PHÒNG GD&ĐT CẨM KHÊ **ĐỀ CHÍNH THỨC**	KỲ THI HỌC SINH NĂNG KHIẾU CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2021-2022 MÔN: TOÁN 8 *Thời gian làm bài: 120 phút không, kể thời gian giao đề* *Đề thi có 03 trang*

Chú ý:

- Câu hỏi trắc nghiệm khách quan có một lựa chọn đúng.

- Thí sinh làm bài thi (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) trên tờ giấy thi, không làm bài trên đề thi;

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (8,0 điểm)

Câu 1. Cho $P=\sqrt{4a^2-4a+1}+\sqrt{9a^2-12a+4}$ với $a\le\frac{1}{2}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $P=3-5a$. B. $P=5a-3$. C. $P=a-1$. D. $P=1-a$.

Câu 2. Cho $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{7+2\sqrt{10}}=a+b\sqrt{5}$. Giá trị của biểu thức $T=a-2b$ bằng

A. -1. B. -3. C. 3. D. 1.

Câu 3. Phân tích đa thức $Q=x^3-x^2-4$ thành nhân tử, ta được kết quả

A. $(x-2)(x^2-x+2)$. B. $(x+2)(x^2-x+2)$.

C. $(x+2)(x^2+x+2)$. D. $(x-2)(x^2+x+2)$.

Câu 4. Nếu $\frac{x}{x^2-x+1}=\frac{2}{3}$ thì $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ có giá trị là

A. $\frac{21}{4}$. B. $\frac{4}{21}$. C. $\frac{4}{25}$. D. $\frac{25}{4}$.

Câu 5. Số nghiệm nguyên của đa thức $(3x-2)(x+1)^2(3x+8)+16$ là

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 6. Cho a,b là hai số dương thỏa mãn $a^{2020}+b^{2020}=a^{2021}+b^{2021}=a^{2022}+b^{2022}$. Khi đó $a^{2023}+b^{2023}$ bằng

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 7. Cho $x^2-2y^2=xy$ với $x+y\neq 0$ và $y\neq 0$. Biết giá trị của biểu thức $\frac{x-y}{x+y}=\frac{a}{b}$ với a,b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

A. 4. B. 5. C. 10. D. 3.

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=8, AC=6$. Tia phân giác trong góc B cắt AC tại E. Độ dài AE bằng

A. 3. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC và trung tuyến AD. Một đường thẳng bất kỳ song song với AD cắt cạnh BC, đường thẳng CA, AB lần lượt tại E, N, M. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\frac{EM+EN}{AD}=\frac{7}{2}$. B. $\frac{EM+EN}{AD}=\frac{5}{2}$.

C. $\frac{EM+EN}{AD}=3$. D. $\frac{EM+EN}{AD}=2$.

Câu 10. Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC, S_1 là diện tích giác BGM .và S_2 là diện tích giác ABC. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{6}$. B. $\dfrac{1}{5}$. C. $\dfrac{1}{4}$. D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = 2AD, AC = \sqrt{10}, AC' = 4$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $12\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $4\sqrt{6}$. D. $8\sqrt{6}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A, hai đường cao AH và BK. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\dfrac{1}{BK^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{BC^2}$. B. $\dfrac{1}{BK^2} = \dfrac{1}{4BC^2} + \dfrac{1}{AH^2}$.

C. $\dfrac{1}{BK^2} = \dfrac{1}{BC^2} + \dfrac{1}{4AH^2}$. D. $\dfrac{1}{BK^2} = \dfrac{1}{2AB^2} + \dfrac{1}{BC^2}$.

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Các đường trung tuyến AM và BN vuông góc với nhau. Tính độ dài BC theo a.

A. $a\sqrt{6}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 14. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} - \widehat{C} = 70^0$. Các tia phân giác trong của các góc B và D cắt nhau tại I. Số đo $\widehat{BID}$ bằng

A. 150^0. B. 140^0. C. 145^0. D. 155^0.

Câu 15. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{CBE} = 20^0$. Gọi M là trung điểm của BE và N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN = BM$. Tổng diện tích hai tam giác BCE và tam giác BEN bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{16}$. B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 16. Ông A cần xây một hồ bơi với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $\dfrac{500}{3}m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ tính theo m^3 (gồm đáy hồ và bốn mặt xung quanh). Để chi phí thuê nhân công thấp nhất thì Ông A cần xây bờ hồ có chiều rộng là

A. $10m$. B. $5m$. C. $12m$. D. $4m$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Tìm các số nguyên x, y thoả mãn $x^2 + 2xy + 7(x+y) + 2y^2 + 10 = 0$.

b) Tìm các số nguyên n để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho x, y, z đôi một khác nhau và khác 0 đồng thời thoả mãn $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = \dfrac{xy}{z^2 + 2xy} + \dfrac{yz}{x^2 + 2yz} + \dfrac{xz}{y^2 + 2xz}$.

b) Cho đa thức $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$. Tìm m để $P(x)$ chia hết cho $2x + 3$.

c) Giải phương trình $\dfrac{1}{x^2 + 8x + 15} + \dfrac{1}{x^2 + 12x + 35} + \dfrac{1}{x^2 + 16x + 63} = -\dfrac{3}{5}$.

Câu 3 (4,0 điểm).

Cho hình thang $ABCD$ có $AD > BC$, AB vuông góc với CD tại S và $AB+CD=16$. Gọi E,F,G,H lần lượt là trung điểm của BC,BD,DA,AC.

a) Chứng minh rằng tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật.
b) Chứng minh rằng $AD-BC=2EG$.
c) Xác định độ dài cạnh AB và CD để tứ giác $EFGH$ có diện tích lớn nhất.

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T=\frac{a}{b^2+c^2}+\frac{b}{c^2+a^2}+\frac{c}{a^2+b^2}.$$

——————— **HẾT** ———————

Họ và tên học sinh... *Số báo danh*...................

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm./.

PHÒNG GD&ĐT CẨM KHÊ

HƯỚNG DẪN CHẤM

KỲ THI HỌC SINH NĂNG KHIẾU CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN 8
Hướng dẫn chấm có 04 trang

I. Đáp án phần trắc nghiệm khách quan

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.
- Tổng điểm phần Trắc nghiệm khách quan: 0,5 x 16 = 8,0 điểm.

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	5	C	9	D	13	A
2	C	6	B	10	A	14	C
3	D	7	A	11	C	15	D
4	B	8	B	12	C	16	B

II. Đáp án - Thang điểm phần tự luận

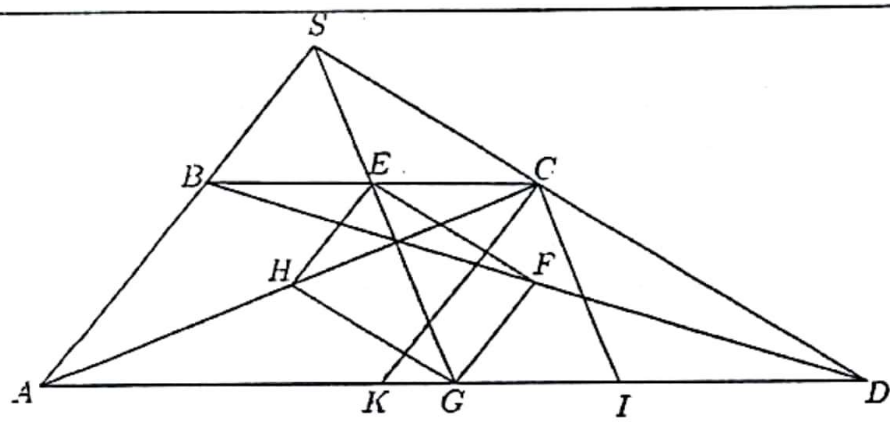
1. Một số chú ý khi chấm bài

- Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp án mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

2. Đáp án - thang điểm

Nội dung	Điểm
Câu 1 . a) Tìm các số nguyên x, y thoả mãn $x^2+2xy+7(x+y)+2y^2+10=0$. b) Tìm các số nguyên n để n^5+1 chia hết cho n^3+1.	3,0 điểm
a) Tìm các số nguyên x, y thoả mãn $x^2+2xy+7(x+y)+2y^2+10=0$.	1,5 điểm
Ta có $x^2+2xy+7(x+y)+2y^2+10=0 \Leftrightarrow 4x^2+8xy+28x+28y+8y^2+40=0$	0,25
$\Leftrightarrow (2x+2y+7)^2+4y^2=9$	0,25
Nhận xét: $(2x+2y+7)^2 \ge 0 \Rightarrow 4y^2 \le 9$. Do y nguyên nên $\left[\begin{array}{l} y^2=0 \\ y^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=\pm 1 \end{array}\right.$.	0,25
* Với $y=0 \Rightarrow (2x+7)^2=9 \Rightarrow x=-2; x=-5$.	0,25
* Với $y=1 \Rightarrow (2x+9)^2=5$ không có x nguyên	0,25
* Với $y=-1 \Rightarrow (2x+5)^2=5$ không có x nguyên. Vậy các bộ $(x;y)=\{(-2;0);(-5;0)\}$.	0,25
b) Tìm các số nguyên n để n^5+1 chia hết cho n^3+1.	1,5 điểm
Ta có $n^5+1=n^5+n^2-n^2+1=n^2(n^3+1)-(n^2-1)=n^2(n^3+1)-(n-1)(n+1)$ $n^3+1=(n+1)(n^2-n+1)$	0,5
Để $n^5+1 \vdots (n^3+1) \Rightarrow n-1 \vdots (n^2-n+1)$	0,25

Khi đo $n(n-1)\vdots(n^2-n+1)\Rightarrow(n^2-n+1-1)\vdots(n^2-n+1)$ hay $1\vdots(n^2-n+1)$	0,25
* TH1: $n^2-n+1=1\Rightarrow n(n-1)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}n=0\\n=1\end{array}\right.$	0,25
* TH2: $n^2-n+1=-1\Rightarrow n^2-n+2=0\Rightarrow\left(n-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}=0$ (vô lí) Vậy $n=0;n=1$	0,25
Câu 2 . a) Cho x,y,z đôi một khác nhau và khác 0 đồng thời thoả mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$. Tính giá trị biểu thức $P=\frac{xy}{z^2+2xy}+\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{xz}{y^2+2xz}$. b) Cho đa thức $P(x)=6x^3-7x^2-16x+m$. Tìm m để $P(x)$ chia hết cho $2x+3$. c) Giải phương trình $\frac{1}{x^2+8x+15}+\frac{1}{x^2+12x+35}+\frac{1}{x^2+16x+63}=-\frac{3}{5}$.	4,0 điểm
a) Cho x,y,z đôi một khác nhau và khác 0 đồng thời thoả mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$. Tính giá trị biểu thức $P=\frac{xy}{z^2+2xy}+\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{xz}{y^2+2xz}$.	1,5 điểm
Do $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0\Rightarrow\frac{xy+yz+zx}{xyz}=0\Rightarrow xy+yz+zx=0\Rightarrow xy=-yz-zx$	0,25
Khi đó $x^2+2yz=x^2+yz+yz=x^2+yz-xy-xz=(x-y)(x-z)$	0,25
Tương tự: $y^2+2xz=(y-x)(y-z);z^2+2xy=(z-x)(z-y)$	0,25
Khi đó $P=\frac{xy}{(z-x)(z-y)}+\frac{yz}{(x-y)(x-z)}+\frac{xz}{(y-x)(y-z)}$	0,25
$=\frac{xy(x-y)+yz(y-z)-xz(x-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)}=\frac{y(x^2-xy+yz-z^2)-xz(x-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)}$ $=\frac{y(x-z)(x+z-y)-xz(x-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)}=\frac{(x-z)(xy+yz-y^2-xz)}{(x-y)(y-z)(x-z)}=\frac{(x-y)(y-z)(x-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)}=1$	0,5
b) Cho đa thức $P(x)=6x^3-7x^2-16x+m$. Tìm m để $P(x)$ chia hết cho $2x+3$.	1,0 điểm
Ta có $P(x)=6x^3-7x^2-16x+m=3x^2(2x+3)-8x(2x+3)+4(2x+3)+m-12$	0,5
$=(2x+3)(3x^2-8x+4)+m-12$	0,25
Để $P(x)$ chia hết cho $2x+3$ thì $m-12=0\Rightarrow m=12$	0,25
c) Giải phương trình $\frac{1}{x^2+8x+15}+\frac{1}{x^2+12x+35}+\frac{1}{x^2+16x+63}=-\frac{3}{5}$.	1,5 điểm
ĐK: $x\neq-3;x\neq-5;x\neq-7;x\neq-9$	0,25
Phương trình $\frac{1}{x^2+8x+15}+\frac{1}{x^2+12x+35}+\frac{1}{x^2+16x+63}=-\frac{3}{5}$ $\Leftrightarrow\frac{1}{(x+3)(x+5)}+\frac{1}{(x+5)(x+7)}+\frac{1}{(x+7)(x+9)}=-\frac{3}{5}$	0,25

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+5}+\frac{1}{x+5}-\frac{1}{x+7}+\frac{1}{x+7}-\frac{1}{x+9}\right]=-\frac{3}{5}$	0,25
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+9}\right)=-\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{(x+3)(x+9)}=-\frac{3}{5}$	0,25
$\Leftrightarrow (x+3)(x+9)=-5 \Leftrightarrow (x+4)(x+8)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-8 \end{array}\right. (t/m).$ Vậy phương trình có nghiệm $x=-4; x=-8$	0,5
Câu 3. Cho hình thang $ABCD$ có $AD>BC$, AB vuông góc với CD tại S và $AB+CD=16$. Gọi E,F,G,H lần lượt là trung điểm của BC,BD,DA,AC. a) Chứng minh rằng tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật. b) Chứng minh rằng $AD-BC=2EG$. c) Xác định độ dài cạnh AB và CD để tứ giác $EFGH$ có diện tích lớn nhất.	4,0 điểm
a) Chứng minh rằng tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật.	1,5 điểm
 Ta có $EB=EC$ và $HA=HC$ nên HE là đường trung bình của ΔABC $\Rightarrow HE//AB, HE=\frac{1}{2}AB$ (1)	0,5
Ta có $GA=GD$ và $FB=FD$ nên GF là đường trung bình của ΔABD $\Rightarrow GF//AB$ và $GF=\frac{1}{2}AB$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) suy ra $HE=GF=\frac{1}{2}AB$ và $HE//GF//AB$ (3)	0,25
Chứng minh tương tự: $EF=GH=\frac{1}{2}CD$ và $EF//HG//CD$ (4)	0,25
Do $AB\perp CD$ (5) Từ (3), (4), (5) suy ra $EFGH$ là hình chữ nhật	0,25
b) Chứng minh rằng $AD-BC=2EG$.	1,5 điểm
Từ C kẻ $CK//AB, CI//GE$ khi đó $BCKA$ là hình bình hành, suy ra $BC=AK, BC//AK$ Và $ECIG$ là hình bình hành nên $GE=IC$ (1)	0,5
Ta có $AD-BC=AD-AK=KD$ (2)	0,25
Mặt khác SG là trung tuyến của tam giác SAD vuông tại S và $GS=GD \Rightarrow \Delta SGD$ cân tại $G \Rightarrow \widehat{SDG}=\widehat{GSD}$ mà $\widehat{ICD}=\widehat{GSD}$ (đồng vị) Nên $\widehat{SDG}=\widehat{ICD} \Rightarrow \Delta ICD$ cân tại $IC=ID$ (3)	0,25
Mặt khác: ΔKCD vuông tại C, CI là trung tuyến nên $ID=IK$ (4)	0,25

Từ (2) và (4) suy ra $AD-BC=KD=2ID$ (5)	
Từ (1), (3), (5) ta có $AD-BC=2GE$	0,25
c) Xác định độ dài cạnh AB và CD để tứ giác $EFGH$ có diện tích lớn nhất.	1,0 điểm
Ta có $S_{EFGH}=EF.HE$. Mà $EF=\frac{1}{2}CD, HE=\frac{1}{2}AB$	0,25
Khi đó $S_{EFGH}=\frac{1}{4}AB.CD\le\frac{1}{4}.\frac{(AB+CD)^2}{4}=16$	0,25
Dấu "=" xảy ra khi $AB=CD=8$	0,25
Vậy tứ giác $EFGH$ có diện tích lớn nhất bằng 16 khi $AB=CD=8$.	0,25
Câu 4 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\frac{a}{b^2+c^2}+\frac{b}{c^2+a^2}+\frac{c}{a^2+b^2}$.	1,0 đ
Do $a^2+b^2+c^2=1$ nên $T=\frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}+\frac{c}{1-c^2}$	0,25
Áp dụng BĐT Côsi, ta có $2=2a^2+(1-a^2)+(1-a^2)\ge3\sqrt[3]{2a^2(1-a^2)^2}$	0,25
$\Rightarrow a^2(1-a^2)^2\le\frac{4}{27}\Rightarrow a(1-a^2)\le\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (do $0<a<1$). Khi đó $\frac{a}{1-a^2}\ge\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$, Dấu "=" khi $2a^2=1-a^2\Rightarrow a=\frac{\sqrt{3}}{3}$.	0,25
Tương tự: $\frac{b}{1-b^2}\ge\frac{3\sqrt{3}}{2}b^2;\frac{c}{1-c^2}\ge\frac{3\sqrt{3}}{2}c^2$. Khi đó $P\ge\frac{3\sqrt{3}}{2}(a^2+b^2+c^2)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. Dấu "=" khi $a=b=c=\frac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $\min P=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.	0,25