|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **PHÚ THỌ**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn: TOÁN CHUYÊN** |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho phương trình . Tìm để phương trình có hai nghiêm phân biệt thỏa mãn 
2. Chứng minh rằng là số nguyên

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình 
2. Chứng minh rằng nếu là hai số tự nhiên thỏa mãn thì là số chính phương

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Cho hai số thực phân biệt. Quanh đường tròn viết số thực đôi một khác nhau sao cho mỗi số bằng tổng của hai số đứng liền kề nó. Tìm và các số được viết nếu hai số đầu tiên được viết lần lượt là và b

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nôi tiếp đường tròn có đường cao , đường trung tuyến và đường phân giác trong . Goi lần lượt là giao điểm của với . Biết là tam giác đều

1. Chứng minh rằng tam giác đều
2. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng là trung điểm của đoạn thẳng . I là giao điểm của và Tính 
3. Tia cắt và (O) lần lượt tại và K. Chứng minh rằng là trung điểm của . Tính tỉ số 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho là các số thực dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho phương trình . Tìm để phương trình có hai nghiêm phân biệt thỏa mãn **

Tính được 

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì 

Theo Vi-et ta có : 



Vậy 

1. **Chứng minh rằng là số nguyên**

Ta có :



Vậy hay P là số nguyên

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Tìm nghiệm nguyên của phương trình (1)**

Phương trình 

Xem phương trình (2) là phương trình bậc hai ẩn x, ta cần tìm điều kiện của để phương trình có nghiệm 



Vậy phương trình đã cho có nghiệm nguyên 

1. **Chứng minh rằng nếu là hai số tự nhiên thỏa mãn thì là số chính phương**

****

****

Th1 : Với là số chính phương

Th2: Với . Gọi 



hay và là hai số nguyên tố cùng nhau

Mặt khác là số chính phương nên suy ra là số chính phương (đpcm)

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình  (1)**

Phương trình 



Vậy 

1. **Cho hai số thực phân biệt. Quanh đường tròn viết số thực đôi một khác nhau sao cho mỗi số bằng tổng của hai số đứng liền kề nó. Tìm và các số được viết nếu hai số đầu tiên được viết lần lượt là và b**

Đánh số các số được viết theo thứ tự là với . Ta có :



Suy ra Mà 

Th1: 

Vì (loại)





Dễ thấy luôn thỏa mãn

Để các số phân biệt thì 

Vậy và các số được viết là 

**Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nôi tiếp đường tròn có đường cao , đường trung tuyến và đường phân giác trong . Goi lần lượt là giao điểm của với . Biết là tam giác đều**

****

1. **Chứng minh rằng tam giác đều**

Xét tam giác vuông tại có là trung điểm cạnh nên 

Suy ra vuông tại , mà là đường phân giác của nên  là trung điểm cạnh 

Lại có nên là đường trung bình của tam giác suy ra là trung điểm cạnh 

Vậy lần lượt là trung điểm của các cạnh nên đều (đpcm)

1. **Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng là trung điểm của đoạn thẳng . I là giao điểm của và Tính **

****

Vì đều nên là lục giác đều

Do đó 

Xét và có 

Suy ra 

là tứ giác nội tiếp 

1. **Tia cắt và (O) lần lượt tại và K. Chứng minh rằng là trung điểm của . Tính tỉ số **



Ta có và là hai tam giác đều bằng nhau nên 

Lại có là đường trung bình đều

cùng thuộc một đường tròn

Lại có cùng thuộc đường tròn đường kính 

Vậy 5 điểm cùng thuộc một đường tròn đường kính 

Suy ra là trung điểm của 

Từ O kẻ Gọi là giao của 

Ta có 

là phân giác của 

Mà L là trọng tâm 

Gọi bán kính của (O) là R nên 

Xét vuông tại E có 



Mà tứ giác nội tiếp nên 



Vì tứ giác nội tiếp nên :



Dễ có là đường phân giác trong góc I của 

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho là các số thực dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Ta có :



Lại có



Vậy 