 0x \geq 1 \end{cases}$: hệ bất phương trình vô nghiệm.

• Với $m \neq 0$, ta có hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x < \frac{m+2}{m^2} \\ x \geq \frac{4m+1}{m^2} \end{cases}$.

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{m+2}{m^2} > \frac{4m+1}{m^2} \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$.

Vậy $0 \neq m < \frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 78. Bất phương trình $2x - 1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 2 \rightarrow S_1 = [2; +\infty)$.

Bất phương trình $x - m \leq 0 \Leftrightarrow x \leq m \rightarrow S_2 = (-\infty; m]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow 2 = m$. **Chọn B.**

Câu 79. Bất phương trình $m^2 x \geq 6 - x \Leftrightarrow (m^2 + 1)x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq \frac{6}{m^2 + 1}$

$\rightarrow S_1 = \left[\frac{6}{m^2 + 1}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $3x - 1 \leq x + 5 \leftrightarrow x \leq 3 \rightarrow S_2 = (-\infty; 3]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử
 $\Leftrightarrow \frac{6}{m^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.
Chọn C.

Câu 80. Bất phương trình $(x - 3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq x^2 + 7x + 1 \leftrightarrow x \leq \frac{8}{13}$
 $\rightarrow S_1 = \left(-\infty; \frac{8}{13}\right]$.

Bất phương trình $2m \leq 8 + 5x \Leftrightarrow x \geq \frac{2m - 8}{5} \rightarrow S_2 = \left[\frac{2m - 8}{5}; +\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử
 $\Leftrightarrow \frac{8}{13} = \frac{2m - 8}{5} \Leftrightarrow m = \frac{72}{13}$.
Chọn A.

Câu 81. Giả sử hệ có nghiệm duy nhất thì $\frac{m - 3}{m} = \frac{m - 9}{m + 3} \Leftrightarrow m = 1$.

Thử lại với $m = 1$, hệ bất phương trình trở thành $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2$.
 Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 82. Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} (2m - 1)x \geq 3 - 2m \\ (4m - 4)x \geq -3 \end{cases}$.

Giả sử hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất thì

$\frac{3 - 2m}{2m - 1} = \frac{-3}{4m - 4} \Leftrightarrow 8m^2 - 26m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$.

Thử lại

- Với $m = \frac{3}{4}$, hệ trở thành $\begin{cases} \left(\frac{3}{2} - 1\right)x \geq 3 - \frac{3}{2} \\ -x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$: thỏa mãn.
- Với $m = \frac{5}{2}$, hệ trở thành $\begin{cases} 4x \geq -2 \\ 6x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$: không thỏa mãn.

Vậy $m = \frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 83. Bất phương trình $3x + 4 > x + 9 \leftrightarrow 2x > 5 \leftrightarrow x > \frac{5}{2} \rightarrow S_1 = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $1 - 2x \leq m - 3x + 1 \leftrightarrow x \leq m \rightarrow S_2 = (-\infty; m]$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$.
Chọn D.

Câu 84. Bất phương trình $2x + 7 \geq 8x + 1 \leftrightarrow -6x \geq -6 \leftrightarrow x \leq 1 \rightarrow S_1 = (-\infty; 1]$.

$$m+5 < 2x \leftrightarrow x > \frac{m+5}{2} \rightarrow S_2 = \left(\frac{m+5}{2}; +\infty \right)$$

Bất phương trình

$$\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow 1 \leq \frac{m+5}{2} \Leftrightarrow m \geq -3.$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm

Chọn B.

Câu 85. Bất phương trình $(x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq x^2 + 7x + 1$

$$\leftrightarrow -6x + 9 \geq 7x + 1 \leftrightarrow 8 \geq 13x \leftrightarrow x \leq \frac{8}{13} \rightarrow S_1 = \left(-\infty; \frac{8}{13} \right]$$

Bất phương trình $m \leq 3$.

$$\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{8}{13} < \frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m > \frac{72}{13}.$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm

Chọn A.

Câu 86. Bất phương trình $3x + 5 \geq x - 1 \leftrightarrow 2x \geq -6 \leftrightarrow x \geq -3 \rightarrow S_1 = [-3; +\infty).$

Bất phương trình $(x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \leftrightarrow x^2 + 4x + 4 \leq x^2 - 2x + 1 + 9$

$$\leftrightarrow 4x + 4 \leq -2x + 1 + 9 \leftrightarrow 6x \leq 6 \leftrightarrow x \leq 1 \rightarrow S_2 = (-\infty; 1]$$

Suy ra $S_1 \cap S_2 = [-3; 1]$

Bất phương trình $mx + 1 > (m-2)x + m \leftrightarrow mx + 1 > mx - 2x + m$

$$\leftrightarrow 1 > -2x + m \leftrightarrow 2x > m - 1 \leftrightarrow x > \frac{m-1}{2} \rightarrow S_3 = \left(\frac{m-1}{2}; +\infty \right)$$

$$\Leftrightarrow (S_1 \cap S_2) \cap S_3 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{m-1}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm

Chọn B.

Câu 87. Bất phương trình

$$2(x-3) < 5(x-4) \leftrightarrow x > \frac{14}{3} \rightarrow S_1 = \left(\frac{14}{3}; +\infty \right)$$

Bất phương trình $mx + 1 \leq x - 1 \leftrightarrow (m-1)x \leq -2$ (*)

• Với $m=1$, khi đó (*) trở thành $0x \leq -2$: vô nghiệm $\rightarrow$ hệ vô nghiệm.

$\rightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m=1$.

• Với $m > 1$, ta có $(*) \leftrightarrow x \leq \frac{-2}{m-1} \rightarrow S_2 = \left(-\infty; \frac{-2}{m-1} \right]$

$$\rightarrow \text{hệ bất phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{-2}{m-1} \leq \frac{14}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6}{3(m-1)} \leq \frac{14(m-1)}{3(m-1)} \Leftrightarrow -6 \leq 14(m-1) \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{7} \quad (\text{do với } m > 1 \rightarrow m-1 > 0).$$

$\rightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m > 1$.

• Với $m < 1$, ta có $(*) \leftrightarrow x \geq \frac{-2}{m-1} \rightarrow S_2 = \left[\frac{-2}{m-1}; +\infty \right)$

Khi đó $S_1 \cap S_2$ luôn luôn khác rỗng nên $m < 1$ không thỏa mãn.

Vậy $m \geq 1$ thì hệ bất phương trình vô nghiệm.

Chọn B.