Mặt cầu trong không gian

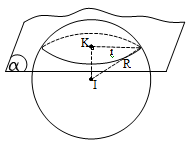
DẠNG 3

**MẶT CẦU TRONG KHÔNG GIAN**

* **Trong không gian với hệ trục Oxyz:**
* Mặt cầu (S) tâm  bán kính  có phưong trình là :

.

* Phương trình :  với  là phương trình mặt cầu tâm , bán kính .



* **Vị trí tương đối của mặt phẳng**  **và mặt cầu** **:**
*  khi và chỉ khi không cắt mặt cầu .
*  khi và chỉ khi tiếp xúc mặt cầu .
*  khi và chỉ khi cắt mặt cầu  theo giao tuyến là đường tròn nằm trên mặt phẳng (P) có tâm K và có bán kính 
* **Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng.**
* Cho mặt cầu  và đường thẳng . Gọi  là hình chiếu của  lên và  là khoảng cách từ  đến 
* Nếu  thì  cắt mặt cầu tại 2 điểm phân biệt
* Nếu  thì  cắt mặt cầu tại 1 điểm duy nhất
* Nếu  thì  không cắt mặt cầu

**I. PHẦN ĐỀ BÀI**

1. Trong không gian gian *Oxyz*, cho mặt cầutâm bán kính bằng 1, tiếp xúc với mặt phẳng . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** ****. **C.** . **D.** .

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho điểm . Mặt cầu  có tâm  thuộc  và đi qua hai điểm  có phương trình.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian , cho hai điểm , . Phương trình mặt cầu có đường kính  là

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian , cho điểm . Viết phương trình mặt cầu tâm , cắt trục  tại hai điểm  và  sao cho .

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** . **D.** ****.

1. Trong không gian với hệ tọa độ , phương trình nào sau đây không phải phương trình mặt cầu?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian , cho điểm , . Viết phương trình mặt cầu có đường kính .

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian với hệ tọa độ , phương trình nào sau đây không phải phương trình mặt cầu?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian , cho hai điểm  và . Phương trình của mặt cầu tâm  và đi qua  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian , xét mặt cầu  có phương trình dạng . Tập hợp các giá trị thực của  để có chu vi đường tròn lớn bằng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong không gian , mặt cầu có tâm và tiếp xúc với mặt phẳng  có phương trình là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian  mặt cầu có tâm  và diện tích bằng có phương

trình là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian cho . Gọi  là tâm mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  đồng thời đi qua các điểm . Tìm  biết 

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian cho .  là điểm khác  sao cho  đôi một vuông góc.  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện . Tính 

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian  cho hai điểm  Phương trình mặt cầu tâm  đi qua điểm  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian , cho hai điểm , . Gọi  là mặt cầu có tâm  thuộc mặt phẳng , bán kính  và đi qua hai điểm , . Biết  có tung độ âm, phương trình mặt cầu  là

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian , có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  để  là phương trình của một mặt cầu?

**A.** 4. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian hệ tọa độ , tìm tất cả các giá trị của  để phương trình  là phương trình của một mặt cầu.

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian với hệ tọa độ  tìm tất cả các giá trị của tham số  để phương trình  là phương trình của mặt cầu.

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian với hệ tọa độ, tìm  để phương trình  là phương trình của một mặt cầu.

**A.** ****. **B.** ****.

**C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian với hệ tọa độ , tìm tất cả các giá trị của  để phương trình là phương trình mặt cầu.

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian *Oxyz*, cho mặt cầu  và mặt phẳng  Hai mặt cầu có bán kính là  và  chứa đường tròn giao tuyến của  và  đồng thời cùng tiếp xúc với mặt phẳng Tổng bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Cho đường thẳng  và điểm . Tìm bán kính của mặt cầu có tâm  nằm trên , đi qua  và tiếp xúc với mặt phẳng .

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu  và hai điểm ;  là điểm thay đổi trên . Gọi  là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất cảu biểu thức . Xác định .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong không gian , mặt cầu qua bốn điểm , , , , có phương trình là . Giá trị  bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Trong không gian , cho điểm  và . Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  có diện tích bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu  và điểm . Ba mặt phẳng thay đổi đi qua  và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu  theo ba giao tuyến là các đường tròn . Tổng bình phương bán kính của ba đường tròn , ,  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho đường thẳng :. Viết phương trình mặt cầu tâm  cắt  tại các điểm ,  sao cho .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Trong không gian , cho mặt cầu  cắt mặt phẳng  theo giao tuyến là đường tròn . Mặt cầu chứa đường tròn  và qua điểm  có tâm là điểm , giá trị  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 1.

1. Cho mặt cầu . Biết rằng khi  thay đổi mặt cầu  luôn chứa một đường tròn cố định. Tọa độ tâm  của đường tròn đó là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Trong không gian , cho mặt phẳng  và mặt phẳng . Gọi  là một mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt phẳng. Bán kính của bằng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 9.

1. Trong không gian , cho mặt cầu  và hai điểm , Tập hợp tất cả các điểm  thuộc  sao cho  là một đường tròn . Bán kính của  bằng

**A.** ****. **B.** ****. **C.** **0**. **D.** ****.

1. Trong không gian cho mặt cầu  có phương trình . Từ điểm  ta kẻ các tiếp tuyến đến  với các tiếp điểm thuộc đường tròn. Từ điểm  di động nằm ngoài  và nằm trong mặt phẳng chứa, kẻ các tiếp tuyến đến  với các tiếp điểm thuộc đường tròn. Biết khi và có cùng bán kính thì  luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính chiều dài quảng đường  khi  di chuyển đúng  vòng theo cùng một chiều trên đường tròn đó.

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

1. **Chọn C**

Ta có phương trình .

Do mặt cầutâm bán kính bằng 1, tiếp xúc với mặt phẳng nên .

1. **Chọn A**

Gọi .

Do  đi qua hai điểm  nên  có tâm , bán kính .



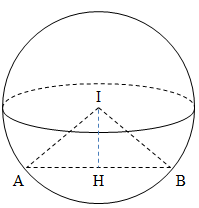
1. **Chọn C**

Ta có 

Gọi  là trung điểm của  khi đó . Bán kính .

Phương trình mặt cầu cần tìm là .

1. **Chọn A**

****

Gọi  là trung điểm   tại  .

có một véc tơ chỉ phương là , chọn điểm .

.

( *Cách khác*: Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên trục ) mà .

Nên bán kính mặt cầu cần tìm là .

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: .

1. **Chọn B**

Mặt cầu có tâm **** và bán kính R

Vì mặt cầu nhận  làm đường kính do đó tâm  là trung điểm của 

Ta có .

1. **Chọn B**

Mặt cầu có đường kính  nên tâm  là trung điểm . Suy ra .

Mặt khác .

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: .

1. **Chọn D**

Phương trình ở đáp án D không đúng dạng (1) do hệ số của  không bằng nhau.

1. **Chọn D**

Vì mặt cầu tâm  đi qua  nên có bán kính Phương trình mặt cầu tâm  đi qua  là :



1. **Chọn C**

Đường tròn lớn có chu vi bằng  nên bán kính của  là .

Từ phương trình của  suy ra bán kính của  là .

Do đó: .

1. **Chọn C**

Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là: 

Vậy phương trình mặt cầu là: 

1. **Chọn D**

Gọi  là bán kính mặt cầu, suy ra diện tích mặt cầu là .

Theo đề bài mặt cầu có diện tích là nên ta có .

Mặt cầu có tâm  và bán kính  nên có phương trình: .

1. **Chọn C**

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  đồng thời đi qua các điểm nên





  hoặc 

So sánh với điều kiện ta có 

1. **Chọn B**

Gọi 

Vì  đôi một vuông góc nên



 là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  nên 

. Vậy .

1. **Chọn B**

Mặt cầu tâm  đi qua  có bán kính 

Phương trình mặt cầu là: 

1. **Chọn A**

Gọi .

Ta có , .

Do mặt cầu  hai điểm ,  nên 



.

Đối chiếu điều kiện ta có 

1. **Chọn** **D**

Phương trình  có dạng

 với .

Điều kiện để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu: .

Do  nên suy ra .

Vậy có 7 giá nguyên của thoả mãn yêu cầu bài toán.

1. **Chọn** **C**

Phương trình  là một phương trình mặt cầu

.

1. **Chọn** **B**

Để phương trình  là phương trình của mặt cầu thì

.

1. **Chọn A**
2. **Chọn C**
3. **Chọn D**

Mặt cầu  có tâm, bán kính.

Gọi  là đường tròn tâm , bán kính .

Gọi  là đường thẳng qua  và vuông góc với . Khi đó **.**

Gọi  là tâm mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của  và . Khi đó ****.

Theo bài ra 

.

Với  ; Với .

Vậy có hai mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của  và  đồng thời cùng tiếp xúc với mặt phẳng , bán kính hai mặt cầu đó lần lượt là , . Khi đó 

1. **Chọn D**

Tâm  nằm trên  nên .

Mặt cầu đi qua  và tiếp xúc với mặt phẳng  nên .



.

. Vậy bán kính mặt cầu .

1. **Chọn B**

Mặt cầu  có tâm  và bán kính . Lấy điểm  sao cho . Dễ thấy điểm  là điểm ngoài của .

Khi đó .

lớn nhất và nhỏ nhất khi và chỉ khi  lớn nhất và nhỏ nhất.

. Do đó

 suy ra .

1. **Chọn D**

**Cách 1:**

Mặt cầu  có tâm 

 có dạng: .

Ta có: .

.

**Cách 2:**

Mặt cầu  có tâm .

Khi đó: .

.

1. **Chọn B**

Gọi phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm  có dạng là:

.

Do mặt cầu đi qua 4 điểm nên thay lần lượt tọa độ  vào phương trình mặt cầu, ta có hệ phương trình:  .

Do đó ta có bán kính mặt cầu là .

Nên diện tích mặt cầu là .

1. **Chọn B**

Chart, diagram, radar chart

Description automatically generated

Mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Vì ba mặt phẳng thay đổi qua  và đôi một vuông góc với nhau nên ba mặt phẳng này cắt nhau theo ba giao tuyến là ba đường thẳng đôi một vuông góc với nhau tại . Chọn hệ trục tọa độ  sao cho gốc tọa độ là điểm  và các trục tọa độ lần lượt trùng với các đường thẳng giao tuyến của ba mặt phẳng đã cho.

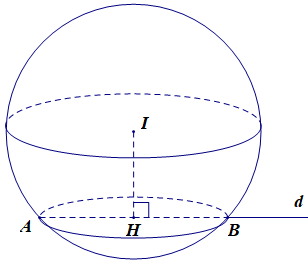
Gọi là tọa độ tâm mặt cầu  ứng với hệ trục tọa độ .

Suy ra . Không mất tính tổng quát ta giả sử mặt cầu  cắt các mặt phẳng ,, theo các đường tròn lần lượt có tâm là,, tương ứng với bán kính là ,,.

Ta có ,,.

Suy ra 

1. **Chọn D**



Đường thẳng  đi qua điểm và có vectơ chỉ phương .

. Gọi  là trung điểm .

Khoảng cách từ tâm  đến đường thẳng  là:.

Suy ra bán kính .

Phương trình mặt cầu tâm  và có bán kính  là .

1. **Chọn A**

Ta có hình vẽ sau:

Diagram

Description automatically generated

Mặt cầu  có tâm , bán kính .

Khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  là: .

Bán kính đường tròn giao tuyến  là: .

Gọi  là đường thẳng qua tâm  và vuông góc với mặt phẳng .

Khi đó  lại có điểm  do ba điểm thẳng hàng.

Suy ra , , 

Ta có:

, .

Mặt cầu chứa đường tròn  và qua điểm  có tâm là điểm  có bán kính



=.

Suy ra tâm . Vậy .

**Cách 2.**

Măt cầu chứa dường tròn  có dạng:





. Suy ra tâm . Vậy .

1. **Chọn D**

Ta có 



Khi đó đường tròn cố định  cần tìm là giao điểm của mặt phẳng  và mặt cầu .

Mặt cầu  có tâm  nên độ tâm  của đường tròn  là hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng .

Gọi  là đường thẳng qua  và vuông góc với , ta có: 

, mặt khác  nên 

Vậy .

1. **Chọn C**

Dễ thấy mặt phẳng  song song mặt phẳng .

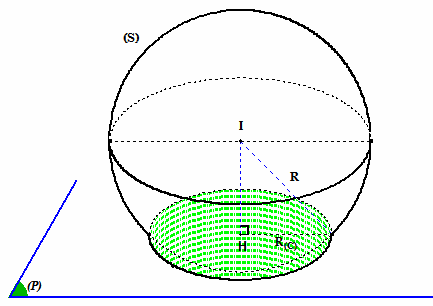
Lấy điểm . Ta có:

.

Do mặt cầu  tiếp xúc với hai mặt phẳng song song nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song đó chính bằng đường kính của .

Vậy mặt cầu  có bán kính là .

1. **Chọn A**

****

Từ phương trình mặt cầu , suy ra mặt cầu có tâm  và bán kính .

Gọi  là điểm thuộc  sao cho . Theo giả thiết, ta có :



.

Khoảng cách từ tâm  đến mặt phẳng  là:

.

Do đó đường tròn  là giao tuyến của mặt phẳng  và mặt cầu .

Đường tròn  có bán kính .

1. **Chọn C**



Từ giả thiết ta có:

Bán kính mặt cầu , tâm mặt cầu . Khoảng cách .

Như vậy ta có .

Áp dụng bài toán ****ta có bán kính mà đường tròn  di động trên đó là

. Chu vi của đường tròn  di động là .

Vậy chiều dài quảng đường là: .

1. **Chọn A**

**A picture containing text, sky, boat, outdoor

Description automatically generated**Chọn hệ tọa độ  như hình vẽ.

.

Gọi  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

Ta có: .

Từ  ta có hệ:

.

.

 Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  là: .