

Chương V

Bài 15:

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN.

ĐỀ BÀI

Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $u = (-4; -1; 2)$.
- b) Điểm A thuộc đường thẳng d .
- c) Mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $4x + y - 2z - 3 = 0$.
- d) Hình chiếu của A lên d là $A'(2; -3; 1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $a = (2; 1; 2)$.
- b) Điểm A không thuộc đường thẳng d .
- c) Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$.
- d) Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình là $5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 2z + 3 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Điểm $M(0; -2; 3)$ thuộc đường thẳng d .
- b) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $n = (1; 1; -2)$.
- c) Đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.
- d) Giả sử $I(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Khi đó ta có $a + 2b + 3c = 2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và $d: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 4 + 1t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3;1;-2)$ và có một vector chỉ phương $u=(1;-1;2)$.
- b) Đường thẳng d đi qua điểm $N(2;4;1)$ và có một vector chỉ phương $v=(5;1;-3)$.
- c) Tích có hướng của hai vector u, v là $[u, v]=(1;-13;6)$.
- d) Hai đường thẳng Δ và d chéo nhau.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;7), B(0;4;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $a=(-2;3;1)$.
- b) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $u=(-1;-2;3)$.
- c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=7-3t \end{cases}$.
- d) Đường thẳng AB và d là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $n=(1;2;-2)$.
- b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng 2.
- c) Phương trình tham số của đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-2+3t \end{cases}$.
- d) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ qua B , vuông góc với đường thẳng AB và song song với mặt phẳng (P) là $\frac{x}{10} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;2), B(2;0;-1), C(0;2;3)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng BC là $M(1;1;1)$.
- b) Khoảng cách giữa hai điểm B, C bằng $\sqrt{3}$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng BC là
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
.

d) Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Khi đó $a + b + c = 3$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(2; -1; 2)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $a = (-1; 2; 0)$.

b) Điểm $A(2; -1; 2)$ thuộc đường thẳng d .

c) Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$
.

d) Mặt phẳng (P) qua A và chứa đường thẳng d có phương trình là $x - y + 2z - 7 = 0$.

ĐÁP ÁN

Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $u = (-4; -1; 2)$.

b) Điểm A thuộc đường thẳng d .

c) Mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $4x + y - 2z - 3 = 0$.

d) Hình chiếu của A lên d là $A'(2; -3; 1)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a. $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ có vector chỉ phương là $u = (-4; -1; 2)$.

b. Thế tọa độ điểm $A(1; 1; 1)$ vào đường thẳng d ta có :

$$\begin{cases} 1 = 6 - 4t \\ 1 = -2 - t \\ 1 = -1 + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{4} \\ t = -3 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow A \notin d$$

c. Mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

$$4(x-1) + (y-1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + y - 2z - 3 = 0$$

d. Ta có $A' \in d$ nên gọi $A'(6-4t; -2-t; -1+2t)$; $\vec{AA'} = (5-4t; -3-t; -2+2t)$; đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u} = (-4; -1; 2)$.

$$+ \vec{AA'} \perp d \Leftrightarrow \vec{AA'} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (5-4t) \cdot (-4) + (-3-t) \cdot (-1) + (-2+2t) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A'(2; -3; 1)$$

Vậy $A'(2; -3; 1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}. \text{ Các khẳng định sau đúng hay sai?}$$

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 2)$.

b) Điểm A không thuộc đường thẳng d .

c) Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$
.

d) Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình là $5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a. Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 2)$.

b. Thế tọa độ điểm $A(1; 0; 0)$ vào đường thẳng d ta có: $\frac{1-1}{2} \neq \frac{0+2}{1} \neq \frac{0-1}{2} \Rightarrow A \notin d$

c) Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$$
.

d. Vector chỉ phương của d là $\vec{a} = (2; 1; 2)$ và $\vec{B}(1; -2; 1) \in d$.

Khi đó: $\vec{AB} = (0; -2; 1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{a}] = (5; -2; -4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1) - 2(y-0) - 4(z-0) = 0$

hay $5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 2z + 3 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điểm $M(0; -2; 3)$ thuộc đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $n = (1; 1; -2)$.

c) Đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

d) Giả sử $I(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Khi đó ta có $a + 2b + 3c = 2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a. Điểm $M(0; -2; 3)$ thuộc đường thẳng d .

b. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $n = (2; 1; -2)$.

c. Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

d. Ta có: $I = d \cap (P)$ suy ra tọa độ của điểm I là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x = t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases}$$

Suy ra $I(1; -3; 1) \Rightarrow a = 1; b = -3; c = 1$.

Do đó $a + 2b + 3c = 1 - 6 + 3 = -2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và

$d: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; -2)$ và có một vector chỉ phương $u = (1; -1; 2)$.

b) Đường thẳng d đi qua điểm $N(2; 4; 1)$ và có một vector chỉ phương $v = (5; 1; -3)$.

c) Tích có hướng của hai vector u, v là $[u, v] = (1; -13; 6)$.

d) Hai đường thẳng Δ và d chéo nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có một vector chỉ phương $u = (a; b; c)$ có dạng $\Delta: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$.

b. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có một vector chỉ phương $u = (a; b; c)$ có dạng $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$.

c. Tích có hướng của hai vector u, v là

$$\vec{[u, v]} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = (1; 13; 6)$$

d. Ta có $\vec{MN} = (5; 3; 3)$ và $[u, v] \cdot \vec{MN} = 1.5 + 13.3 + 6.3 = 62$. Vậy hai đường thẳng Δ và d chéo nhau.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 7), B(0; 4; 4)$ và đường thẳng

$d: \frac{x - 1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z + 1}{1}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $a = (-2; 3; 1)$.

b) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $u = (-1; -2; 3)$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 - 3t \end{cases}$.

d) Đường thẳng AB và d là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên có một vector pháp tuyến là $a = (-2; 3; 1)$.

b. Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\vec{BA} = (-1; -2; 3)$.

c. Đường thẳng AB qua $A(-1; 2; 7)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = \vec{AB} = (1; 2; -3)$ nên có phương

trình tham số là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 - 3t \end{cases}$.

d.

Đường thẳng d đi qua $M_1(1;0;-1)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2;3;1)$.

Đường thẳng AB đi qua $A(-1;2;7)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;2;-3)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-11; -5; -7)$, $\vec{M_1A} = (-2;2;8)$.

Suy ra $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{M_1A} = (-11)(-2) + (-5).2 + (-7).(8) = -44 \neq 0$. Do đó d và AB chéo nhau (1)

Ta có: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = (-2).1 + 3.2 + 1.(-3) = 1 \neq 0$ suy ra d và AB không vuông góc (2)

Vậy d và AB chéo nhau nhưng không vuông góc.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(0;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-2)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng 2.

c) Phương trình tham số của đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -2+3t \end{cases}$.

d) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ qua B , vuông góc với đường thẳng AB và song song với mặt phẳng (P) là $\frac{x}{10} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-2)$.

b. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) : $d(A, (P)) = \frac{|1 + 2.2 - 2.3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}$.

c. Đường thẳng d qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với (P) nên có véc tơ chỉ phương $\vec{n} = (1;2;-2)$.

Do đó d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$.

d.

$\vec{AB} = (-1; -3; -2)$

+ Đường thẳng Δ qua B , vuông góc với đường thẳng AB và song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ chỉ phương $\vec{a} = [\vec{n}, \vec{AB}] = (-10; 4; -1)$, do đó $\vec{u} = (10; -4; 1)$ cũng là véc tơ chỉ phương của Δ .

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x}{10} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 7. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 2), B(2; 0; -1), C(0; 2; 3)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng BC là $M(1; 1; 1)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm B, C bằng $\sqrt{3}$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

d) Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Khi đó $a + b + c = 3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng BC là $M(1; 1; 1)$.

b.

$$+ \overrightarrow{BC} = (-2; 2; 4) \Rightarrow BC = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{6}$$

c. Phương trình tham số của đường thẳng BC qua $B(2; 0; -1)$ và có vector chỉ phương

$$+ \vec{a} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = (-1; 1; 2) \quad \text{là} \quad \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

d. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Khi đó $a + b + c = 3$.

+ Do $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC nên $H(2 - t; t; -1 + 2t)$.

$$+ \overrightarrow{AH} = (-t + 1; t + 1; 2t - 3)$$

$$+ \text{Do } \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow -2(-t + 1) + 2(t + 1) + 4(2t - 3) = 0 \Leftrightarrow 12t = 12 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(1; 1; 1) \Rightarrow a + b + c = 3$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(2; -1; 2)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (-1; 2; 0)$.

b) Điểm $A(2; -1; 2)$ thuộc đường thẳng d .

- c) Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
- d) Mặt phẳng (P) qua A và chứa đường thẳng d có phương trình là $x - y + 2z - 7 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

- a. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $a = (1; -1; 2)$.
- b. Thế tọa độ điểm $A(2; -1; 2)$ vào phương trình đường thẳng d ta có: $\frac{2+1}{1} = \frac{-1-2}{-1} \neq \frac{2}{2} \Rightarrow A \notin d$
- c. Đường thẳng Δ qua A và song song với d có vectơ chỉ phương $a = (1; -1; 2)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
- d.
- + Đường thẳng d qua $M(-1; 2; 0)$ và có vectơ chỉ phương $a = (1; -1; 2)$.
- + $\overrightarrow{AM} = (-3; 3; -2)$.
- + $[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{AM}] = (-4; -4; 0) \Rightarrow n = (1; 1; 0)$ là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- + Mặt phẳng (P) qua $A(2; -1; 2)$ và vec tơ pháp tuyến $n = (1; 1; 0)$ nên có phương trình là $(x - 2) + (y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$.