|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TỈNH NINH BÌNH****ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  | **ĐỂ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN** **NĂM HỌC 2022-2023****Môn thi: TOÁN CHUYÊN***Thời gian làm bài : 150 phút*  |

**Câu 1. (2,0 điểm)** Cho biểu thức 

Với 

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tính giá trị của biểu thức khi 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình : 

2) Giải hệ phương trình 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1) Cho là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng :

 

2) Tìm tất cả các số nguyên dương và các số nguyên tố sao cho 

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn Gọi lần lượt là trung điểm của các cạnh Đường thẳng cắt (O) tại các điểm (P thuộc cung nhỏ và Q thuộc cung nhỏ Lấy điểm D trên cạnh (khác B và C). Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt AB tại điểm I (I khác B). Đường thẳng cắt AC tại K

1) Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh rằng 

3) Đường thẳng cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại G (G khác P). Đường thẳng cắt đường thẳng tại điểm Chứng minh rằng khi điểm D di chuyển trên cạnh BC thì tỉ số không đổi

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho bảng ô vuông (gồm ba dòng và ba cột). Người ta ghi tất cả các số thuộc tập hợp vào các ô vuông của bảng, mỗi ô vuông ghi một số, sao cho tổng các số trong mỗi bảng ô vuông con cỡ đều bằng nhau

1) Hãy chỉ ra một cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu

2) Trong tất cả các cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán, tìm giá trị lớn nhất của tổng các số trong mỗi bảng vuông con cỡ 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức **

**Với **

1. **Rút gọn biểu thức A**

Đặt ta có :



1. **Tính giá trị của biểu thức khi **

Khi đó 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

**1) Giải phương trình : **

****

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

**2) Giải hệ phương trình **



Trừ hai phương trình trên vế theo vế, ta được :





Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm :



**Câu 3. (2,0 điểm)**

**1) Cho là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng :**

 ****

Áp dụng bất đẳng thức Cô si – Schwarz ta có :



**2) Tìm tất cả các số nguyên dương và các số nguyên tố sao cho **

Dễ thấy và thỏa mãn

Xét khi đó chẵn và 

Đặt mà lẻ nên (vô lý)

Nếu 

Nếu 

Nếu 

Vậy 

**Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn Gọi lần lượt là trung điểm của các cạnh Đường thẳng cắt (O) tại các điểm (P thuộc cung nhỏ và Q thuộc cung nhỏ Lấy điểm D trên cạnh (khác B và C). Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt AB tại điểm I (I khác B). Đường thẳng cắt AC tại K**

****

**1) Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp**

Do các tứ giác nội tiếp nên . Vậy tứ giác nội tiếp

**2) Chứng minh rằng **

Do tứ giác nội tiếp nên và Suy ra 

Ta cũng có tứ giác nội tiếp nên và 

. Tương tự ta cũng có : . Do 

hay 

Vậy 

**3) Đường thẳng cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại G (G khác P). Đường thẳng cắt đường thẳng tại điểm Chứng minh rằng khi điểm D di chuyển trên cạnh BC thì tỉ số không đổi**

Do tứ giác nội tiếp nên 

Theo định lý Ta-let, ta có : 

Lấy điểm J trên sao cho khi đó J cố định và do và I, J chia theo cùng tỉ số nên 

Vậy cố định

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho bảng ô vuông (gồm ba dòng và ba cột). Người ta ghi tất cả các số thuộc tập hợp vào các ô vuông của bảng, mỗi ô vuông ghi một số, sao cho tổng các số trong mỗi bảng ô vuông con cỡ đều bằng nhau**

**1) Hãy chỉ ra một cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu**

Cách điền số sau thỏa mãn bài toán. Tổng mỗi bảng con 2 X 2 là 24

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 8 | 4 |
| 6 | 9 | 3 |
| 2 | 7 | 5 |

**2) Trong tất cả các cách ghi các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu bài toán, tìm giá trị lớn nhất của tổng các số trong mỗi bảng vuông con cỡ **

Giả sử ta có cách điền các số vào bảng thỏa mãn yêu cầu như sau

 

Theo giả thiết, tồn tại số A sao cho





Kết hợp với cách điền ở ý a, ta được GTLN của tổng các số ở mỗi bảng ô vuông con là 24.