**CHUYÊN ĐỀ 5 - CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC**

**A. Lý thuyết**

1. Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Xét  và  có:



2. Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



Xét  và  có:



Hệ quả: Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

3. Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau:

Xét  và  có:



**B. Bài tập**

**Bài 1:** Cho  có AB < AC. Kéo dài BA về phía A thêm một đoạn AD bằng với đoạn AB. Kéo dài CA về phía A thêm một đoạn AE bằng với đoạn AC. So sánh  và  .

**Bài 2:** Cho  có AB < AC. Vẽ tia đối của tia AB, trên đó lấy điểm D sao cho AD = AC. Vẽ tia đối của tia AC, trên đó lấy điểm E sao cho AE = AB. So sánh  và .

**Bài 3:** Cho  có AB < AC. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, (đoạn thẳng Am được gọi là đường trung tuyến của ). Lấy điểm I bất kỳ trên đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy E sao cho ME = MI. So sánh  và .

**Bài 4:** Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AD. Vẽ đường thẳng xy đi qua O. Lấy điểm B thuộc tia Ox và điểm C thuộc tia Oy sao cho OB = OC < OA. So sánh  và .

**Bài 5:** Vẽ  và tia phân giác Ot. Trên Ox và Oy lần lượt lấy điểm A và B sao cho OA = OB. Trên Ot lấy điểm C sao cho OC > OA. Hãy so sánh  và .

**Bài 6:** Cho  có AB < AC, có AD là đường phân giác. Trên cạnh AC lấy E sao cho AE = AB. Hãy so sánh  và .

**Bài 7:** Trên cạnh Ax và Ay của  , lần lượt lấy các điểm B và C sao cho AB = AC. Tia phân giác At của  cắt BC tại D. So sánh  và  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài 8:** Cho  nhọn và AB < AC có đường cao AH. Kéo dài AH thêm một đoạn HD bằng với HA. So sánh  và , So sánh  và 

**Bài 9:** Trên cùng phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK sao cho  ở H,  ở K và BK = AH. So sánh  và  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài 10:** Trên cùng phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK sao cho  ở H,  ở K và BK = AH. Gọi O là trung điểm của đoạn HK. So sánh  và  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài 11:** Vẽ đoạn thẳng AB “nằm ngang”. Vẽ hai tia Ax và By “phía dưới” đoạn AB sao cho  . Trên Ax và By lần lượt lấy điểm M và N sao cho AM = BN. So sánh  và  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài 12:** Cho . Trên cạnh Ax lấy điểm B và D (B nằm giữa A và D). Trên cạnh Ay lấy C và E sao cho AC = AB, AE = AD. So sánh  và  và so sánh các cặp cạnh và góc tương ứng giữa chúng.

**Bài 13:** Trên cạnh Ax và Ay của , lần lượt lấy điểm B và C sao cho AB = AC. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. So sánh  và .

**Bài 14:**  có DE = DF. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng EF. So sánh  và 

**Bài 15:** Cho  nhọn và AB < AC. Vẽ tia đối của tia AB, trên đó lấy điểm D sao cho AD = AC. Vẽ tia đối của tia AC, trên đó lấy điểm E sao cho AE = AB. M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh:

1)  2) 

**Bài 16:** Cho  có điểm M là trung điểm của BC. Kéo dài AM lấy MD = MA.

1) Chứng minh  rồi viết các cặp cạnh và cặp góc tương ứng bằng nhau.

2) So sánh  và .

**Bài 17:** Trên cùng một phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK sao cho AH vuông góc với xy ở H, BK vuông góc với xy ở K và BK = AH.

1) Chứng minh  rồi viết các cặp cạnh và cặp góc tương ứng bằng nhau.

2) So sánh  và .

**Bài 18:** Cho  vuông ở A và  vuông ở D có AB = DE và . So sánh  và .

**Bài 19:** Vẽ  và tia phân giác At. Lấy điểm D trên At. Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với At và cắt Ax, Ay lần lượt ở B và C. Hãy so sánh  và .

**Bài 20:** Trên cạnh Ax và Ay của , lần lượt lấy điểm B và C sao cho AB = AC. Vẽ tia  và cắt Ay ở H. Vẽ tia  và cắt Ax ở E. So sánh  và .

**Bài 21:** Vẽ đoạn thẳng BD (thẳng đứng) có trung điểm A. Vẽ đường thẳng d đi qua A và không vuông góc với BD (đường xiên). Kẻ tia Bx vuông góc với BD và cắt d tại C. Kẻ tia Dy vuông góc với BD và cắt d tại E. So sánh  và .

**Bài 22:** Cho hai đường thẳng a // b. Lấy điểm A thuộc a và điểm B thuộc b. Gọi O là trung điểm của AB. Vẽ đường thẳng qua O cắt a và b lần lượt tại I và K. So sánh  và .

**Bài 23:** Cho đoạn thẳng AB. Vẽ đường thẳng xy // AB. Lấy điểm C trên xy sao cho BC không vuông góc với xy. Lấy điểm D trên xy sao cho AD // BC. Chứng minh .

**Bài 24:** Cho  có  và có đường phân giác AD.

1)  và  là góc ngoài của nhứng tam giác nào? Chứng minh 

2) So sánh 

**CHỨNG MINH HAI ĐOẠN THẲNG – HAI GÓC BẰNG NHAU BẰNG CÁCH GHÉP VÀO HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU**

**Bài 25:** Cho  có AB < AC. Kéo dài từ B đến A thêm một đoạn AD bằng với đoạn AB. Kéo dài từ C đến A thêm một đoạn AE bằng với đoạn AC. So sánh BC và DE.

**Bài 26:** Cho  có AB < AC. Vẽ tia đối của tia AB, trên đó lấy điểm D sao cho AD = AC. Vẽ tia đối của tia AC, trên đó lấy điểm E sao cho AE = AB. So sánh .

**Bài 27:** Cho . Có AM là đường trung tuyến. Lấy điểm I bất kỳ trên trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy E sao cho ME = MI. Chứng minh BI song song với CE.

**Bài 28:** Hai đoạn thẳng AD và BC cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đoạn. Chứng minh AB bằng và song song với CD. Phát biểu kết quả tương tự.

**Bài 29:** Vẽ  và tia phân giác Ot. Trên Ox và Oy lần lượt lấy điểm A và B sao cho OA = OB. Trên Ot lấy điểm C sao cho OC > OA. Chứng minh CA = CB.

**Bài 30:** Trên cạnh Ax và Ay của  , lần lượt lấy B và C sao cho AB = AC. Tia phân giác At của  cắt BC tại D. Chứng minh

1)  2) 

**Bài 31:** Vẽ  và tia phân giác At. Lấy điểm D trên At. Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với At và cắt Ox, Oy lần lượt ở B và C. Chứng minh AB = AC.

**Bài 32:** Trên cạnh Ax và Ay của  , lần lượt lấy các điểm B và C sao cho AB = AC. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh

1)  2) 

**Bài 33:** Vẽ  và tia phân giác At. Lấy điểm D trên At. Vẽ đoạn thẳng DB vuông góc với Ax ở B. Lấy điểm C trên Ay sao cho AC = AB. Chứng minh DB = DC và DC vuông góc với Ay.

**Bài 34:** Lấy A nằm trong . Gọi M là trung điểm của OA. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt Ox ở B và cắt Oy ở C.

1) Chứng minh BO = BA 2) Chứng minh CO = CA

**Bài 35:** Cho  nhọn có đường cao AH. Kéo dài AH thêm một đoạn HD bằng với HA.

1) Chứng minh BC là tia phân giác của 

2) So sánh 

**Bài 36:** Trên cùng phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK sao cho  ở H,  ở K và BK = AH. Gọi O là trung điểm của đoạn HK. Chứng minh: 

**Bài 37:** Trên cùng phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK sao cho  ở H,  ở K và BK = AH. Chứng minh:

1) AK = BH 2) 

**Bài 38:** Ở cùng phía của đoạn thẳng AB, vẽ . Trên tia Ax và By lần lượt lấy C và D sao cho AC = BD. Chứng minh

1) BC = AD 2) 

**Bài 39:** Cho . Trên cạnh Ax lấy điểm B và D (B nằm giữa A và D). Trên cạnh Ay lấy C và E sao cho AC = AB, AE = AD. Chứng minh BE = CD.

**Bài 40:** Trên cạnh Ax và Ay của , lần lượt lấy B và C sao cho AB = AC. Vẽ tia  và cắt Ay ở H. Vẽ tia  và cắt Ax ở E. Chứng minh AH = AE.

**Bài 41:** Cho  có AB = AC. Chứng minh 

**Bài 42:** Vẽ  có AB = AC và . Từ đỉnh A vẽ tia vuông góc với AB và cắt BC kéo dài ở D. Từ đỉnh A vẽ tia vuông góc với AC và cắt CB kéo dài ở E. Chứng minh:

1)  2) BD = CE

**Bài 43:** Cho  nhọn có tia phân giác Ot. Trên cạnh Oy lấy hai điểm B và C sao cho OB < OC. Trên cạnh Ox lấy điểm A sao cho OA = OB. AC cắt Ot ở M.

1) Chứng minh 

2) BM kéo dài cắt Ox ở D. Chứng minh OC = OD

3) Gọi I là trung điểm của CD. Có nhận xét gì về tia OI? Chứng minh ba điểm O, M, I thẳng hàng.

**Bài 44:** Cho hai đường thẳng a // b. Lấy điểm A thuộc a và điểm B thuộc b. Gọi O là trung điểm của AB. Vẽ đường thẳng qua O cắt a và b lần lượt tại I và K. Chứng minh O cũng là trung điểm của IK.

**Bài 45:** Cho đoạn thẳng AB. Vẽ đường thẳng xy // AB. Lấy điểm C trên xy sao cho BC không vuông góc với xy. Lấy điểm D trên xy sao cho AD // BC. Chứng minh AB = CD và BC = AD.

**Bài 46:** Ở hai phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK dài bằng nhau và cùng vuông góc với xy tại H và tại K. Gọi O là trung điểm của HK. Chứng minh:  rồi chứng minh ba điểm A, O, B thẳng hàng.

**Bài 47:** Ở cùng phía của đường thẳng xy, vẽ hai đoạn thẳng AH và BK dài bằng nhau và cùng vuông góc với xy tại H và tại K. Gọi O là trung điểm của AK. Chứng minh:  rồi chứng minh ba điểm H, O, B thẳng hàng.

**Bài 48:** Cho tam giác ABC. Vẽ tia Bx // AC và tia Cy // AB ao cho Bx cắt Cy tại D. Gọi O là trung điểm của BC.

1) Chứng minh AB = CD

2) Chứng minh  rồi chứng minh ba điểm A, O, D thẳng hàng.

**Bài 49:** Cho  có  và có đường phân giác AD.

1)  và  là góc ngoài của những tam giác nào? Chứng minh 

2) Chứng minh AB = AC

**KỸ THUẬT CHIA ĐÔI ĐOẠN THẲNG HAY GÓC**

**Bài 50:** Cho  có AB = A’B’, AC = A’C’, . Gọi M là trung điểm của BC và M’ là trung điểm của B’C’. Chứng minh:

1) BC = B’C’ 2) BM = B’M’ 3) AM = A’M’

**Bài 51:** Cho . Vẽ tia đối của tia AB rồi lấy trên đó đoạn AD bằng với AC. Trên tia đối của tia AC lấy AE = AB. M là trung điểm của BC và N là trung điểm của DE. Chứng minh:

1) BC = DE 2) CM = DN 3) 

**Bài 52:** Cho  có AB = AC. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Chứng minh:

1) AN = AM và BN = CM 2) CN = BM và .

**Bài 53:** Cho  và  có AB = DE, AC = DF, . BI và EJ lần lượt là đường phân giác của  và . Chứng minh:

1)  2) 

**Bài 54:** Cho  có AB = AC

1) Chứng minh 

2) Kẻ đường phân giác BD, CE của . Chứng minh  và BD = CE.

**Bài 55:** Cho C. Trên tia đối của AB lấy AD = AC, trên tia đối của AC lấy AE = AB. Gọi BI, EJ là các đường phân giác của  và 

1) Chứng minh BM = DN

2) Chứng minh 

3) Chứng minh  bù với , suy ra ba điểm M, A, N thẳng hàng.

**KỸ THUẬT CỘNG, TRỪ VẾ THEO VẾ**

**Bài 57:** Trên đường thẳng xy lấy bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự ấy sao cho AB = CD. Gọi O là trung điểm của BC. Chứng minh:

1) AC = BD 2) O là trung điểm của AD

**Bài 58:** Trên mặt phẳng vẽ bốn tia OA, OB, OC và OD theo thứ tự thuận chiều kim đồng hồ sao cho 

1) Chứng minh 

2) Gọi Ox là phân giác của . Chứng minh Ox là phân giác của 

**Bài 59:** Cho . Trên Ax lấy hai điểm B và D sao cho AB < AD; Trên Ay lấy hai điểm C và E sao cho AC = AB và CE = BD. Chứng minh:

1) AD = AE 2) 

**Bài 60:** Cho , trên tia Ox, Oy lấy OA = OB. Lấy E nằm giữa O và A; F nằm giữa O và B sao cho AE = BF. Chứng minh:

1) OE = OF 2)  và AF = BE

**Bài 61:** Cho  nhọn có AB < AC. Vẽ tia Ax sao cho AC nằm giữa Ax và AB. Vẽ tia Ay sao cho AB nằm giữa Ay và AC và . Lấy D thuộc Ax sao cho AD = AC, E thuộc Ay sao cho AE = AB. Chứng minh:

1)  2) BD = CE

**Bài 62:** Cho  nhọn có AB = AC và góc ở đỉnh A nhọn (nên vẽ góc đỉnh A thật nhỏ thì hình càng rõ). Vẽ tia  sao cho AC nằm giữa Ax và AB. Vẽ tia  sao cho AB nằm giữa Ay và AC. Trên Ax lấy D và trên Ay lấy E sao cho AD = AE. Chứng minh:

1)  2) BD = CE

**Bài 63:** Cho  có AB = AC và  nhọn (nên vẽ thật nhỏ thì hình càng rõ). Dựng ra phía ngoài  hai tam giác vuông ở A là  và  sao cho AB = AE, AD = AC

1) Chứng minh: BD = CE

2) CE cắt BA và BD lần lượt tại I và O. Chứng minh  phụ với 

3) Chứng minh  phụ với  và 

**Bài 64:** Cho  có AB = AC

1) Chứng minh: 

2) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB. Chứng minh 

3) Chứng minh 

**Bài 65:** Cho  có AB = A’B’, AC = A’C’, 

1) So sánh 

2) Trên AB, A’B’ lấy AM = A’M’. Chứng minh 

3) Chứng minh BM = B’M’

4) Trên BC, B’C’ lấy BE = B’E’. Chứng minh

**Bài 66:** Cho  nhọn. Trên Ox lấy A và trên Oy lấy B sao cho OA = OB. Vẽ ra phía ngoài  hai đoạn AM = BN sao cho  và . Chứng minh:

1) 

2)  và 

3) 

**KỸ THUẬT KỀ BÙ**

**Bài 67:** Cho  có  , AB = DE, AC = DF. Lấy M trên AB và N trên DE sao cho AM = DN. Chứng minh:

1) MC = NF

2) BM = EN và 

3) 

**Bài 68:** Cho  và tia phân giác Oz. Lấy I thuộc Oz và A thuộc Ox, B thuộc Oy sao cho OA = OB

1) Chứng minh: 

2) Trên tia đối của tia Oz, lấy H bất kỳ. Chứng minh 

3) Chứng minh HO là tia phân giác của 

**Bài 69:** Cho  có góc B tù và đường cao AH. Trên tia AH lấy D sao cho H là trung điểm của AD. Chứng minh:

1) BH là phân giác  và 

2) AC = CD

**Bài 70:** Cho hai đường thẳng xx’ và yy’ cắt nhau ở O.

1) Chứng minh  rồi cho nhận xét

2) Ot và Ot’ là hai tia phân giác của hai góc  và  tương ứng. Chứng minh 

3) Chứng minh hai tia Ot và Ot’ đối nhau

**Bài 71:** Cho  có . Trên AB lấy K bất kỳ. Kéo dài AC thêm một đoạn CM bằng với BK; MK cắt BC ở D. Kéo dài CB thêm một đoạn BE bằng với DC. Chứng minh:

1)  2)  3) 

**Bài 72:** Cho  có , có hai đường phân giác BD và CE. Chứng minh:

1)  và BD = CE

2)  và AD = AE

**Bài 73:** Cho . Trên cạnh Ox lấy điểm M và điểm A sao cho OM < OA. Trên cạnh Oy lấy ON = OM và lấy OB = OA. AN cắt BM ở I

1) Chứng minh  và 

2) Chứng minh AM = BN và 

3) Chứng minh OI là tia phân giác của 

4) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh ba điểm O, I, K thẳng hàng

**KỸ THUẬT BẮC CẦU**

**Bài 74:** Cho  và điểm M ở trong . Kẻ  ở H nvaf  ở K. Trên tia đối của HM lấy HN = HM. Trên tia đối của KM lấy KP = KM. Chứng minh:

1) ON = OM 2) ON = OP

**Bài 75:** Cho  nhọn có đường cao AH. Kẻ  ở M rồi kéo dài lấy MI = MH. Kẻ  ở N rồi kéo dài lấy NK = NH. Chứng minh AI = AK

**Bài 76:** Cho  có M, N lần lượt là trung điểm AC và AB. BM, CN cắt nhau ở G. Trên tia đối của MG lấy MH = MG. Trên tia đối của NG lấy NK = NG. Chứng minh:

1) BK = AG 2) BK = CH

**Bài 77:** Cho  có M, N lần lượt là trung điểm AC và AB. Kéo dài BM lấy MI = MB; kéo dài CN lấy NK = NC. Chứng minh:

1) AI = AK 2) 

**Bài 78:** Cho  có D, E lần lượt là trung điểm AC và AB. Kéo dài BD lấy DI = DB; kéo dài CE lấy EK = EC. Chứng minh A là trung điểm của IK.

**Bài 79:** Cho  nhọn có AB < AC, có đường cao AH và trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy MD = MA, trên tia đối của tia HA lấy HE = HA. Chứng minh CD = BE

**Bài 80:** Hai đoạn AB và CD cắt nhau ở O sao cho OA = OB và OC = OD. Chứng minh:

1)  2) AC // BD

3)  4) AD // BC

**Bài 81:** Cho tam giác AOC, trên tia đối của OA lấy OB = OA, trên tia đối của OC lấy OD = OC. Chứng minh:

1) AC // BD 2) AD // BC

**Bài 82:** Hai đoạn AB và CD cắt nhau ở O sao cho OA = OB và OC = OD. Chứng minh:

1) AC // BD 2) AD // BC

**Bài 83:** Cho . Lấy A trên tia phân giác của  , M là trung điểm của OA. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với OA, cắt Oy ở B.

1) Chứng minh 

2) Chứng minh AB // Ox

3) Cho . Tính 

**Bài 84:** Cho . Lấy A trên tia phân giác của  , M là trung điểm của OA. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với OA, cắt Oy ở B.

1) Chứng minh AB // Ox

2) Tính số đo  để 

**Bài 85:** Cho tam giác ABC vuông ở A, có đường trung tuyến BM. Trên tia đối của tia MB lấy MK = MB. Chứng minh:

1)  2) 

3) AK = BC và AK // BC 4) 

**Bài 86:** Cho tam giác ABC vuông ở A, có đường trung tuyến BM. Trên tia đối của tia MB lấy MK = MB. Chứng minh:

1)  2) AK // BC 3) 

**Bài 87:** Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Đường thẳng vuông góc với AB ở B cắt AM ở D. Lấy I thuộc tia AD sao cho M là trung điểm của DI. Chứng minh:

1) BI // CD 2) BD // CI 3) 

**Bài 88:** BD và CE là hai trung tuyến của  cắt nhau ở G. Trên tia đối của tia DG lấy DM = DG, trên tia đối của tia EG lấy EN = EG. Chứng minh:

1) BN // AG 2) CM // AG 3) BN // CM

**Bài 89:** BD và CE là hai trung tuyên của  cắt nhau ở G. Trên tia đối của tia DG lấy DM = DG, trên tia đối của tia EG lấy EN = EG. Chứng minh:

1) BN = AG và BN // AG

2) CM = AG và CM // AG

3) BN = CM và BN // CM

**Bài 90:** Cho tam giác ABC có trung tuyến BD và CE. Trên tia đối của tia DB lấy DM = DB; trên tia đối của tia EC lấy EN = EC. Chứng minh:

1) AN // BC 2) AM // BC 3) N, A, M thẳng hàng

**Bài 91:** Cho tam giác ABC có trung tuyến BD và CE. Trên tia đối của tia DB lấy DM = DB; trên tia đối của tia EC lấy EN = EC. Chứng minh:

1) AM // BC 2) AN // BC 3) A là trung điểm của MN