

CHỦ ĐỀ 2

LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) , thông thường ta có 3 trường hợp cơ bản sau:

Trường hợp 1: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có một vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$ hoặc có hai vector chỉ phương a, b (với $n = [a, b]$) thì viết dưới dạng sau:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Trường hợp 2: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$ hoặc có hai vector chỉ phương a, b (với $n = [a, b]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in (\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D .

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Trường hợp 3: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vector pháp tuyến n hoặc không cho hai vector chỉ phương a, b thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $n = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A, B, C .

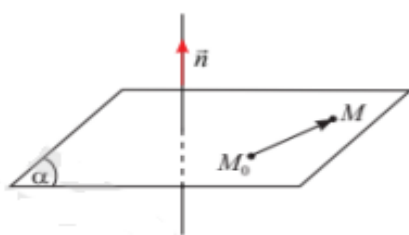
Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vector pháp tuyến của mặt phẳng là $n = (1; B; C)$.

DẠNG 1**VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG KHI BIẾT MỘT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG VÀ MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG****1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và biết một vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$**

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$ là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

$$\text{hay } Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$$

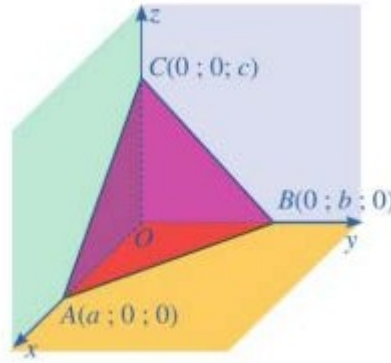
**Chú ý:**

- Phải nắm vững khái niệm **vector pháp tuyến** và **vector chỉ phương** của mặt phẳng.
 - + Vector pháp tuyến của mặt phẳng là vector **có giá vuông góc** với mặt phẳng đó. Nếu n là một vector pháp tuyến của mặt phẳng thì kn ($k \neq 0$) cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng đó.
 - + Vector vector chỉ phương của mặt phẳng là vector **có giá song song** với mặt phẳng đó. Nếu a là một vector chỉ phương của mặt phẳng thì ka ($k \neq 0$) cũng là một vector chỉ phương của mặt phẳng đó.
- Mặt phẳng (α) có cặp vector chỉ phương a, b (a, b không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến $n = [a, b]$.
- Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì có cặp vector chỉ phương $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến $n = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.
- Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vector chỉ phương, vector pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.
 - + Hai mặt phẳng song song thì có cùng vector pháp tuyến.
 - + Hai mặt phẳng vuông góc thì vector chỉ phương của mặt phẳng này là vector pháp tuyến của mặt phẳng kia.
 - + Đường thẳng song song mặt phẳng thì vector chỉ phương của đường thẳng là vector chỉ phương của mặt phẳng.
 - + Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vector chỉ phương của đường thẳng là vector pháp tuyến của mặt phẳng.

2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

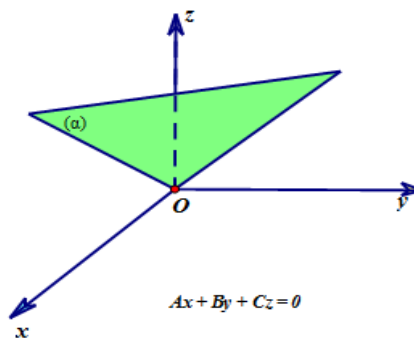
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ với $a.b.c \neq 0$



a. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

- Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha): Ax + By + Cz = 0$.



- Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .
 - + Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz + D = 0$. (Hình 1)
 - + Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .
 - + Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz + D = 0$. (Hình 2)
 - + Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .
 - + Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By + D = 0$. (Hình 3)
 - + Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By = 0$.
- Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy) .

+ Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha): Cz + D = 0$. (Hình 4)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxy) thì có dạng $(\alpha): z = 0$.

• Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz) .

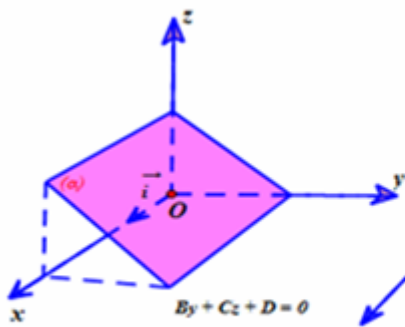
+ Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha): By + D = 0$. (Hình 5)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxz) thì có dạng $(\alpha): y = 0$.

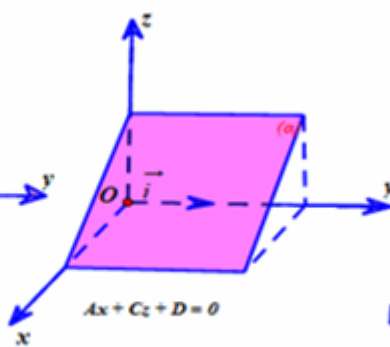
• Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz) .

+ Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha): Ax + D = 0$. (Hình 6)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oyz) thì có dạng $(\alpha): x = 0$.



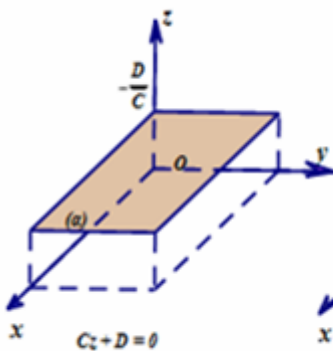
Hình 1



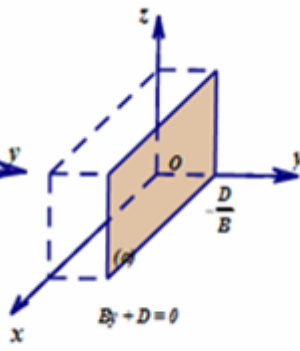
Hình 2



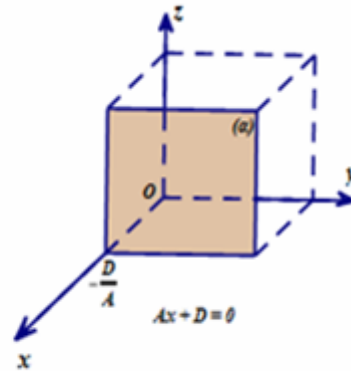
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Nhận xét:

• Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn.

+ Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) song song trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D \neq 0$.

• Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vector chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và vector pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vector pháp tuyến.

+ Trục Ox có vector chỉ phương là $i = (1; 0; 0)$.

+ Trục Oy có vector chỉ phương là $j = (0; 1; 0)$.

+ Trục Oz có vector chỉ phương là $k = (0; 0; 1)$.

+ Mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến là $k = (0; 0; 1)$.

+ Mặt phẳng (Oxz) có vector pháp tuyến là $j = (0; 1; 0)$.

+ Mặt phẳng (Oyz) có vector pháp tuyến là $i = (1; 0; 0)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $n = (1; -2; 3)$.

- A.** $x - 2y + 3z + 12 = 0$ **B.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$ **C.** $x - 2y + 3z - 12 = 0$ **D.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $n = (1; -2; 3)$ là $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$ **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$ **C.** $x - 2y - 4 = 0$ **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

$$2.(x - 1) - 1.(y - 2) + 3.(z + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 - y + 2 + 3z + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 9 = 0.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $n=(4;-2;-3)$ là

A. $4x - 2y + 3z - 9 = 0$

B. $4x - 2y - 3z - 15 = 0$

C. $3x - z - 15 = 0$

D. $4x - 2y - 3z + 15 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $n=(4;-2;-3)$ có phương trình:

$$4(x-3) - 2(y-0) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 = 0$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1;1;-2)$ và có vector pháp tuyến $n=(1;-2;-2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$

B. $-x + y - 2z - 1 = 0$

C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$

D. $-x + y - 2z + 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;1;-2)$ và có vector pháp tuyến $n=(1;-2;-2)$ nên có phương trình

$$(x+1) - 2(y-1) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 1 = 0$$

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $x - 2y - 2z - 1 = 0$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $z = 0$

B. $x = 0$

C. $x + y + z = 0$

D. $y = 0$

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (Oyz) nhận $i(1;0;0)$ làm vector pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ có phương trình là $x = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

A. $z = 0$

B. $x = 0$

C. $y = 0$

D. $x + y = 0$

Lời giải

Chọn A.

phương trình của mặt phẳng (Oxy) là: $z = 0$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $y = 0$

B. $x = 0$

C. $y - z = 0$

D. $z = 0$

Lời giải**Chọn B**

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vector pháp tuyến là $i = (1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- A. $x=0$. B. $y-1=0$. C. $y=0$. D. $z=0$.

Lời giải

Ta có mặt phẳng Ozx đi qua điểm $O(0;0;0)$ và vuông góc với trục Oy nên có VTPT $n = (0;1;0)$.

Do đó phương trình của mặt phẳng Ozx là $y=0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vector chỉ phương $a = (1;1;-2), b = (1;0;3)$ là

- A. $3x-5y-z-6=0$. B. $3x-5y-z+6=0$. C. $3x+5y-z+6=0$. D. $3x-5y+z-6=0$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $n = [a, b] = (3; -5; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và có vector pháp tuyến $n = (3; -5; -1)$ nên có phương trình $3(x-0)-5(y+2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-5y-z-6=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $3x-5y-z-6=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vector $a = (2;1;-2), b = (1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng (P) . Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1;1;3)$ là

- A. $2x+6y-z-7=0$. B. $2x-6y-z+5=0$. C. $2x+6y+z+5=0$. D. $2x-6y-z+7=0$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $n = [a, b] = (2; -6; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $C(1;1;3)$ và có vector pháp tuyến $n = (2; -6; -1)$ nên có phương trình $2(x-1)-6(y-1)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-6y-z+7=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $2x-6y-z+7=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

$(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ hay $(ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

A. $a=1, d=1$. B. $a=6, d=-6$. C. $a=-1, d=-6$. D. $a=-6, d=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; -2)$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = (6; 6; -6)$

Chọn $n = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; -1)$ là một VTPT của $mp(ABC)$. Ta có pt $mp(ABC)$ là:

$x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$. Vậy $a=1, d=1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Theo bài $(Q) // (P) \Rightarrow (Q): 2x - y + 3z + m = 0 (m \neq 5)$

Mà (Q) qua $A \Leftrightarrow 2 \cdot 0 - (-3) + 3 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$.

Vậy mp $(Q): 2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 2 = 0$. C. $x + 2y + 4z - 4 = 0$. D. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình:
 $1(x - 0) + 2(y - 0) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

- A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. B. $4x + 2y + z - 17 = 0$.
 C. $4x + 2y + z - 4 = 0$. D. $2x + 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x - 1) + 2y + z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $x + y + 2z - 3 = 0$ B. $x + y + 2z - 6 = 0$ C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$ D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 1; 1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$ là vector pháp tuyến

$(P): 1(x - 0) + 1(y - 1) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

- A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; -2; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$n = -\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $y + 2z - 5 = 0$. B. $2x - y - 1 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $-y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có vector pháp tuyến của mặt phẳng: $\vec{BC} = (-4; 2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng:

$$-4(x - 0) + 2(y - 1) + 0(z - 2) = 0 \Leftrightarrow -4x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là

- A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$. B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0$. C. $2x + y - 3z - 1 = 0$. D. $4x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{AB} = (2; 2; 1)$, vector pháp tuyến mặt phẳng (Q) : $\vec{n}_Q = (1; 2; -1)$.

Theo đề bài ta có vector pháp tuyến mặt phẳng (P) : $\vec{n}_P = \vec{n}_Q \wedge \vec{AB} = (4; -3; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x - 3y - 2z + C = 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;0)$ nên: $-3 + C = 0 \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Câu 20. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (3; -2; 2)$, $\vec{n}_\beta = (5; -4; 3)$.

$$\Rightarrow [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O , VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$: $2x + y - 2z = 0$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b + c = 5$. B. $a + b + c = 15$. C. $a + b + c = -5$. D. $a + b + c = -15$.

Lời giải

Chọn A

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vtpt $\vec{n} = (1; -3; 2)$ của (P) làm vtcp

Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ làm vtcp

(Q) nhận $\vec{n}_Q = [\vec{n}, \vec{AB}] = (0; 8; 12)$ làm vtpt

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 0(x+1) + 8(y-1) + 12(z-3) = 0$, hay $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$

Vậy $a + b + c = 5$. Chọn **A**.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

- A.** $x + y + z - 3 = 0$ **B.** $x + y + z + 3 = 0$ **C.** $-2x + z + 6 = 0$ **D.** $-2x + z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$, (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vector pháp tuyến là

$$[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1)$$

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$ nên (α) có phương trình:
 $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 9 = 0$ chứa hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A.** $S = -12$ **B.** $S = 2$ **C.** $S = -4$ **D.** $S = -2$

Lời giải

Chọn C

$$\vec{AB} = (-6; 3; 1)$$

$\vec{n}_{(Q)} = (3; 1; 1)$ là VTPT của mp (Q) .

Mp (P) chứa hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; 9; -15) \text{ là VTPT của mp } (P)$$

$$A(3; 2; 1) \in (P)$$

$$\Rightarrow (P): 2x + 9y - 15z - 9 = 0 \text{ hoặc } (P): -2x - 9y + 15z + 9 = 0$$

Mặt khác $(P): ax + by + cz - 9 = 0 \Rightarrow a = 2; b = 9; c = -15$.

Vậy $S = a + b + c = 2 + 9 + (-15) = -4$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.

B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ có các vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 1; 3)$ và $\vec{n}_2 = (2; -1; 1)$.

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$.

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$ nên $(P): 4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0$
 $\Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai vector $v = (-1; 2; 3)$, $u = (-2; 0; 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $v = -i + 2j + 3k$.

B. $u \perp v$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vector $v = (-1; 2; 3)$ là: $x - 2y - 3z + 4 = 0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vector $u = (-2; 0; 1)$ là: $2x - y + 1 = 0$.

Lời giải

A. $v = -i + 2j + 3k$. **ĐÚNG**

B. $u \perp v$. SAI

C. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $v = (-1; 2; 3)$ là: $x - 2y - 3z + 4 = 0$. ĐÚNG

D. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $u = (-2; 0; 1)$ là: $2x - y + 1 = 0$. SAI

Ta có:

$$v = (-1; 2; 3) \Rightarrow v = -i + 2j + 3k \quad \text{ĐÚNG}$$

$$u \perp v \Leftrightarrow (-1)(-2) + 2.0 + 3.1 = 0 \quad \text{SAI}$$

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $v = (-1; 2; 3)$ là: $-1(x - 1) + 2(y + 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 3z - 4 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3z + 4 = 0$. ĐÚNG

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $u = (-2; 0; 1)$ là: $2x - y - 1 = 0$. Do đó D SAI

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} = i + 6j + 5k$.

B. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $x - y + z - 4 = 0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $2x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải

A. $\overrightarrow{AB} = i + 6j + 5k$. ĐÚNG

B. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$. SAI

C. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $x - y + z - 4 = 0$. ĐÚNG

D. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $2x + y - z - 2 = 0$. SAI

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 6; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 8; 9)$,

$$\overrightarrow{AB} = (1; 6; 5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = i + 6j + 5k$$

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 1.(-1) + 6.8 + 5.9 = 0 \quad \text{vô lí}$$

$$(ABC) \text{ đi qua } A(1; 1; 4) \text{ có vtpt } \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (14; -14; 14) = 14(1; -1; 1) \text{ có dạng } x - y + z - 4 = 0 .$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y - z - 12 = 0$.
- B. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $-3x + 2y - z + 12 = 0$.
- C. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y + z - 12 = 0$.
- D. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x + 2y - z - 12 = 0$.

Lời giải

A. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y - z - 12 = 0$. SAI

B. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $-3x + 2y - z + 12 = 0$

ĐÚNG

C. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y + z - 12 = 0$.

ĐÚNG

D. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x + 2y - z - 12 = 0$. SAI

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

$$3(x - 2) - 2(y + 1) + (z - 4) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$$

$$\text{hay } -3x + 2y - z + 12 = 0$$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0), B(4; 1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$.

B. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $\overrightarrow{AB}$ có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

D. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.

Lời giải

A. $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$. **ĐÚNG**

B. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $\overrightarrow{AB}$ có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$. **ĐÚNG**

C. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. **ĐÚNG**

D. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$. ĐÚNG

Ta có $\vec{AB} = (3; 1; 2)$

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(1; 0; 0)$ và vuông góc với AB suy ra mặt phẳng (Q) nhận vectơ $\vec{AB} = (3; 1; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng (Q) cần tìm có dạng:
 $3(x - 1) + y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 3 = 0$

I là trung điểm đoạn thẳng AB nên $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua I và vuông góc AB nên có phương trình là

$$3\left(x - \frac{5}{2}\right) + y - \frac{1}{2} + 2(z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + y + 2z - 12 = 0$$

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Điểm A có tọa độ là $A(1; 0; 0)$.

B. Điểm B có tọa độ là $A(1; 2; 0)$.

C. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

D. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

A. Điểm A có tọa độ là $A(1; 0; 0)$. ĐÚNG

B. Điểm B có tọa độ là $A(1; 2; 0)$. SAI

C. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. SAI

D. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. ĐÚNG

+ A là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Ox \Rightarrow A(1; 0; 0)$.

B là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oy \Rightarrow B(0; 2; 0)$.

C là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oz \Rightarrow C(0; 0; 3)$.

+ Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. Điểm A_1 có tọa độ là $A_1(3;5;0)$.
- B. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.
- C. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.
- D. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

- A. Điểm A_1 có tọa độ là $A_1(3;5;0)$. **ĐÚNG**.
- B. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$. **ĐÚNG**.
- C. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 90 = 0$. **SAI**.
- D. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$. **SAI**.

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$.

Ta có $A_1(3;5;0), A_2(0;5;2), A_3(3;0;2)$. $\overrightarrow{A_1A_2} = (-3;0;2), \overrightarrow{A_1A_3} = (0;-5;2)$.

Mặt phẳng qua A_1 có vector pháp tuyến $n = [\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}] = (10;6;15)$ có phương trình là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = (-6;2;2)$.
- B. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$.
- C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + y + 2z - 6 = 0$.
- D. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x - y - z = 0$.

Lời giải

- A. $\overrightarrow{AB} = (-6;2;2)$ **ĐÚNG**.
- B. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$. **ĐÚNG**.
- C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + y + 2z - 6 = 0$. **SAI**.
- D. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x - y - z = 0$. **ĐÚNG**.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{AB} = (-6; 2; 2)$ và đi qua trung điểm $I(1; 1; 2)$ của đoạn thẳng AB .

Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:

$$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Câu 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\vec{AB} = (1; 1; -1)$

B. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $x + z = 0$.

C. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A, (P)) = \frac{7\sqrt{6}}{6}$

D. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $3x - y + z = 0$.

Lời giải

A. $\vec{AB} = (1; 1; -1)$

SAI

B. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $x + z = 0$. ĐÚNG

C. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A, (P)) = \frac{7\sqrt{6}}{6}$ ĐÚNG

D. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $3x - y + z = 0$. SAI

$$\vec{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1), u = (1; 1; -1)$$

$$n_{(P)} = (1; 2; -1)$$

$$n_{(Q)} = [\vec{AB}, n_{(P)}] = (1; 0; 1) \quad (P): x + 2y - z + 1 = 0 \quad A(1; 2; -1)$$

Vậy $(Q): x + z = 0$.

$$d(A, (P)) = \frac{|1 + 4 + 1 + 1|}{\sqrt{1 + 4 + 1}} = \frac{7\sqrt{6}}{6}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tổng quát mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $a = (1; -1; 2)$.

Lời giải

Đáp án: $(P): x - y + 2z - 12 = 0$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của $a = (1; -1; 2)$ nên nhận $a = (1; -1; 2)$ làm vector pháp tuyến. Do đó, (P) có phương trình là $1(x - 3) - 1(y + 1) + 2(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0; -2; 1)$ và có cặp vector chỉ phương $a = (-2; -3; 8), b = (-1; 0; 6)$.

Lời giải

Đáp án: $3x - 5y - z - 6 = 0$

Ta có $n = [a, b] = (-18; 4; -3)$

Mặt phẳng (P) đi qua $M(0; -2; 1)$ và có vector pháp tuyến $n = (-18; 4; -3)$ nên có phương trình $-18(x - 0) + 4(y + 2) - 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 18x - 4y + 3z - 12 = 0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $18x - 4y + 3z - 12 = 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Viết phương trình mặt phẳng (α) .

Lời giải

Đáp án: $(\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$

$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1)$, $\overrightarrow{CD} = (0; 1; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-2; -1; -1)$

(α) đi qua $A(1; 1; 0)$ và có một VTPT là $n(2; 1; 1) \Rightarrow (\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) .

Lời giải

Đáp án: $(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$

Mặt phẳng (Q) cần tìm song song với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$ nên có phương trình dạng $(Q): 3x - 2y + z + m = 0, m \neq -3$

Vì $M \in (Q)$ nên $(Q): 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + (-3) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 1 = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

Đáp án: $2x - 3y + 6z = 0$

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (0; 4; 2), \overrightarrow{AC} = (-3; 4; 3), n = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (4; -6; 12)$$

Ta có $n = (4; -6; 12)$ cùng phương $n_1 = (2; -3; 6)$

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $C(0; 2; 1)$ và có một vectơ pháp tuyến $n_1 = (2; -3; 6)$ nên (ABC) có phương trình là:

$$2(x - 0) - 3(y - 2) + 6(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 6z = 0$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x - 3y + 6z = 0$

Câu 38. Trong không gian, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(2; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB .

Lời giải

Đáp án: $2x + y + 2z - 2 = 0$

Mặt phẳng đi qua $A(0; 0; 1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (2; 1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$2(x - 0) + (y - 0) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2 = 0$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Lời giải

Đáp án: $2y + 3z - 11 = 0$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, vectơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Từ giả thiết suy ra $n = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$ là vectơ pháp tuyến của mp (Q) .

Mp (Q) đi qua điểm $A(2; 4; 1)$ suy ra phương trình tổng quát của mp (Q) là:

$$0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Viết phương trình mặt phẳng (MNP) .

Lời giải

Đáp án: $3x - 2y + 6z - 12 = 0$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$.

Khi đó, $M(2; -3; 0)$, $N(2; 0; 1)$ và $P(0; -3; 1)$

$$\overrightarrow{MN} = (0; 3; 1) \text{ và } \overrightarrow{MP} = (-2; 0; 1)$$

Ta có, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vectơ không cùng phương và có giá nằm trong (MNP)

Do đó, (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $n = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (3; -2; 6)$

Mặt khác, (MNP) đi qua $M(2; -3; 0)$ nên có phương trình là:

$$3(x - 2) - 2(y + 3) + 6(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z - 12 = 0$$

DẠNG 2**VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG KHI BIẾT MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN
HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG MÀ KHÔNG BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG**

Khi viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) mà có một vectơ pháp tuyến $n = (A; B; C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương a, b (với $n = [a, b]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in (\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D .

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3? Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$

B. $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$

C. $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$

D. $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$

Lời giải**Chọn C**

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; -1)$ và có một vectơ pháp tuyến $n = (2; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3 nên có dạng

$$(Q): 2x + 2y - z + d = 0, (d \neq -1)$$

Mặt khác ta có $d(M, (Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|1+d|}{\sqrt{4+4+1}} = 3 \Leftrightarrow |d+1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 8 \\ d = -10 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Do đó $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$ hoặc $(Q): 2x + 2y - z - 10 = 0$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$

B. $3x + 2y - 6z + 1 = 0$

C. $3x + 2y - 5z = 0$

D. $6x + 2y - 3z - 5 = 0$

Lời giải

Chọn B

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên

$(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + m = 0 \quad (m \neq -1)$

Do $D(1;1;1) \in (P)$ có: $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6}$

Vậy $(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6z + 1 = 0$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$

B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$

C. $6x + 3y + 2z = 0$

D. $6x + 3y + 2z - 36 = 0$

Lời giải

Chọn A

$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$

$(P) \parallel (ABC) \Rightarrow (P): 6x + 3y + 2z + m = 0 \quad (m \neq -12)$

(P) cách đều D và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow d(D, (P)) = d(A, (P))$

$\Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \Leftrightarrow |36 + m| = |12 + m| \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + m = 12 + m \\ 36 + m = -12 - m \end{cases}$

$\Leftrightarrow m = -24$ (nhận).

Vậy phương trình của (P) là $6x + 3y + 2z - 24 = 0$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song với mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$

B. $x + 2y + 2z = 0$

C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$

D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$

Lời giải

Chọn C

Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

$$\Rightarrow \vec{v_{tptn_P}} = \vec{v_{tptn_Q}} = (1; 2; 2)$$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x + 2y + 2z + D = 0$

Gọi $A(3; 0; 0) \in (Q)$

$$\Rightarrow d((P), (Q)) = d(A, (P)) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3 + D|}{3} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + D = 3 \\ 3 + D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 0 \text{ (l), qua O} \\ D = -6 \text{ (n)} \end{cases}$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$

B. $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$

C. $(Q): 2x - 2y + z - 19 = 0$

D. $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$

Lời giải

Chọn B

(Q) song song (P) nên phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z + C = 0$; $C \neq -5$
Ta có,

$$M(0; 0; 5) \in (P)$$

Chọn

$$d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|5 + C|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} C = 4 \\ C = -14 \end{cases}$$

Ta có

$C = 4 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_1(-2; 0; 0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này (Q) không thỏa đề bài.

$C = -14 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_2(7; 0; 0)$ có hoành độ dương do đó $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 46. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án: $x + y - z + 6 = 0$ hoặc $x + y - z = 0$.

Gọi mặt phẳng (α) cần tìm.

Vì $(\alpha) \parallel (\beta)$ nên phương trình (α) có dạng: $x + y - z + c = 0$ với $c \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lấy điểm $I(-1; -1; 1) \in (\beta)$.

Vì khoảng cách từ (α) đến (β) bằng $\sqrt{3}$ nên ta có:

$$d(I, (\alpha)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-1 - 1 - 1 + c|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|c - 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 6 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện } c \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \text{)}.$$

Vậy phương trình (α) là: $x + y - z + 6 = 0$; $x + y - z = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) .

Lời giải

Đáp án: $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$

Mặt phẳng (P) có dạng $3x - y + 4z + D = 0$.

Lấy $M(0; 2; 0) \in (Q_1)$ và $N(0; 8; 0) \in (Q_2)$. Do $(Q_1) \parallel (Q_2)$ trung điểm $I(0; 5; 0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D = 5$. Vậy $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$. Tìm mặt phẳng (γ) .

Lời giải

Đáp án: $(\gamma): 4x - y - 2z - 4 = 0$

Gọi điểm $A(0; -3; 0) \in 4x - y - 2z - 3 = 0$ (α) và $B(0; -5; 0) \in 4x - y - 2z - 5 = 0$ (β) .

Mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng trên có dạng: $4x - y - 2z + m = 0$ (γ) .

Để mặt phẳng (γ) cách đều hai mặt phẳng trên thì $d(A; (\beta)) = 2d(A; (\gamma)) \Leftrightarrow |m + 3| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4 \end{cases}$.

Mặt khác điểm hai điểm A, B phải nằm về hai phía của mặt phẳng (γ) .

Do đó:

+ Với $m = -2$ ta có: $(4 \cdot 0 + 3 - 2 \cdot 0 - 2)(4 \cdot 0 + 5 - 2 \cdot 0 - 2) > 0$ nên A, B cùng phía.

+ Với $m = -4$ ta có: $(4.0 + 3 - 2.0 - 4)(4.0 + 5 - 2.0 - 4) < 0$ nên A, B khác phía.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x - y - 2z - 4 = 0$ (γ).

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Viết phương trình của mặt phẳng (P) .

Lời giải

Đáp án: $(P): 6x + 3y + 2z - 24 = 0$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$

+ (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên (P) có dạng: $6x + 3y + 2z + D = 0$ ($D \neq -12$)

+ $d(D; (P)) = d((ABC), (P)) \Leftrightarrow d(D; (P)) = d(A, (P)) \Leftrightarrow |36 + D| = |12 + D| \Leftrightarrow D = -24$.

Vậy (P) là: $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

DẠNG 3

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG KHI BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG VÀ KHÔNG BIẾT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC KHÔNG BIẾT HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến n hoặc không cho hai vectơ chỉ phương a, b thì ta thực hiện các bước sau:

• **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $n = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

• **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

• **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A, B, C .

Chú ý:

• Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

• Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $n = (1; B; C)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa

A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x+3y+z-1=0 \\ x+y+7z+6=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+2y+z-1=0 \\ 2x+3y+6z+13=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y+2z-1=0 \\ 2x+3y+7z+23=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ 23x+37y+17z+23=0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $(P): \begin{cases} \text{qua } A(1;0;0) \\ \vec{r} \\ VTPT \vec{n} = (A; B; C) \neq 0 \end{cases}$

$(P): A(x-1) + By + Cz = 0$

$\vec{B} \wedge (P): -A - 2B + 3C = 0 \wedge A = -2B + 3C \quad (1)$

$d(C; (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}} \wedge \frac{|B+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \wedge 3(B^2+C^2+2BC) = 4(A^2+B^2+C^2)$

$\wedge B^2+C^2-6BC+4A^2=0 \quad (2)$

Thay (1) vào (2) ta có: $B^2+C^2-6BC+4(-2B+3C)^2=0 \wedge 17B^2-54BC+37C^2=0$

Cho $\begin{cases} C=1: 17B^2-54B+37=0 \\ B=1 \Rightarrow A=1 \\ B=\frac{37}{17} \Rightarrow A=-\frac{23}{17} \end{cases}$

$(P): x+y+z-1=0$

$(P): -23x+37y+17z+23=0$

Câu 51. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4;2;1), N(0;0;3), Q(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M, N .

A. $x-2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$

B. $x+2y+2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$

C. $x+2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$

D. $x+2y-2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0 \quad (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$

$O \in (\alpha)$ nên ta có: $D = 0 \quad (1)$

$Q \in (\alpha)$ nên ta có: $Ax + By + Cz - 2A - C = 0 \quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow C = -2A$

Theo đề bài: $d(M, (\alpha)) = d(N, (\alpha))$

$\Leftrightarrow |2A+2B| = |-6A| \Leftrightarrow \begin{cases} 2A+B=6A \\ 2A+B=-6A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=4A \quad (*) \\ B=-8A \quad (**) \end{cases}$

Từ (*): Chọn $A=1 \Rightarrow B=2, C=-2 \Rightarrow (\alpha): x+2y-2z=0$.

Từ (**): Chọn $A=1 \Rightarrow B=-4, C=-2 \Rightarrow (\alpha): x-4y-2z=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 52. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua O, vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+y+z=0$ và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải

Đáp án: (P): $5x-8y+3z=0$ hoặc $x-z=0$

• PT mặt phẳng (P) qua O nên có dạng: $Ax+By+Cz=0$ (với $A^2+B^2+C^2 \neq 0$).

• Vì (P) $\perp$ (Q) nên: $1.A+1.B+1.C=0 \Leftrightarrow C=-A-B$ (1)

$$\bullet d(M, (P)) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|A+2B-C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow (A+2B-C)^2 = 2(A^2+B^2+C^2) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được: } 8AB+5B^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} B=0 & (3) \\ 8A+5B=0 & (4) \end{cases}$$

• Từ (3): $B=0 \Rightarrow C=-A$. Chọn $A=1, C=-1 \Rightarrow (P): x-z=0$

• Từ (4): $8A+5B=0$. Chọn $A=5, B=-8 \Rightarrow C=3 \Rightarrow (P): 5x-8y+3z=0$.

Câu 53. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 0), N(0; 0; -2), I(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và B, đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án: (P): $x-y+z+2=0$ hoặc $7x+5y+z+2=0$

• PT mặt phẳng (P) có dạng: $ax+by+cz+d=0$ ($a^2+b^2+c^2 \neq 0$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (P) \\ N \in (P) \\ d(I, (P)) = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-b, 2c=a-b, d=a-b & (1) \\ 5a=7b, 2c=a-b, d=a-b & (2) \end{cases}$$

+ Với (1) $\Rightarrow$ PT mặt phẳng (P): $x-y+z+2=0$

+ Với (2) $\Rightarrow$ PT mặt phẳng (P): $7x+5y+z+2=0$.

Câu 54. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện ABCD với $A(1; -1; 2), B(1; 3; 0), C(-3; 4; 1), D(1; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P).

Lời giải

Đáp án: (P): $x+2y+4z-7=0$ hoặc $x+y+2z-4=0$

PT mặt phẳng (P) có dạng: $ax+by+cz+d=0$ ($a^2+b^2+c^2 \neq 0$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \\ d(C, (P)) = d(D, (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + 2c + d = 0 \\ a + 3b + d = 0 \\ \frac{|-3a + 4b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|a + 2b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a, c = 4a, d = -7a \\ c = 2a, b = a, d = -4a \end{cases}$$

+ Với $b = 2a, c = 4a, d = -7a \Rightarrow (P): x + 2y + 4z - 7 = 0$

+ Với $c = 2a, b = a, d = -4a \Rightarrow (P): x + y + 2z - 4 = 0$

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P) .

Lời giải

Đáp án: $(P): 3x - z = 0$ hoặc $2x - y = 0$

Vì $O \in (P)$ nên $(P): ax + by + cz = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Do $A \in (P) \Rightarrow a + 2b + 3c = 0 \quad (1)$

và $d(B, (P)) = d(C, (P)) \Leftrightarrow \frac{|-b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|a + b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow b = 0$ hoặc $c = 0$.

$\Rightarrow$ Với $b = 0$ thì $a = -3c \Rightarrow (P): 3x - z = 0$

$\Rightarrow$ Với $c = 0$ thì $a = -2b \Rightarrow (P): 2x - y = 0$

Câu 56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(-1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

Lời giải

Đáp án: $(\alpha): 2x - y - 2z - 3 = 0$ hoặc $(\alpha): 2x + 3y + 2z - 3 = 0$

PT (α) có dạng: $ax + by + cz + d = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Do $A(1; 1; -1) \in (\alpha)$ nên: $a + b - c + d = 0 \quad (1)$; $(\alpha) \perp (P)$ nên $a - 2b + 2c = 0 \quad (2)$

$IB = 2IC \Rightarrow d(B, (\alpha)) = 2d(C, (\alpha)) \Rightarrow \frac{|a + b + 2c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 2 \frac{|-a + 2b - 2c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 3b + 6c - d = 0 \\ -a + 5b - 2c + 3d = 0 \end{cases} \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) ta có 2 trường hợp sau :

TH1 : $\begin{cases} a + b - c + d = 0 \\ a - 2b + 2c = 0 \\ 3a - 3b + 6c - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2}a, c = -a, d = \frac{3}{2}a$

Chọn $a = 2 \Rightarrow b = -1; c = -2; d = 3 \Rightarrow (\alpha): 2x - y - 2z - 3 = 0$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a+b-c+d=0 \\ a-2b+2c=0 \\ -a+5b-2c+3d=0 \end{cases} \Leftrightarrow b=\frac{3}{2}a; c=a; d=-\frac{3}{2}a$$

Chọn $a=2 \Rightarrow b=3; c=2; d=-3$ (α): $2x+3y+2z-3=0$

Vậy: (α): $2x-y-2z-3=0$ hoặc (α): $2x+3y+2z-3=0$

DẠNG 4

MỘT SỐ DẠNG KHÁC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x+3y+2z+18=0$

B. $(P): 6x+3y+2z+6=0$

C. $(P): 6x+3y+2z-18=0$

D. $(P): 6x+3y+2z-6=0$

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ nên ta có thể đặt $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Vì $M(1;2;3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

Từ đó ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là:

$$(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$$

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$

B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$

D. $12x + 3y + 4z = 0$

Lời giải

Chọn B

Mp(P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_O}{4} = \frac{a}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_O}{4} = \frac{b}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_O}{4} = \frac{c}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=16 \\ c=12 \end{cases}$$

Vì G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên

$$\text{Khi đó mp(P) có phương trình là } \frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1 \text{ hay } 12x + 3y + 4z - 48 = 0$$

Vậy mp(P) thỏa mãn là $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Câu 59. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trọng tâm

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$.

B. $2x + y - 6z - 23 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc \neq 0$.

Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{-3}{c} = 1$ (1)

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2-a; 1; -3)$, $\overrightarrow{BM} = (2; 1-b; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$, $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b - 3c = 0 \\ -2a - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3c \\ a = -\frac{3c}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Do M là trực tâm tam giác ABC nên:

Thay (2) vào (1) ta có: $-\frac{4}{3c} - \frac{1}{3c} - \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{14}{3} \Rightarrow a = 7, b = 14.$

Do đó $(\alpha): \frac{x}{7} + \frac{y}{14} - \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 14 = 0.$

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a, b, c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0), B(-2; 2; -1), C(5; -1; 3)$. Tích abc bằng

A. 6

B. -6

C. 0

D. 5

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$\begin{cases} a + b + c = 6 \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + b^2 = (a+2)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + c^2 = (a-5)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ 3a + 4b + c = 14 \\ 4a - 7b + 3c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow abc = 6.$$

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$

B. $2x + y + 3z + 9 = 0$

C. $3x + 2y + z - 14 = 0$

D. $2x + y + z - 9 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$

Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1)

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (a-3; -2; -1); \overrightarrow{MB} = (-3; b-2; -1); \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = c \\ 3a = c \end{cases} \quad (2)$$

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên:

Từ (1) và (2) suy ra $a = \frac{14}{3}; b = \frac{14}{2}; c = 14$. Khi đó phương trình (P): $3x + 2y + z - 14 = 0$

Vậy mặt phẳng song song với (P) là: $3x + 2y + z + 14 = 0$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x - 2y - z + 4 = 0$ B. $4x - 2y + z + 4 = 0$ C. $4x + 2y + z - 4 = 0$ D. $4x + 2y - z + 4 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; -1)$ nên $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 6; -8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + 6y - 8z + 10 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x + y + z - 2 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101}; \frac{70}{101}; \frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\vec{n}_P \perp \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{22}{101}; -\frac{31}{101}; -\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22; 31; 26)$.

Mặt phẳng (P) $\perp$ (ABC) nên $\vec{n}_P \perp \vec{n}_{(ABC)} = (1; 6; -8)$.

Vậy $[\vec{n}_{(ABC)}; \vec{u}_{AH}] = (404; -202; -101)$ là một vector pháp tuyến của (P).

Chọn $\vec{n}_P = (4; -2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 2y - z + 4 = 0$.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$

A. (P): $3x + y + 2z - 6 = 0$ B. (P): $2x + 3y - z - 4 = 0$
C. (P): $2x + y + z - 4 = 0$ D. (P): $x + 2y - z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Giả sử (P) đi qua 3 điểm $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

Suy ra $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mà (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases}$$

Theo giả thuyết ta có $OM = 2ON \Leftrightarrow |a| = 2|b| \Leftrightarrow |b| = 1$

TH1. $b = 1 \Rightarrow c = -2$ suy ra $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

TH1. $b = -1 \Rightarrow c = -\frac{2}{3}$ suy ra $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. 8.

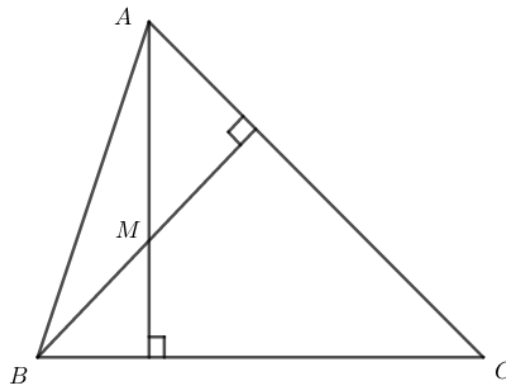
B. 14.

C. $T = 6$.

D. 11.

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$, $m, n, p \neq 0$. Ta

có phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

Mà $M \in (\alpha) \Leftrightarrow \frac{1}{m} + \frac{2}{n} + \frac{3}{p} = 1$ (1)

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1-m; 2; 3)$, $\overrightarrow{BM} = (1; 2-n; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -n; p)$, $\overrightarrow{AC} = (-m; 0; p)$.

M là trực tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3p - 2n = 0 \\ 3p - m = 0 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $m = 14$; $n = 7$; $p = \frac{14}{3}$.

Suy ra (α) có phương trình $\frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Vậy $T = a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$.

Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp

$O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

- A. $x + y + z - 6 = 0$ B. $x + y + z + 6 = 0$ C. $x + y + z - 3 = 0$ D. $x + y - z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 4; -2)$.

Mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -2; 4)$.

Ta có $\left[\vec{n}_P; \vec{n}_Q \right] = (12; -6; -6)$, cùng phương với $u = (2; -1; -1)$.

Gọi $d = (P) \cap (Q)$. Ta có đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $u = (2; -1; -1)$ và đi qua điểm

$M(6; 0; 0)$.

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c} \right)$.

Mặt phẳng (α) chứa $d \Leftrightarrow \begin{cases} n \perp u \\ M \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \\ \frac{6}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \end{cases} (*)$

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| \Leftrightarrow |b| = |c| = 6$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b = c = 6$.

Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.

Câu 66. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên Oz một đoạn

dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy . Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ (a, b, c, d là các số

nguyên). Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.

A. 3.

B. -3.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(m; 0; 0), B(0; n; 0), C(0; 0; p)$ (với $m, n, p > 0$)

Theo giả thiết có $OC = 2OA = 2OB \Rightarrow p = 2m = 2n$ (1).

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

Do mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ nên $\frac{1}{m} - \frac{3}{n} + \frac{8}{p} = 1$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được $\frac{1}{m} - \frac{3}{m} + \frac{8}{2m} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow m = n = 2, p = 4$

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 4 = 0$

Từ đó suy ra $a = 2t, b = 2t, c = t, d = -4t$ ($t \neq 0$).

Vậy $S = \frac{a+b+c}{d} = -\frac{5}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 7), B(5; 5; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM .

Lời giải

Đáp án: $OM = 2\sqrt{2}$

Gọi $M(a; b; c)$ với $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\overline{AM} = (a - 3; b - 1; c - 7)$ và $\overline{BM} = (a - 5; b - 5; c - 1)$.

Vì $\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB = \sqrt{35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = 35 \end{cases}$ nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2a - b - c + 4 = 0 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = (a - 5)^2 + (b - 5)^2 + (c - 1)^2 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b - c = -4 \\ 4a + 8b - 12c = -8 \\ (a - 3)^2 + (b - 1)^2 + (c - 7)^2 = 35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=c \\ c=a+2 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a+2 \\ c=a+2 \\ 3a^2-14a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}, (\text{do } a \in \mathbb{Z}).$$

Ta có $M(2;2;0)$. Suy ra $OM=2\sqrt{2}$.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

Lời giải

Đáp án: $(P): 4x+2y+z-8=0$

Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, cắt tia Oy tại $B(0;b;0)$, cắt tia Oz tại $C(0;0;c)$ có

dạng là $(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ (với $a>0, b>0, c>0$).

Theo đề: $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{b}{2} \\ c=2b \end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có: $\frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{3}{b}+\frac{-2}{2b}=1 \Leftrightarrow \frac{4}{b}=1 \Leftrightarrow b=4$.

Khi đó $a=2, c=8$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$.

B. $\frac{243}{2}$.

C. $\frac{81}{6}$.

D. 243.

Lời giải

Đáp án: thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình (theo đoạn chắn): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta có $1 = \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}} \Rightarrow a.b.c \geq 243$

$$V_{OABC} = \frac{1}{6}a.b.c \geq \frac{243}{6} = \frac{81}{2}.$$

Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm cố định có tọa độ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $\left(\frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}\right)$ là điểm cố định.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Dựa vào điều kiện, chọn $M(m; m; m)$ cố định nằm trên (ABC) .

Ta có: $M \in (ABC) \Leftrightarrow m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 1 \Leftrightarrow m.2017 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2017}$.

Vậy $\left(\frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}; \frac{1}{2017}\right)$ là điểm cố định.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Đáp án: có 4 mặt phẳng (α)

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $abc \neq 0 \Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mà $OA = OB = OC \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} |b| = |a| \\ |c| = |a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm a \\ c = \pm a \end{cases}$

Trường hợp 1: $b = a; c = a$

$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1$ mà $M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = 8$

Trường hợp 2: $b = a; c = -a$

$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{a} - \frac{z}{a} = 1$ mà $M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} - \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = -2$

Trường hợp 3: $b = -a; c = a$

$$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} - \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1 \quad \text{mà} \quad M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = -4$$

Trường hợp 4: $b = -a; c = -a$

$$\Rightarrow (ABC): \frac{x}{a} - \frac{y}{a} - \frac{z}{a} = 1 \quad \text{mà} \quad M(1;2;5) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} - \frac{5}{a} = 1 \Rightarrow a = -6$$

Vậy có 4 mặt phẳng (α)

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox , Oy lần lượt tại B , C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Đáp án: có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Gọi $B(a;0;0)$, $C(0;b;0)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các trục Ox, Oy .

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{4} = 1$.

Vì $M(2;1;3)$ thuộc (P) nên ta có $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{3}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4a + 8b = ab$.

Diện tích tam giác $S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} |a| \cdot |b| = \frac{1}{2} |ab| = 1 \Leftrightarrow |ab| = 2$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 4a + 8b = ab \\ ab = 2 \end{cases}, (I)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 8b = 2 \\ ab = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = 1 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 - 4b \\ (1 - 4b)b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 - 4b \\ 4b^2 - b + 4 = 0, (vn) \end{cases} \text{ Hệ vô nghiệm.}$$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 4a + 8b = ab \\ ab = -2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 8b = -2 \\ ab = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = -1 \\ 2ab = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = -1 - 4b \\ (-1 - 4b)b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = -1 - 4b \\ 4b^2 + b - 4 = 0 \end{cases} \text{ Hệ có hai nghiệm.}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.