

BÀI 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ PHẦN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

- Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Kí hiệu: $M = \max_{x \in D} f(x)$ hoặc $M = \max_D f(x)$.

- Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$.

Kí hiệu: $m = \min_{x \in D} f(x)$ hoặc $m = \min_D f(x)$.

***Chú ý:**

- Khi nói giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ (mà không nói "trên tập D ") thì ta hiểu đó là giá trị lớn nhất hay giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên tập xác định của hàm số.
- Để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập D , ta thường lập bảng biến thiên của hàm số trên tập D để kết luận.
- Trong thực hành, ta dùng các ký hiệu $\min_D, \max_D y$ để chỉ giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất (nếu có) của hàm số $f(x)$ trên tập D .

2. QUY TẮC TÌM GTLN, GTNN TRÊN ĐOẠN

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm trên $(a; b)$, có thể trừ ra tại một số hữu hạn điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm. Giả sử chỉ có hữu hạn điểm trong đoạn $[a; b]$ mà đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.

Các bước tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$

- Bước 1: Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a, b)$, tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.

- Bước 2: Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)$.
- Bước 3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có:

$$M = \max_{[a,b]} f(x); m = \min_{[a,b]} f(x)$$

PHẦN B. CÂU TẬP ÁP DỤNG

Câu 1. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao nhiêu thì số vi khuẩn lớn nhất?

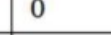


Lời giải

Xét hàm số $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$).

$$N'(t) = 60t - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}$$

Ta có:

t	0	20	30
N'	+	0	-
N			

Với $t = 20$ giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

Câu 2. Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20USD/ người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1USD/ người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1USD/ người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

Lời giải

Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là $20 + x$ (ĐK: $x > -20$)

Số khách là: $1000 - 100x$

Tổng thu nhập

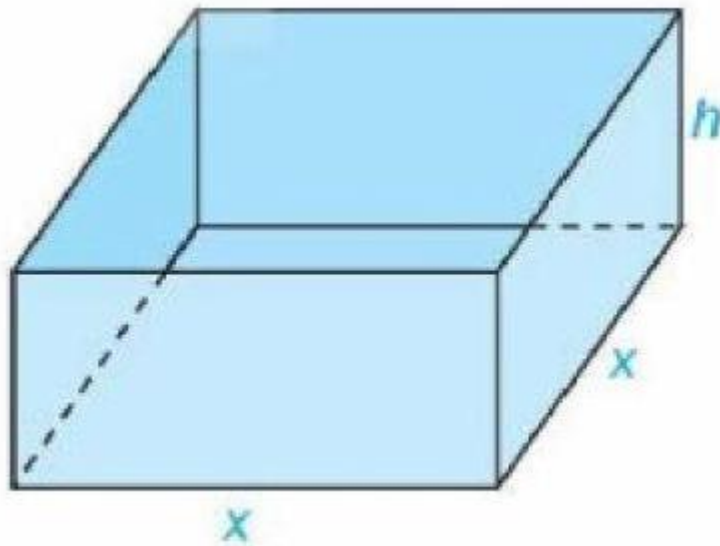
$$f(x) = (20 + x + 2)(1000 - 100x) = (22 + x)(1000 - 100x) = -100x^2 - 1200x + 22000$$

Bảng biến thiên:

x	-20	-6	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			$f(-6)$	
	$f(-20)$			$-\infty$

$$\max_{(-20; +\infty)} f(x) = f(-6). \text{ Suy ra giá vé là: } x + 20 = 20 - 6 = 14 \text{ USD}$$

Câu 3. Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như hình bên dưới. Tìm chiều cao của chiếc hộp sao cho thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.



Lời giải

Hình hộp trên có độ dài cạnh đáy là $x(\text{cm}, x > 0)$ và chiều cao là $h(\text{cm}, h > 0)$

Diện tích bề mặt của hình hộp là 108 cm^2 nên

$$x^2 + 4xh = 108 \Rightarrow h = \frac{108 - x^2}{4x} (\text{cm})$$

(điều kiện $0 < x < \sqrt{108}$).

$$V = x^2 \cdot h = x^2 \cdot \frac{108 - x^2}{4x} = \frac{108x - x^3}{4} (\text{cm}^3)$$

Thể tích của hình hộp là:

Câu toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$V = -\frac{x^3}{4} + 27x (0 < x < \sqrt{108})$$

Ta có: $V' = \frac{-3x^2 + 108}{4}, V' = 0 \Leftrightarrow x = 6$ (do $0 < x < \sqrt{108}$)

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	0	6	$\sqrt{108}$
V'		+	0 -
V	0	108	0

Do đó, thể tích của chiếc hộp là lớn nhất khi độ dài cạnh đáy $x = 6 \text{ cm}$

$$\frac{108 - 6^2}{4 \cdot 6} = 3 (\text{cm})$$

Khi đó, chiều cao của chiếc hộp là:

Câu 4. Nhà sản xuất dự định sử dụng hết 6 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình vuông (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Tìm các kích thước của bể cá để bể cá có dung tích là lớn nhất?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là cạnh đáy và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).

Ta có: thể tích bể cá $V = x^2 y$.

Theo đề Câu ta có:
 $4xy + x^2 = 6 \Leftrightarrow y = \frac{6 - x^2}{4x}$ (điều kiện $y > 0 \Leftrightarrow 6 - x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{6}$)

Khi đó:
 $V = x^2 \cdot \frac{6 - x^2}{4x} = \frac{6x - x^3}{4} \Rightarrow V' = \frac{6 - 3x^2}{4}$

$V' = 0 \Leftrightarrow 6 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	
V'		+	0	-
V			$\sqrt{2}$	
	0			0

Suy ra $V_{\max} = \sqrt{2}$ tại $x = \sqrt{2}; y = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vậy bể cá có kích thước là cạnh đáy là $\sqrt{2}$, chiều cao là $\frac{1}{\sqrt{2}}$ thì dung tích là lớn nhất.

Câu 5. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 10 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là 90000 đồng $/\text{m}^2$ và giá tôn làm thành xung quanh thùng là 40000 đồng $/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

Lời giải

Gọi chiều dài cạnh đáy hình vuông và chiều cao của thùng đựng gạo lần lượt là

x, y (m); ($x > 0, y > 0$). Ta có thể tích của thùng là: $V = x^2 y = 10 \Rightarrow y = \frac{10}{x^2}$.

Diện tích đáy hình hộp là x^2 và diện tích xung quanh là $4xy$ nên chi phí để làm thùng tôn là

$$90000x^2 + 160000xy = 90000x^2 + \frac{1600000}{x} = f(x) \quad 12000\sqrt[3]{900}$$

Trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có $f'(x) = 180000x - \frac{1600000}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{9}}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{2\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{9}}$	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$120000\sqrt[3]{900}$		$+\infty$

Vậy chi phí nhỏ nhất bằng $120000\sqrt[3]{900}$ đồng khi và chỉ khi cạnh đáy hình hộp

bằng $\frac{2\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{9}}$.

Câu 6. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân

sau khi tiêm vào cơ thể sau t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}$ (mg/L).

Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Lời giải

Xét hàm số $c(t) = \frac{2t}{t^2 + 1}, (t > 0)$.

$$c'(t) = \frac{2 - 2t^2}{(t^2 + 1)^2}$$

$$c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	1	0

Sau 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 7. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 40 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Lời giải

Ta có: $h = x$ (cm) là chiều cao của hình hộp.

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $40 - 2x$ (cm)

$$S = (40 - 2x)^2 \text{ (cm}^2 \text{)}$$

Vậy diện tích đáy hình hộp

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x > 0 \\ 40 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 20 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 20)$$

Thể tích của hình hộp là: $V = S.h = x.(40 - 2x)^2$

Xét hàm số: $y = x.(40 - 2x)^2$ trên khoảng $(0; 20)$

$$\text{Ta có: } y' = (40 - 2x)^2 - 4x(40 - 2x) = (40 - 2x)(40 - 6x);$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 (L) \\ x = \frac{20}{3} (N) \end{cases}$$

x	0	$\frac{20}{3}$	20
y'	+	0	-
y		$\frac{128000}{27}$	
	0		0

Vậy $x = \frac{20}{3}$ thì thể tích khối hộp là lớn nhất.

Câu 8. Ho ép khí quản co lại, ảnh hưởng đến tốc độ không khí đi vào khí quản. Tốc độ của không khí đi vào khí quản khi ho đo được bởi công thức: $V = k(R - r)r^2$ với $0 \leq r < R$, trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho. Hỏi bán kính khí quản khi ho bằng bao nhiêu thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất?

Lời giải

Ta có $V = kRr^2 - kr^3$

$$V' = 2kRr - 3kr^2, V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \\ r = \frac{2R}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

r	0	$\frac{2R}{3}$	R
$v'(r)$		+	0
		-	
$v(r)$		$\frac{4kR^3}{27}$	
	0		0
		$2R$	

Từ BBT ta có bán kính khí quản khi ho bằng $\frac{2R}{3}$ thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất.

Câu 9. Một vật chuyển động theo quy luật $S = -t^3 + 18t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 36t$ với $t \in [0; 10]$.

$$v'(t) = -6t + 36$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

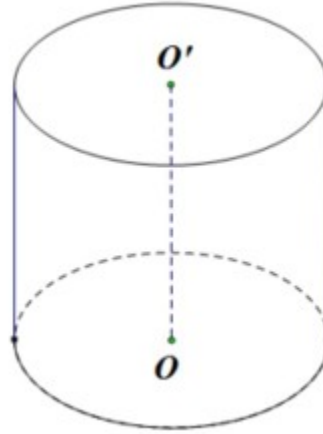
$$v(0) = 0$$

$$v(10) = 60$$

$$v(6) = 108$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 108 (m/s) .

Câu 10. Khi sản xuất vỏ lon sữa, lon bia hình trụ, các nhà sản xuất luôn đặt tiêu chí sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất. Hỏi khi nhà sản xuất muốn thể tích của hộp sữa là $V \text{ cm}^3$, thì diện tích toàn phần của lon sữa nhỏ nhất bằng bao nhiêu?



Lời giải

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow h = l = \frac{V}{\pi r^2}$$

Ta có:

Diện tích toàn phần của lon sữa:

$$\begin{aligned} S_{\text{tp}} &= S_{\text{xq}} + S_{\text{2d}} = 2\pi r l + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2V}{r} + 2\pi r^2 \end{aligned}$$

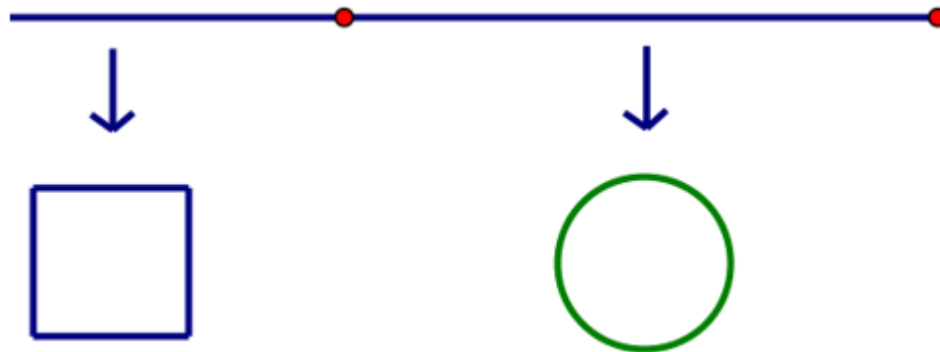
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$\frac{2V}{r} + 2\pi r^2 = \frac{V}{r} + \frac{V}{r} + 2\pi r^2 \geq 3\sqrt{\frac{V}{r} \cdot \frac{V}{r} \cdot 2\pi r^2} = 6\sqrt{\frac{\pi V^2}{4}}$$

Dấu "=" xảy ra khi: $\frac{V}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

Vậy diện tích toàn phần của lon sữa nhỏ nhất bằng $6\sqrt[3]{\frac{\pi V^2}{4}}$ khi $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 11. Một sợi dây kim loại dài 60 dm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Ta có: $4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow \pi r = 30 - 2a$

Điều kiện: $0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15$.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S = a^2 + r^2\pi = a^2 + \frac{(30 - 2a)^2}{\pi} = \frac{1}{\pi}[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$$

Xét $f(a) = (\pi + 4)a^2 - 120a + 900$ với $a \in (0, 15)$

$f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a = \frac{120}{2(\pi + 4)} = \frac{60}{\pi + 4} \in (0, 15)$

S đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi + 4} \Rightarrow \pi r = 30 - 2 \cdot \frac{60}{\pi + 4} = \frac{30\pi}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$

Khi đó: $\frac{a}{r} = \frac{60}{\pi + 4} : \frac{30}{\pi + 4} = 2$

Kết luận: $\frac{a}{r} = 2$

Câu 12. Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Tính từ thời điểm 8 giờ sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho

$$h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 24t \quad (t > 0)$$

bởi công thức: . Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Lời giải

Ta có: $h'(t) = -t^2 + 10t + 24$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 10t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 12$$

Bảng biến thiên:

t	0	12	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$		$h_{\max}$	

Để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Khi đó 20 giờ nước đầy. Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

Câu 13. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 60 cm, thể tích $96\,000\text{ cm}^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành $70\,000\text{ VNĐ}/\text{m}^2$ và loại kính để làm mặt đáy có giá thành $100\,000\text{ VNĐ}/\text{m}^2$. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

Lời giải

Gọi $x, y(m)$ ($x > 0, y > 0$) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

$$0,6xy = 0,096 \Leftrightarrow y = \frac{0,16}{x}$$

Khi đó theo đề ta suy ra:

Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2 \cdot 0,6 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 70000 + 100000 \cdot x \cdot \frac{0,16}{x} \Leftrightarrow f(x) = 84000 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) + 16000$$

$$f'(x) = 84000 \left(1 - \frac{0,16}{x^2} \right) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

x	0	0,4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(0,4) = 83200 \text{VN}$

Câu 14. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là bao nhiêu (biết số lít xăng tiêu thụ trong các ngày là như nhau).

Lời giải

Gọi x (lít) ($0 < x < 10$) là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó: $10 - x$ (lít) là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

$$f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}, x \in (0;10)$$

Suy ra: là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

$$f'(x) = -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2}$$

Ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -20 \notin (0;10) \end{cases}$$

Cho

$$f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}, x \in (0;10)$$

Bảng biến thiên của hàm số

x	0	4	10	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		20	$+\infty$

Dựa vào BBT ta có ít nhất 20 ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

Câu 15. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức

$$c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \text{ (mg / L)}$$

. Hỏi sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Lời giải

Xét hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \text{ (} t > 0 \text{)}$

$$c'(t) = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2}$$

Ta có

$$c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \text{ (L)} \end{cases}$$

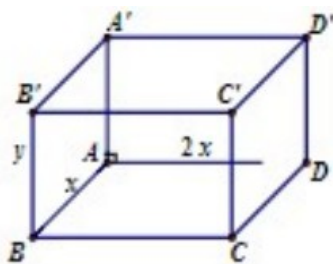
Bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	$\frac{1}{2}$	0

Vậy khi $t = 1$ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân là cao nhất.

Câu 16. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^3 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi x và y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá.

Ta có: Thể tích của bể cá là $V = 2x^2y$.

Theo đề Câu ta có:

$$\begin{aligned}
 2xy + 2.2xy + 2x^2 &= 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow y = \frac{5 - 2x^2}{6x} \\
 \Rightarrow V &= 2x^2 \cdot \frac{5 - 2x^2}{6x} = \frac{5x - 2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5 - 6x^2}{3} \\
 \Rightarrow V' &= 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}} \\
 \Rightarrow V' &= 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}.
 \end{aligned}$$

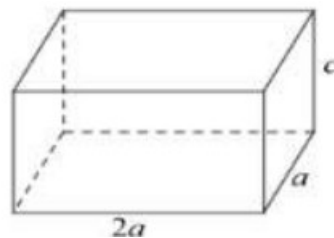
Bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$	
V'		+	0	-
V			$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	
	0			0
			$\frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01 \text{ m}^3$	

Vậy thể tích lớn nhất của bể cá là

Câu 17. Ông Khoa muốn xây một bể cá chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê công nhân xây bể là 500000 đồng/m^2 . Nếu ông Khoa biết xác định các kích thước một cách hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông Khoa trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể cá đó là bao nhiêu?

Lời giải



Theo Câu ra ta có chi phí thuê nhân công thấp nhất thì bể phải xây dựng có tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy nhỏ nhất.

Gọi ba kích thước của bể là $a, 2a, c$ với $(a, c > 0)$.

Diện tích các mặt cần xây là $S = 2a^2 + 4ac + 2ac = 2a^2 + 6ac$.

Thể tích bể là $V = a \cdot 2a \cdot c = 2a^2c = 288 \Rightarrow c = \frac{144}{a^2}$

Khi đó:

$$S = 2a^2 + 6a \cdot \frac{144}{a^2} = 2a^2 + \frac{864}{a} = 2a^2 + \frac{432}{a} + \frac{432}{a} \geq 3\sqrt[3]{2a^2 \cdot \frac{432}{a} \cdot \frac{432}{a}} = 216$$

Vậy chi phí thấp nhất là $216.500000 = 108$ triệu đồng.