

MỤC LỤC

STT	NỘI DUNG	Trang
1	PHẦN I: MỞ ĐẦU	
2	<i>1.1 Lí do chọn đề tài</i>	2
3	<i>1.2. Mục đích nghiên cứu</i>	2
4	<i>1.3. Đối tượng nghiên cứu</i>	2
5	<i>1.4. Phương pháp nghiên cứu</i>	3
6	PHẦN II: NỘI DUNG	
7	<i>2.1 Cơ sở lí luận.</i>	3
8	<i>2.2. Thực trạng vấn đề</i>	3-4
9	<i>2.3 Giải pháp thực hiện</i>	4-18
10	<i>2.4. Kết quả</i>	18
11	PHẦN III: KẾT LUẬN - KIẾN NGHỊ	
12	<i>3.1. Kết luận</i>	18-19
13	<i>3.2. Kiến nghị</i>	19
14	<i>Tài liệu tham khảo</i>	20

PHẦN I: MỞ ĐẦU

1.1 LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI.

Chủ đề hàm số là một nội dung cơ bản của chương trình toán THPT. Trong đó bài toán về sự tương giao giữa các đồ thị hàm số là một trong số những bài toán cơ bản của nội dung này, thường xuất hiện trong các đề thi tốt nghiệp, Đại học, Cao đẳng và trong đề thi THPT Quốc gia những năm gần đây. Tuy nhiên có rất nhiều học sinh chưa thực sự hiểu và nắm được cách giải các dạng bài toán liên quan đến sự tương giao mà có chứa tham số, chính vì vậy khi đứng trước các bài toán đó các em thường tỏ ra lúng túng dẫn tới mất nhiều thời gian mới giải quyết được hoặc không giải quyết được.

Yêu cầu của giáo dục hiện nay đòi hỏi phải đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát huy tính tích cực, chủ động sáng tạo của học sinh. Vì vậy người giáo viên phải không ngừng tìm tòi học hỏi để có những giờ dạy gây được hứng thú học tập cho các em thiết kế bài giảng một cách khoa học, hợp lý, giúp học sinh nắm chắc kiến thức tránh nhầm lẫn thường gặp.

Xuất phát từ những lý do trên tôi đã chọn đề tài sáng kiến kinh nghiệm **“Một số kinh nghiệm giải quyết bài toán về sự tương giao của đồ thị hàm số bậc ba có chứa tham số”**

1.2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU.

Giúp cho học sinh nắm chắc kiến thức cơ bản về sự tương giao giữa các đồ thị hàm số đặc biệt là sự tương giao của hàm số bậc 3 và chủ đạo là bài toán về sự tương giao của hàm bậc 3 có chứa tham số.

Giúp học sinh nhận dạng được các trường hợp kèm theo cách giải quyết.

1.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU.

- Các bài toán về sự tương giao của đồ thị hàm số bậc 3 có chứa tham số
- +) Bài toán về sự tương giao mà phương trình hoành độ giao điểm dễ dàng nhận được 1 nghiệm nguyên, từ đó phân tích được thành nhân tử
- +) Bài toán sử dụng phương pháp “ Cô lập tham số ”

- +) Bài toán sử dụng mối quan hệ giữa tương giao và cực trị của hàm số
- Khi phân loại rõ được phương pháp giải trong từng trường hợp giúp học sinh có nhận định nhanh chóng và chính xác con đường nhanh nhất để giải quyết bài toán.

1.4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU.

- Tổ chức và tiến hành thực nghiệm sư phạm (Soạn giáo án thông qua các tiết dạy), thông qua kiểm tra nhận thức của học sinh để kiểm tra tính khả thi của đề tài.
- Trao đổi ý kiến với đồng nghiệp về nội dung sự tương giao của đồ thị hàm số bậc 3 có chứa tham số.
- Nghiên cứu tài liệu: Sách giáo khoa cơ bản, nâng cao; Sách giáo viên; Sách bài tập; Các đề thi; Internet,.....

PHẦN II: NỘI DUNG

2. 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN.

Đề tài được nghiên cứu và thực hiện trên thực tế kinh nghiệm đã giảng dạy các nội dung trong chủ đề ***hàm số*** mà trọng tâm là bài toán về ***sự tương giao của hàm số bậc 3 có chứa tham số***

Khi giải bài tập , học sinh phải được trang bị các kiến thức cơ bản , các kỹ năng phân tích đề bài, kỹ năng nhận dạng bài toán để từ đó suy luận ra quan hệ giữa kiến thức cũ và kiến thức mới, giữa bài toán đã làm và bài toán sẽ làm, hình thành phương pháp giải toán bền vững và sáng tạo.

Hệ thống bài tập phải giúp học sinh có thể tiếp cận và nắm bắt những kiến thức cơ bản nhất , và dần dần phát triển khả năng suy luận, khả năng vận dụng các kiến thức đã học một cách linh hoạt và sáng tạo vào các bài toán. Từ đó học sinh có hứng thú và tạo ra động cơ học tập tốt đối với nội dung này.

2.2. THỰC TRẠNG VẤN ĐỀ

Qua tham khảo ý kiến đồng nghiệp và thực tiễn giảng dạy cho thấy rất nhiều học sinh gặp khó khăn khi giải quyết các bài toán về sự tương giao giữa

các đồ thị hàm số mà có chứa tham số. Sự khó khăn ấy xuất phát từ các nguyên nhân như:

- Chưa có những phương pháp giải cụ thể cho từng dạng bài
- Trong quá trình giải học sinh còn mắc phải sai lầm khi tính toán, biến đổi...trong bước trung gian. Lập luận không chặt chẽ; đánh tráo đề bài...

Chính vì vậy, tôi lựa chọn đề tài ***“Một số kinh nghiệm giải quyết bài toán về sự tương giao của đồ thị hàm số bậc ba có chứa tham số”*** nhằm giúp các em học sinh nắm chắc được kiến thức về các dạng bài tập liên quan đến sự tương giao của hàm bậc ba để các em có thể học tập nội dung này tốt hơn, dẹp bỏ tư tưởng tiêu cực của rất nhiều học sinh xem rằng đây là những câu khó, câu mang tính chất phân loại nên nếu không làm được cũng không sao, có thể nhờ vận may vì xu hướng bây giờ là thi trắc nghiệm

2.3. GIẢI PHÁP THỰC HIỆN

(1) Giải pháp:

- Hệ thống lại các kiến thức cơ bản có liên quan : kiến thức cơ bản về sự tương giao của 2 đồ thị; các kiến thức cơ bản về phương trình bậc 2 như: Định lý Vi-et, điều kiện về nghiệm của phương trình bậc hai,...

- Với mỗi dạng bài tập giáo viên chọn một vài ví dụ điển hình để phân tích và hướng dẫn học sinh tìm ra cách giải tối ưu nhất từ đó đưa ra hệ thống bài tập tương tự để học sinh luyện tập nhằm củng cố kiến thức , giúp học sinh hiểu rõ và nắm chắc phương pháp giải.

- Tổ chức kiểm tra đánh giá sau mỗi chủ đề nhằm đánh giá khả năng tiếp thu kiến thức và năng lực luyện tập của học sinh, từ đó rút ra phương pháp để phát huy điểm mạnh, khắc phục điểm yếu của học sinh.

(2) Nội dung thực hiện

a) Kiến thức cơ bản

- Muốn 2 đồ thị của 2 hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ (chứa tham số m) cắt nhau tại bao nhiêu điểm thì phương trình $f(x)=g(x)$ (*) phải có bấy nhiêu nghiệm và hoành độ giao điểm chính là nghiệm của phương trình (*).

(Phương trình (*) gọi là phương trình hoành độ giao điểm)

- Muốn đồ thị hàm số $y=f(x,m)$ cắt Ox tại bao nhiêu điểm thì phương trình $f(x,m)=0$ (**) phải có bấy nhiêu nghiệm và hoành độ giao điểm chính là nghiệm của phương trình (**).

(Phương trình (*) gọi là phương trình hoành độ giao điểm)

- Các kiến thức cần nhớ

+) Định lý Vi-et: Nếu phương trình $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) có 2 nghiệm

$$x_1, x_2 \text{ thì ta có: } \begin{cases} S=x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ P=x_1x_2=\frac{c}{a} \end{cases} \quad [3]$$

+) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khác $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(x_0) \neq 0 \end{cases}$

- Đối với phương trình bậc ba $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ($a \neq 0$): Nếu đã dự đoán được phương trình có 1 nghiệm $x=x_0$ ta có thể dùng phép chia đa thức hoặc sơ đồ Horner để phân tích thành nhân tử đưa về dạng bậc thấp hơn rồi căn cứ vào yêu cầu cụ thể của từng bài để tìm cách giải phù hợp.

- Điều kiện để hàm số bậc 3 có Cực đại – Cực tiểu (CD – CT) là phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt. [2]

*** Các công thức cần nhớ:**

1) Độ dài đoạn thẳng: Cho $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ ta có $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

2) Khoảng cách từ $M(x_0; y_0)$ cho trước đến đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$

được xác định theo công thức: $d_{(M, \Delta)} = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad [1]$

b) Các dạng toán cơ bản về sự tương giao của hàm bậc 3

b.1. Trường hợp phương trình hoành độ giao điểm nhằm được nghiệm

$x=x_0$

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C): $ax^3+bx^2+cx+d=mx+n$

$$\Leftrightarrow Ax^3+Bx^2+Cx+D=0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-x_0) \left[Ax^2+(B+Ax_0)x-\frac{D}{x_0} \right] =0 \quad [1]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=x_0 \\ g(x)=Ax^2+(B+Ax_0)x-\frac{D}{x_0}=0 \end{cases} \quad (2)$$

+) $d \cap (C)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \text{phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác } x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases}$$

+) $d \cap (C)$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{phương trình (2) cả nghiệm kép khác } x_0 \\ \text{phương trình (2) cả 2 nghiệm phân biệt trong đó cả 1 nghiệm } x=x_0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ g(x_0) \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ g(x_0) = 0 \end{cases}$$

+) $d \cap (C)$ tại 1 điểm $\Leftrightarrow \begin{cases} \text{phương trình (2) vô nghiệm} \\ \text{phương trình (2) cả nghiệm kép bằng } x_0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ \Delta = 0 \\ g(x_0) = 0 \end{cases}$$

***. Một số ví dụ.**

Ví dụ 1: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9mx+1$ (C_m). Tìm m để đường thẳng $d:y=x+1$ cắt đồ thị

a) Tại 2 điểm phân biệt

b) Tại 3 điểm phân biệt [1]

Lời giải

- Xét phương trình hoành độ giao điểm : $x^3-6x^2+9mx+1=x+1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + (9m-1)x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9m-1) = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + 9m-1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

a) d cắt (C_m) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{phương trình (2) có nghiệm kép khác 0} \\ \text{phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 0} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10-9m=0 \\ 9m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{10}{9} \\ m \neq \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{10}{9} \\ m = \frac{1}{9} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

b) d cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10-9m > 0 \\ m \neq \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{10}{9} \\ m \neq \frac{1}{9} \end{cases}$$

Nhận xét :

- Ở câu a : Học sinh thường mắc phải sai lầm là bỏ quên trường hợp phương trình

(2) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 0.

- Ở câu b : Học sinh thường quên mất điều kiện 2 nghiệm phân biệt của phương trình (2) phải khác 0.

Do đó trong quá trình dạy học việc giúp các em nắm rõ bản chất vấn đề là rất cần thiết. Để các em hiểu rõ vấn đề giáo viên có thể nêu 1 số câu hỏi để các em suy nghĩ, phân tích và tự tìm được đáp án

Ví dụ 2: (A- 2010). Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện : $x_1^2+x_2^2+x_3^2 < 4$ [5]

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $x^3-2x^2+(1-m)x+m=0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-x-m)=0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ g(x)=x^2-x-m=0 \end{cases} \quad (2)$$

-Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m > 0 \\ -m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

- Giả sử $x_3=1 \Rightarrow x_1, x_2$ là nghiệm của phương trình (2)

Theo Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1 \cdot x_2=m \end{cases}$

Theo đề ta có : $x_1^2+x_2^2+x_3^2 < 4 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2 < 3 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 < 3$
 $\Rightarrow 1+2m < 3 \Leftrightarrow m < 1$

- Đối chiếu điều kiện ta được : $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ thì thỏa mãn điều kiện đề bài

Nhận xét:

- Cần xác định rõ bài toán có 2 bước :

+) Tìm điều kiện để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

+) Xử lý dữ kiện $x_1^2+x_2^2+x_3^2 < 4$

- Nên xem $x_3=1$ vì bình thường khi áp dụng Vi-et học sinh vẫn quen dùng nghiệm x_1, x_2 .

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ (C). Viết phương trình đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $x_A = 2$ và $BC = 2\sqrt{2}$ [1]

Lời giải:

-Ta có : $x_A = 2 \Rightarrow y_A = 4 \Rightarrow A(2;4)$

$\Rightarrow$ đường thẳng d qua $A(2;4)$ có hệ số góc k nên có phương trình d: $y = k(x-2) + 4$

-Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là : $x^3 - 3x + 2 = k(x-2) + 4$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x - 2 = k(x-2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 1) = k(x-2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 1 - k) = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ g(x) = x^2 + 2x + 1 - k = 0 \end{cases} \quad (2)$$

-Ta có : d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ 9 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < k \neq 9$$

- Gọi $B(x_1; y_1)$, $C(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (2)

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 - k \end{cases}$$

$$\text{-Do } B, C \in d \Rightarrow \begin{cases} y_1 = k(x_1 - 2) + 4 \\ y_2 = k(x_2 - 2) + 4 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } BC^2 = (x_2 - x_1)^2 + k^2(x_2 - x_1)^2$$

$$= (1 + k^2) [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2] = (1 + k^2) [4 - 4(1 - k)]$$

$$\text{Theo đề : } BC = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow BC^2 = 8 \Leftrightarrow (1 + k^2)4k = 8 \Leftrightarrow k^3 + k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình đường thẳng d: $y = x + 2$

Nhận xét: Để giải quyết bài toán trên ta cần tiến hành các bước nhỏ như sau:

- Dựa vào tọa độ điểm A để lập phương trình đường thẳng d có hệ số góc k
- Xét phương trình hoành độ giao điểm để xử lý điều kiện cắt tại 3 điểm .

Linh hoạt trong việc phân tích thành nhân tử

- Sử dụng thành thạo định lý Vi-et

- Sử dụng điều kiện còn lại của đề bài để tìm k và cuối cùng lập phương trình đường thẳng d .

*** Bài tập luyện tập:**

Bài 1. Cho hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+mx+3$ (C_m) . Tìm m để đường thẳng d: $y=x+3$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt. [3]

Đáp số: $\begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases}$

Bài 2. Cho hàm số $y=mx^3-x^2-2x+8m$ (C_m) . Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ âm. [1]

Đáp số: $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$

Bài 3. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx-1$ (C_m) . Tìm m để đường thẳng d: $y=x+m+2$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $BC=4$, biết rằng $x_A=1$ [1]

Đáp số: $m=-1$

b.2. Trường hợp tham số của phương trình bậc 3 đồng bậc

Phương pháp: Cô lập tham số

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) : $ax^3+bx^2+cx+d=mx+n$

$\Leftrightarrow Ax^3+Bx^2+Cx+D=0$ (1) có chứa tham số m

$\Leftrightarrow g(m)=f(x)$ (2)

- Số nghiệm của phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=g(m)$

- Vẽ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trong khoảng xác định
- Từ bảng biến thiên rút ra kết luận

***. Một số ví dụ.**

Ví dụ 1: Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2m+3$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt. [1]

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3-3x^2-9x+2m+3=0$

$$\Leftrightarrow x^3-3x^2-9x+3=2m \quad (1)$$

- Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+3$ (C) và đường thẳng $y=2m$

- Khảo sát nhanh hàm số $y=x^3-3x^2-9x+3$ (C)

+) TXĐ : $D=R$

$$+) y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=8 \\ x=3 \Rightarrow y=24 \end{cases}$$

+) BBT:

x	$-\infty$	-1	-3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	8	24	$+\infty$	

Nhìn vào BBT ta thấy : $-24 < 2m < 8 \Leftrightarrow -4 < m < 12$ thì yêu cầu của bài toán được thỏa mãn.

Nhận xét:

- Cần để học sinh thấy sự khác biệt so với dạng bài nêu ở mục **b.1**

Cụ thể:

+) Phương trình hoành độ giao điểm có nhằm được nghiệm không?

+) Tham số m có độc lập không ?

- Thực hiện biến đổi chuyển tham số về 1 vế $\Rightarrow$ Chuyển về bài toán xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=f(m)$.

- Căn cứ vào BBT để rút ra kết luận

Ví dụ 2: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}\cos^3x-\cos 2x+3\cos x+5m-3$ (C_m) và đường

thẳng $d: y=2m+1$. Biện luận theo m số giao điểm của (C_m) và d . [1]

Lời giải

- Xét phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{1}{3}\cos^3x-\cos 2x+3\cos x+5m-3=2m+1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\cos^3x-(2\cos^2x-1)+3\cos x-4=3m$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\cos^3x-2\cos^2x+3\cos x-3=3m$$

- Đặt $t=\cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$)

- Phương trình trở thành: $\frac{1}{3}t^3-2t^2+3t-3=3m$ (1)

- Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số

$y=\frac{1}{3}t^3-2t^2+3t-3$ (C) và đường thẳng $y=3m$

-Ta có: $y'=t^2-4t+3$. $y'=0 \Leftrightarrow t^2-4t+3=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=3 \notin [-1;1] \end{cases} \Rightarrow y=\frac{5}{3}$

- BBT:

t	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'			+	0	-
y					

$\frac{25}{3}$ $\nearrow$ $\frac{5}{3}$

$$+) \begin{cases} -3m < \frac{25}{3} \\ -3m > \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{25}{9} \\ m < \frac{5}{9} \end{cases} \text{ thì } d \text{ và } (C_m) \text{ không cắt nhau.}$$

+) $\frac{5}{9} \leq m \leq \frac{25}{9}$ thì phương trình (1) có 1 nghiệm duy nhất. Khi đó d cắt

(C_m) tại 2 họ nghiệm.

Nhận xét:

- Nhiều học sinh thấy hàm số lượng giác thì đã tỏ ra lúng túng và “ nản “, tuy nhiên thông qua biến đổi hoàn toàn có thể chuyển về hàm số mới quen thuộc thông qua việc đặt ẩn phụ ($t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$)).

(*Đặc biệt chú ý điều kiện của t*)

- Sau đó sử dụng phương pháp cô lập tham số để giải quyết bài toán.

- Khi biện luận trường hợp phương trình (1) có 1 nghiệm duy nhất đa số các em học sinh đều vội vàng kết luận là d cắt (C_m) tại 2 điểm mà vô tình quên mất tính tuần hoàn của hàm số lượng giác.

***. Bài tập tự luyện:**

BT 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt. [1]

Đáp số: $-5 < m < 27$

BT 2: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + m$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt. [4]

Đáp số: $0 < m < 32$

BT 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Tìm m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. [4]

Đáp số: $-4 < m < 0$

b.3. Dựa vào mối quan hệ giữa tương giao và cực trị

Phương pháp:

Xét phương trình $Ax^3+Bx^2+Cx+D=0$ (1) § $\Delta g(x)=Ax^3+Bx^2+Cx+D$

- TH 1: Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \text{ không cắt trục } \\ g(x) \text{ cắt trục } \text{ @ } i - \text{ trục } t\text{ @ } u \\ y_{CS} \cdot y_{CT} > 0 \end{cases}$$

TH 2: $g(x)$ tiếp xúc với Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \text{ cắt 2 trục } \\ y_{CS} \cdot y_{CT} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{phương trình } g(x)=0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt}$$

TH 3: $g(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3

$$\text{nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \text{ cắt trục } \text{ @ } i - \text{ trục } t\text{ @ } u \text{ (CS-CT)} \\ y_{CS} \cdot y_{CT} < 0 \end{cases} \quad [1]$$

***. Một số ví dụ.**

Ví dụ 1: Cho hàm số $y=x^3-3m^2x+2m$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại đúng 2 điểm phân biệt. [1]

Lời giải:

- Xét phương trình : $x^3-3m^2x+2m=0$ (1)

- Để để (C_m) cắt Ox tại đúng 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2

$$\text{nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} (C_m) \text{ cắt CS - CT} \\ y_{CS} \cdot y_{CT} = 0 \end{cases}$$

-Ta có : $y'=3x^2-3m^2$. $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3m^2=0 \Leftrightarrow x^2=m^2$

+) (C_m) có CĐ- CT $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2>0 \Leftrightarrow m \neq 0$

$$+) x^2=m^2 \Rightarrow \begin{cases} x=m \\ x=-m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2m-2m^3 \\ y=2m+2m^3 \end{cases}$$

$$+) y_{CS} \cdot y_{CT} = 0 \Leftrightarrow (2m-2m^3) \cdot (2m+2m^3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 & (\text{không thỏa mãn điều kiện}) \\ m=\pm 1 & (\text{thỏa mãn điều kiện}) \end{cases}$$

- Vậy với $m = \pm 1$ thì yêu cầu của đề bài được thỏa mãn.

Nhận xét:

- Khi xét phương trình (1) cần phân tích để học sinh hiểu tại sao không thể sử dụng cách giải như các bài toán đã nêu ở mục **b.1** và **b.2**

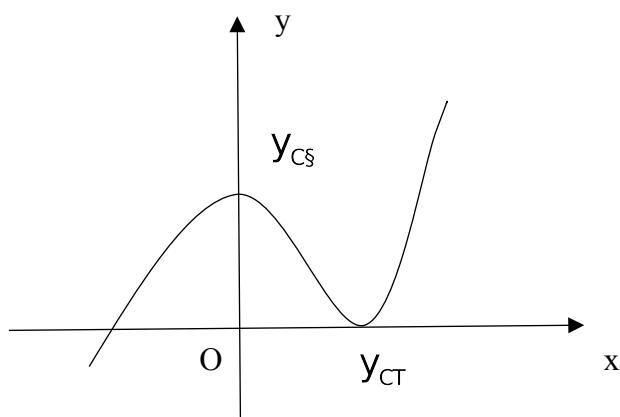
+ Phương trình hoành độ giao điểm không nhằm được nghiệm

+ Tham số cũng không đồng bậc.

$\Rightarrow$ Không thể áp dụng cách giải của 2 trường hợp đã nêu ở mục **b.1** và mục **b.2** được.

- Khi đó ta phải dựa vào mối liên hệ giữa sự tương giao với cực trị.

(Có thể minh họa đơn giản như sau để học sinh dễ hiểu)



- Khi đó bài toán đã cho chuyển về bài toán cực trị quen thuộc.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ (C_m). Tìm m để (C_m) tiếp xúc với Ox . [1]

Lời giải:

- Xét phương trình : $x^3 + mx + 2 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow m = x^2 - \frac{2}{x} \quad (x \neq 0) \quad (2)$$

(C_m) tiếp xúc với $Ox \Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = x^2 - \frac{2}{x}$ ($x \neq 0$) cắt đường thẳng $y = m$ tại 2 điểm

phân biệt.

- Ta có : $y' = -2x + \frac{2}{x^2} \Leftrightarrow y' = \frac{-2x^3 + 2}{x^2}$

+) $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^3 + 2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

+) BBT:

X	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	+	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	-3	$-\infty$

Từ BBT ta thấy $m=3$ thì yêu cầu bài toán được thỏa mãn.

Nhận xét:

- Khi giải bài toán trên nhiều học sinh giải máy móc như sau:

$$(C_m) \text{ tiếp xúc với } Ox \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Hàm số cắt } C\Phi - CT \\ y_{C\Phi} \cdot y_{CT} = 0 \end{cases}$$

Tuy nhiên để giải quyết được theo hướng này tương đối phức tạp.

- Do đó, ta nên chọn hướng xử lý khác phù hợp hơn. Cụ thể, nên sử dụng điều kiện: (C_m) tiếp xúc với $Ox \Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

- Với phương án trên ta hoàn toàn sử dụng được phương án cô lập tham số như đã nêu ở trên.

- Bài toán trên có thể mở rộng thêm yêu cầu:

1) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 1 điểm và khi đó nhìn vào BBT ở trên ta thấy $m > 3$

2) Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt và khi đó nhìn vào BBT ở trên ta thấy $m < 3$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3m^2x + 3mx - 1$ (C_m). Tìm m để hàm số có CĐ – CT nằm ở 2 phía so với trục Ox . [1]

Lời giải:

- Để CĐ- CT ở 2 phía so với trục Ox thì (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^3 - 3m^2x + 3mx - 1 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (x-1)[x^2 - (3m-1)x + 1] = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Đặt $g(x) = x^2 - (3m-1)x + 1$

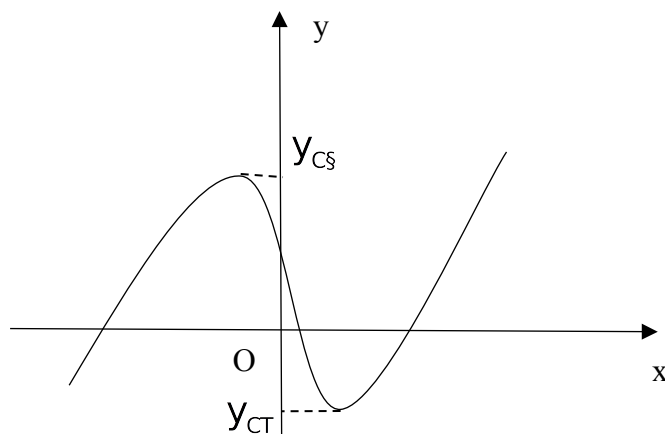
- Khi đó phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 6m - 3 > 0 \\ 3 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{1}{3} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

- Vậy với $\begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$ thì yêu cầu bài toán được thỏa mãn.

Nhận xét:

- Đối với những bài toán như thế này nên lưu ý học sinh nhớ và hiểu cách giải thông qua hình vẽ thay vì việc chỉ nhớ máy móc cách làm.



- Căn cứ vào yêu cầu của bài toán để định hướng học sinh cách giải tối ưu nhất. Cụ thể:

(C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} H_m \text{ sè cấ } C_S - C_T \\ y_{CS} \cdot y_{CT} < 0 \end{cases}$$

- Ba câu hỏi trên là tương đương và điểm mấu chốt ở đây là ta hiểu được cách chuyển đổi giữa các bài toán trên. Ở đây đề bài đang muốn hỏi câu thứ 3 nhưng nếu ta giải trực tiếp máy móc thì sẽ phức tạp và mất nhiều thời gian hơn.

- Quan sát phương trình (1) ta nhận thấy dễ dàng nhầm được nghiệm và khi đó bài toán chuyển hóa về câu hỏi thứ 2 và trở về bài toán như mục 1 để đề cập.

*** Bài tập tự luyện:**

BT 1: Cho hàm số $y=x^3-3m^2x+3(m^2-1)x-(m^2-1)$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ dương. [1]

Đáp số: $\sqrt{3}<m<1+\sqrt{2}$

BT 2: Cho hàm số $y=x^3+3(m+1)x^2+3(m^2+1)x+m^3+1=0$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt Ox tại một điểm duy nhất. [1]

Đáp số: Với mọi giá trị của m

2.4. KẾT QUẢ THỰC HIỆN

Trải qua thực tiễn giảng dạy nội dung các bài giảng liên quan đến SKKN và có sự tham góp của đồng nghiệp, vận dụng SKKN vào giảng dạy đã thu được một số kết quả nhất định sau:

1) Đa số các em hiểu và nắm được các cách giải bài toán về sự tương giao của hàm bậc 3 có chứa tham số trong các trường hợp, không còn lúng túng trong việc xác định dạng bài và phương pháp giải như trước nữa.

2) Một số học sinh khá – giỏi còn biết phát triển mở rộng thêm bài toán mới từ bài toán gốc ban đầu.

III. KẾT LUẬN - KIẾN NGHỊ

3.1 Kết luận

Bản thân tôi luôn xác định với học sinh đối với môn Toán bài tập thì vô vàn nhưng chung quy lại ở một số dạng và dạng bài nào cũng có phương pháp giải rõ ràng. Vậy nên việc nhận định dạng bài và hiểu được phương pháp giải thì sẽ giải quyết được các bài toán ấy một cách nhanh chóng và chính xác.

Khi áp dụng vào thực tế giảng dạy tôi nhận thấy sự tiến bộ rõ rệt ở học sinh. Phần lớn các em đã không còn “sợ” và “ngại” các bài toán liên quan đến sự tương giao của hàm số bậc 3 nữa, một số em còn thể hiện sự linh hoạt trong cách giải các bài toán dạng này.

3.2. Kiến nghị

Bài toán về sự tương giao của hàm số bậc 3 là một trong số những bài toán cơ bản của chủ đề hàm số và thường gặp trong các đề thi. Do đó trong khi dạy học giáo viên cần tìm những bài toán cơ bản nhất để phân tích và giúp học sinh hiểu và nắm vững cách giải. Từ đó giúp các em có tư duy linh hoạt hơn ở các bài tập tương tự và các dạng toán khác nữa ví dụ như : Bài toán về sự tương giao của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất ; Bài toán về sự tương giao của hàm trùng phương

Mặc dù có nhiều cố gắng nhưng kinh nghiệm nghiên cứu còn nhiều hạn chế vậy nên trong quá trình viết sáng kiến kinh nghiệm này chắc hẳn không tránh khỏi những thiếu sót . Kính mong nhận được sự quan tâm, đóng góp ý kiến của quý thầy cô để đề tài của tôi được hoàn thiện hơn. Tôi xin trân trọng cảm ơn!

XÁC NHẬN CỦA ĐƠN VỊ KT. Hiệu trưởng PHT Đỗ Duy Thành	<i>ThanhHóa, ngày 25 tháng 5 năm 2017</i> CAM KẾT KHÔNG COPY. Nguyễn Thị Thiêm
--	--

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Tư liệu trên mạng Internet
- [2] SGK Giải tích 12 Cơ bản và Nâng cao – NXB Giáo dục
- [3] SGK Đại Số 10 Cơ bản.
- [4] Sách BT Giải tích 12 Cơ bản – NXB Giáo dục
- [5] Đề thi đại học của một số năm .