|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THANH OAI** | **ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 8 NĂM HỌC 2022-2023****Môn: Toán***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể giao đề)**Đề thi gồm có: 01 trang* |

**Bài 1: (4,0 điểm)**

**1.** Phân tích đa thức thành nhân tử

**2.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n > 1 thì số  là hợp số

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Cho  và . Tính giá trị của biểu thức 

**2.** Cho a, b ∈ Q thỏa mãn . Chứng minh rằng là bình phương của một số hữu tỉ.

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình nghiệm nguyên 

**2.** Tìm x, y biết 

**Bài 4: (7,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, I là điểm bất kỳ trên cạnh AB, kẻ HI vuông góc với HK (K ∈ AC)

a) Chứng minh ∆BIH ~ ∆AKH

b) Chứng minh HI.BC = IK.AB

c) Tìm vị trí điểm I trên cạnh AB để diện tích tam giác HIK đạt giá trị nhỏ nhất

**Bài 5: (1,0 điểm)** Cho x, y, z là các số nguyên dương thỏa mãn . Chứng minh rằng z = 1

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN LỚP 8**

**Năm học:2022-2023**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (4,0 điểm)**

**1.** Phân tích đa thức thành nhân tử

**Lời giải**

Ta có 







**2.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n > 1 thì số  là hợp số

**Lời giải**

Ta có 





Vì là số tự nhiên n > 1 nên; là số tự nhiên và  nên số  là hợp số

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Cho  và . Tính giá trị của biểu thức 

Vì  ⇒

Ta có ⇒ 

⇒

Mà  nên a – b < 0 và a + b > 0 ⇒ P < 0

⇒

**Lời giải**

**2.** Cho a, b ∈ Q thỏa mãn . Chứng minh rằng là bình phương của một số hữu tỉ.

**Lời giải**

Ta có 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

Vì a, b ∈ Q nên nên là bình phương của số hữu tỉ

Vậy a, b ∈ Q thỏa mãn thì 1 – ab là bình phương của số hữu tỉ

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình nghiệm nguyên 

**Lời giải**

Ta có  ⇔ 

⇔ ⇔ 

Vì x, y ∈ Z nên 2x + 1, 2y + 1 ∈ Z và là ước của 167

Ta có bảng

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2x + 1 | 1 | -1 | 167 | -167 |
| 2y + 1 | 167 | -167 | 1 | -1 |
| x | 0 | -1 | 83 | -84 |
| y | 83 | -84 | 0 | -1 |

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm (0 ; 83) ; (-1 ; -84) ;  (83 ; 0) ; (-84 ; -1)

**2.** Tìm x, y biết 

**Lời giải**

Ta có  ⇔ 

⇔  ⇔ 

Vì  nên 

 với mọi y

Dấu “=” xảy ra ⇔

Vậy với x = 1 và y = -2 thì 

**Bài 4: (7,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, I là điểm bất kỳ trên cạnh AB, kẻ HI vuông góc với HK (K ∈ AC)

a) Chứng minh ∆BIH ~ ∆AKH

b) Chứng minh HI.BC = IK.AB

c) Tìm vị trí điểm I trên cạnh AB để diện tích tam giác HIK đạt giá trị nhỏ nhất

**Lời giải**



1. Xét ∆BIH và ∆AKH có

(cùng phụ với )

(cùng phụ với )

⇒ ∆BIH ~ ∆AKH (g.g)

1. Xét ∆BHA và ∆IHK có



 (Vì ∆BIH ~ ∆AKH)

⇒ ∆BHA ~ ∆IHK (c.g.c)

Lại có ∆BHA ~ ∆BAC (g.g)

⇒ ∆IHK ~ ∆BAC

⇒⇒ HI.BC = IK.AB

1. Ta có ∆IHK ~ ∆BAC (c/m trên)

Mà ∆BAC cố định nên H không đổi

⇒ ∆IHK đồng dạng với chính nó khi I thay đổi

Để SIHK nhỏ nhất ⇔ IH nhỏ nhất ⇔ IH ⊥ AB

Vậy khi I là chân đường vuông góc hạ từ H xuống AB thì SIHK nhỏ nhất

**Bài 5: (1,0 điểm)** Cho x, y, z là các số nguyên dương thỏa mãn . Chứng minh rằng z = 1

**Lời giải**

Ta có ⇒mà x > 1 nên  là số chẵn ⇒ y lẻ

Đặt y = 2k + 1 (k ∈ Z)

Giả sử z > 1 khi đó có hai trường hợp

+ Trường hợp 1: z là só chẵn, đặt z = 2m ta có



Vì x > 1 và x nguyên dương nên x ≥ 2 nên 

Mà không chia hết cho 4

⇒ z là số chẵn là sai

+ Trường hợp 1: z là só lẻ, đặt z = 2m + 1 ta có



⇒  và là số lẻ vì nó là tổng lẻ các số lẻ

⇒ có ước lẻ lớn hơn 1

Mà không có ước lẻ lớn hơn 1 (vô lí)

Vậy giả sử z > 1 là sai

Mà z nguyên dương ⇒ z =1

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**