|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **HUYỆN LÂM THAO** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN****Môn: Toán 9***Thời gian làm bài: 150 phút*Đề gồm 01 trang |

**Bài 1: (4,0 điểm)**

Cho biểu thức 

 Với ;

a) Rút gọn biểu thức A. b) Tìm giá trị của A khi .

c) Với giá trị nào của x thì  đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó?

**Bài 2: (3,0 điểm)**

a) C/m : Với mọi số tự nhiên n thì an = n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1 là số chính phương.

b) Giải phương trình: 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 2x2 + 4x = 19 – 3y2.

 b) T×m c¸c ch÷ sè a, b sao cho  chia hết cho 45

**Bài 4: (7,0 điểm)**

**1.** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC=2R. Điểm A di động trện nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên BC. Gọi Dvà E lần lượt là hình chiếu của H lên AC và AB.

a. Chứng minh: AB **.** EB + AC **.** EH = AB2
b.Xác định vị trí điểm A sao cho tứ giác AEHD có diện tích lớn nhất? Tính diện tích lớn nhất đó theo R.

**2.** Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I. Chứng minh rằng: .

**Bài 4: (2,0 điểm)**

Cho x, y, z là 3 số thực dương thỏa mãn xyz=1.

CMR

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI**

**Môn: Toán 9**

**Câu 1 (4 điểm):**Cho biểu thức 

Với  (\*)

 a) Rút gọn biểu thức A;

 b) Tìm giá trị của A khi ;

 c) Với giá trị nào của x thì  đạt giá trị nhỏ nhất? tìm giá trị nhỏ nhất đó?

|  |  |
| --- | --- |
| **Lời giải sơ lược** | **Điểm** |
| a) Với điều kiện  ta có: | 0,50 |
|
|   | 0,50 |
|   | 0,50 |
|  . | 0,50 |
| b) Dễ thấy : thoả mãn điều kiện. Khi đó: . | 0,50 |
|
|  Do vậy, giá trị của biểu thức A là:  | 0,25 |
|  . | 0,25 |
|
| c) Viết lại, =. Để  có GTNN thì có GTLN, hay  có GTNN. | 0,25 |
|
| Ta có: , dấu "=" xảy ra khi x = 0.Giá trị nhỏ nhất của  là , xảy ra khi x = 0. | 0,75 |

**Câu 2(3 điểm)**:

a) Chứng minh : Với mọi số tự nhiên n thì an = n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1 là số chính phương.

b) Giải phương trình: 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Câu | Ý | **Lời giải sơ lược** | **Điểm** |
| 2 |  |  | **4đ** |
|  | a |  | **1,5đ** |
|  | Ta có :an = n(n + 1) (n + 2) (n + 3) + 1 = (n2 + 3n) (n2 + 3n + 2) + 1  | 0,5 |
|  | = (n2 + 3n)2 + 2(n2 + 3n) + 1 |  |
|  | = (n2 + 3n + 1)2 | 0,5 |
|  | Với n là số tự nhiên thì n2 + 3n + 1 cũng là số tự nhiên, theo định nghĩa, an là số chính phương.  | 0,5 |
|  | b |  | **1,5đ** |
|  | Đặt  | 0,25 |
|  | (với a, b, c > 0). Khi đó phương trình đã cho trở thành: | 0,5 |
|  | a = b = c = 2 | 0,5 |
|  | Suy ra: x = 2016, y = 2017, z = 2018. | 0,25 |

**Câu 3** **(4 điểm)**:

 a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 2x2 + 4x = 19 – 3y2.

 b) T×m c¸c ch÷ sè a, b sao cho  45

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Câu | Ý | **Lời giải sơ lược** | **Điểm** |
| **3** |  |  | **3đ** |
|  | a |  | 2đ |
|  |  | Ta có: 2x2 + 4x = 19 - 3y2 4x2 + 8x = 38 – 6y24x2 + 8x + 4 = 42 – 6y2  (1) | 0,5 |
|  |  | Vì , mà  nên:y = 0;  | 0,5 |
|  | + Với y = 1 , từ (1)  Trường hợp này phương trình có 2 nghiệm nguyên là: (2;1) và (-4;1).+ Với y = -1 Thì từ (1) Trường hợp này pt có 2 nghiệm nguyên là: (2;-1) và (-4;-1). | 0,5 |
|  | + Với  pt này không có nghiêm nguyên vì VT chia hết cho 2, VP không chia hết cho 2. | 0,25 |
|  | + Với y = 0, từ(1) PT này không có nghiệm nguyên vì VT chia hết cho 2; VP không chia hết cho 2.Vậy PT đã cho có các nghiệm nguyên là: (-4;1); (2;1);(-4;-1); (2;-1) | 0,25 |
|  | b |  | 2đ |
|  | Ta thÊy 45 = 5.9 mµ (5 ; 9) = 1 ®Ó  45 ⇔  5 vµ 9  | 0,5 |
|  | XÐt  5 ⇔ b ∈ {0 ; 5} | 0,25 |
|  |  NÕu b = 0 ta cã sè  9 ⇔ a + 5 + 6 + 0 9 ⇒ a + 11 9  ⇒ a = 7 | 0,5 |
|  NÕu b = 5 ta cã sè  9 ⇔ a + 5 + 6 + 0 9 ⇒ a + 16 9  ⇒ a = 2 | 0,5 |
|  | VËy: a = 7 vµ b = 0 ta cã sè 7560 a = 2 vµ b = 5 ta cã sè 2560 | 0,25 |

**Câu 4: (7 điểm)**

**1.** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC=2R. Điểm A di động trện nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên BC. Gọi Dvà E lần lượt là hình chiếu của H lên AC và AB.

a. Chứng minh: AB **.** EB + AC **.** EH = AB2
b.Xác định vị trí điểm A sao cho tứ giác AEHD có diện tích lớn nhất? Tính diện tích lớn nhất đó theo R.

**2.** Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I.

Chứng minh rằng: .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Câu | Ý | **Lời giải sơ lược** | **Điểm** |
| **4** |  |  | **7đ** |
|  | 1 |  | ***4đ***1 |
|  | a) Chứng minh được tứ giác ADHE là hình chữ nhật Suy ra AB **.** EB = HB2  |
|  | AC **.** EH = AC . AD = AH2 => ĐPCM  | 1 |
|  | b) S(ADHE)= AD.AE  | 1 |
|  |  S(ADHE)   | 0,5 |
|  | Vậy Max S(ADHE)=Khi AD = AE Hay A là điểm chính giữa của cung AB  | 0,5 |
|  | 2 |  | 3đ |
|  |  |  |  |
|  |  | Vẽ Ax  AI cắt đường thẳng CD tại J.Ta có AIJ vuông tại A, có AD là đường cao thuộc cạnh huyền IJ, nên:  (1) | 1 |
|  | Xét hai tam giác vuông ADJ và ABM, ta có: AB = AD = a;  (góc có cạnh tương ứng vuông góc) | ***0,5*** |
|  | . Suy ra: AJ = AM | ***1*** |
|  | Thay vào (1) ta được:  (đpcm) | ***0,5*** |

**Câu 5 ( 2điểm)**: Cho x, y, z là 3 số thực dương thỏa mãn xyz=1.

Chứng minh rằng 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Sơ lược lời giải** | **Điểm** |
|  | Đặt x=a3 y=b3 z=c3 ,a,b,c >0 thì x, y, z >0 và abc=1.Ta có |  0,25 |
|  | a3 + b3=(a+b)(a2+b2-ab)(a+b)ab, do a+b>0 và a2+b2-abab a3 + b3+1 (a+b)ab+abc=ab(a+b+c)>0 | 0,5 |
|  | Tư­ơng tự ta có | 0,25 |
|  | , Cộng theo vế ta có | 0,5 |
|  | =++ =Dấu bằng xảy ra khi x=y=z=1 | 0,5 |