

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 37. Kết quả $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2})$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0.

C. 4.

*D. 2.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(\frac{(n+2) - (n-2)}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n-2}} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \cdot \frac{4}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n-2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{\sqrt{1+\frac{2}{n}} + \sqrt{1-\frac{2}{n}}} = 2 \end{aligned}$$

Câu 38. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ là

*A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

$$\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 5x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in [0; 2\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{5} \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{55}{12}$$

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Vậy số nghiệm của phương trình $\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ là 5.

Câu 39. Tìm hệ số của x^{16} trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{20}$

A. 190.

B. 19380.

*C. 760.

D. 1845.

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(x + \frac{2}{x}\right)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k x^{20-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k x^{20-k} 2^k x^{-k} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k 2^k x^{20-2k}$$

Số hạng chứa x^{16} tương ứng với $20 - 2k = 16 \Leftrightarrow k = 2$. Khi đó hệ số của x^{16} là: $C_{20}^2 2^2 = 760$.

Câu 40. Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1 - 2x)^5$.

B. $(x - 1)^5$.

*C. $(2x - 1)^5$.

D. $(1 + 2x)^5$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} (2x - 1)^5 &= C_5^0 (2x)^5 - C_5^1 (2x)^4 + C_5^2 (2x)^3 - C_5^3 (2x)^2 + C_5^4 (2x) - C_5^5 (2x)^0 \\ &= 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1 \end{aligned}$$

Câu 41. Tính tổng T tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 200\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 3\cos x - 4 = 0$.

A. $T = 9801\pi$.

B. $T = 5100\pi$.

C. $T = 10100\pi$.

*D. $T = 10000\pi$.

Lời giải

$$\cos 2x - 3\cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 - 3\cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{5}{2} > 1 \end{cases}$$

Loại trường hợp $\cos x = \frac{5}{2} > 1$. Xét $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do $x \in [0; 200\pi] \Rightarrow 0 \leq \pi + 2k\pi \leq 200\pi \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{199}{2}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; \dots; 99\}$

Sử dụng công thức tổng cấp số cộng ta có

$$\sum x = 100\pi + 2 \sum (0 + \pi + \dots + 99\pi) = 100\pi + 2 \cdot \left(\frac{\pi + 99\pi}{2} \cdot 99 \right) = 10000\pi$$

Câu 42. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào **không phải** là cấp số cộng?

A. $u_n = 4(n^2 - 3), n \in \mathbb{N}^$

B. $u_n = 19n - 5, n \in \mathbb{N}^*$

C. $u_n = 5n + 3, n \in \mathbb{N}^*$

D. $u_n = 3n + 1, n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

Xét phương án A: $u_{n+1} - u_n = 4(n+1)^2 - 3 - 4(n^2 - 3) = 8n + 4 \neq u_n$ không phải cấp số cộng.

Câu 43. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2; u_4 = -250$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 125. B. -5. C. $\frac{1}{5}$. *D. 5.

Lời giải

Ta có $u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow -250 = -2q^3 \Leftrightarrow q^3 = 125 \Leftrightarrow q^3 = 5^3 \Leftrightarrow q = 5$.

Câu 44. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + mx + 3} - x) = 3$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $m \in (-4; 0)$ B. $m \in (8; 10)$ *C. $m \in (4; 8)$ D. $m \in (0; 4)$

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + mx + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + 3}{\sqrt{x^2 + mx + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{m}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{m}{2} = 3$$

Suy ra $m = 6 \in (4; 8)$

Câu 45. Trong khai triển $(1 - 2x)^8$, hệ số của x^2 là

A. 188. B. 122. C. 120. *D. 112.

Lời giải

$$(1 - 2x)^8 = (2x - 1)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (2x)^{8-k} (-1)^k$$

Ta có

Khi đó số hạng chứa $x^2 \Rightarrow 8 - k = 2 \Rightarrow k = 6 \Rightarrow C_8^6 \cdot 2^2 = 112$ là hệ số cần tìm.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

Câu 46. Cho hàm số . Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

A. $-\frac{3}{4}$.

*B. 0.

C. 2.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $f(1) = 1 + m$

$$+) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + mx) = 1 + m$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x=1$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 1 + m = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$$

Câu 47. Số vị trí điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2

B. 1

C. 6

*D. 4

Lời giải

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có

Vậy phương trình có bốn điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác

Câu 48. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này

A. $S_{16} = -25$

B. $S_{16} = -24$

*C. $S_{16} = 24$

D. $S_{16} = 48$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{14} = u_1 + 13d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$\text{Tổng của 16 số hạng đầu của cấp số cộng là: } S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 24$$

Câu 49. Dãy số (u_n) cho bởi $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{-2}{2u_n - 1}$ với mọi $n \geq 1$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = 2$

*B. $u_2 = -2$

C. $u_2 = 1$

D. $u_2 = 1$

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_2 = \frac{-2}{2u_1 - 1} = \frac{-2}{2 \cdot 1 - 1} = -2.$$

Câu 50. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n - 1, n \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó.

A. 15200

B. 14750

C. -4750

*D. 15050

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = 3(n+1) - 1 = 3n + 2$$

Khi đó: $u_{n+1} - u_n = 3$ (không đổi với $\forall n \in \mathbb{N}^*$).

Vậy (u_n) là một cấp số cộng có công sai $d = 3$ và $u_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$.

Tổng 100 số hạng đầu là: $S_{100} = n.u_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = 100.2 + \frac{100.99.3}{2} = 15050$

Câu 51. Cho $\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{5}}{9}$. Tính $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

- A. $\frac{121}{81}$. B. $\frac{1}{81}$. C. $\frac{161}{81}$. *D. $\frac{41}{81}$.

Lời giải

• Ta có $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

$$= 1 - 2\left(\frac{\sin 2\alpha}{2}\right)^2 = 1 - 2\left(-\frac{4\sqrt{5}}{18}\right)^2 = \frac{41}{81}$$

Câu 52. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(3x - 2)^8$.

- A. $1944C_8^3$. B. $864C_8^3$. C. $-864C_8^3$. *D. $-1944C_8^3$.

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển $(3x - 2)^8$ là $C_8^k \cdot (3x)^k \cdot (-2)^{8-k} = C_8^k \cdot 3^k \cdot (-2)^{8-k} \cdot x^k$
(với $k \in \mathbb{N}; k \leq 8$)

Số hạng chứa x^5 ứng với $k=5$ nên hệ số của nó là $C_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-2)^3 = -1944C_8^5 = -1944C_8^3$.

Câu 53. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{3x+1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. *B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng 1 là $k = f'(1) = \frac{3}{4}$

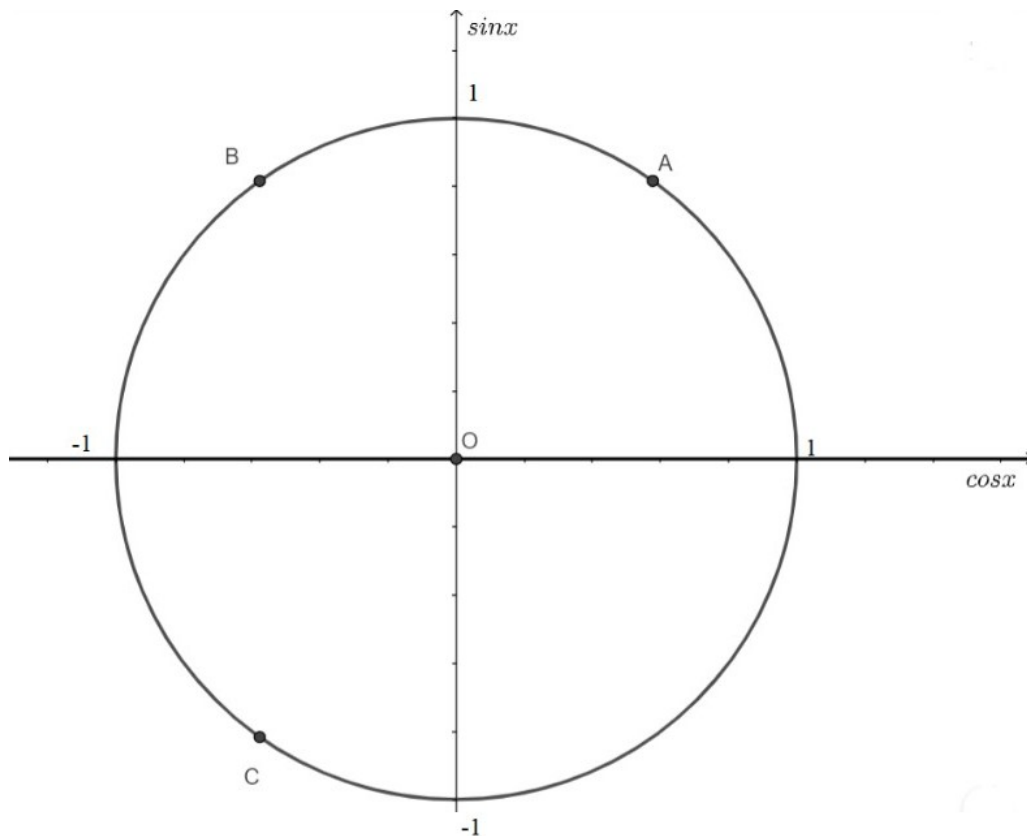
Câu 54. Phương trình $\cos 2x = \frac{-1}{3}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$

- A. 4. B. 2. *C. 3. D. 1.

Lời giải

$$\cos 2x = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + k2\pi \\ 2x = -\arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + k\pi \\ x = -\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{-1}{3}\right) + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Biểu diễn các họ nghiệm trên đường trong lượng giác.



$$\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên khoảng

Câu 55. Nếu các số $4+m$; $5+2m$; $16+m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

- A. $m=4$. B. $m=6$. C. $m=3$. *D. $m=5$.

Lời giải

Ta có $4+m$; $5+2m$; $16+m$ lập thành cấp số cộng, suy ra

$$(4+m)+(16+m)=2(5+2m) \Leftrightarrow 2m+20=4m+10 \Leftrightarrow m=5$$

Câu 56. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}; d = -\frac{1}{4}$. Với $S = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- *A. $S_5 = -\frac{5}{4}$. B. $S_5 = \frac{4}{5}$. C. $S_5 = \frac{5}{4}$. D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Lời giải

• Ta có
$$S_5 = 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{5(5-1)}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{4}$$

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $(a, b > 0)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 7$. Để diện tích elip (E) gấp 7 lần diện tích hình tròn (C) khi đó

- A. $ab = 7\sqrt{7}$. *B. $ab = 49$. C. $ab = \sqrt{7}$. D. $ab = 7$.

Lời giải

Ta có $S_{(E)} = \pi ab$, $S_{(C)} = \pi r^2 = 7\pi$. Suy ra $S_{(E)} = 7S_{(C)} \Leftrightarrow \pi ab = 7 \cdot 7\pi \Leftrightarrow ab = 49$.

----HẾT----

