|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐÔNG HÀĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCSNĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN ***Thời gian làm bài 150 phút*** |

1. (4 *điểm*)

Cho biểu thức: 

* 1. Chứng minh 
  2. Tìm tất cả các số nguyên *x* để A đạt giá trị nguyên.

1. (4 *điểm*)
2. Cho là các số thực thỏa mãn: Khai phương biểu thức sau

**2)** Giải phương trình: 

1. (4 *điểm*)
   1. Chứng minh: với là các số thực bất kì
   2. Cho là các số thực dương. Chứng minh rằng:



1. (*6 điểm*)

Cho hình vuông ABCD. Trên canh AB lấy điểm N; đường thẳng CN cắt DA tại E ; đường thẳng vuông góc với CE tại C cắt AB tại F. Gọi M là trung điểm EF.

1. Chứng minh CM vuông góc với EF.

2. Chứng minh ba điểm B, D, M thẳng hàng.

3. Tìm vị trí của điểm N trên AB để diện tích của tứ giác AEFC gấp ba lần diện tích của hình vuông ABCD.

1. (*2 điểm*)

Tìm tất cả các số nguyên  thỏa mãn 

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS **ĐÔNG HÀ**  **Năm học: 2020-2021** |

1. (4 *điểm*)

Cho biểu thức: 

1. Chứng minh 

2. Tìm tất cả các số nguyên *x* để A đạt giá trị nguyên.

**Lời giải :**

1. Chứng minh 



2. Tìm tất cả các số nguyên *x* để A đạt giá trị nguyên.

Để thì 

1. (4 *điểm*)
2. Cho là các số thực thỏa mãn: Khai phương biểu thức sau
3. Giải phương trình: 

**Lời giải**

* + 1. Cho là các số thực thỏa mãn: Khai phương biểu thức sau

Ta có:



Do đó: 

* + 1. Giải phương trình: 

ĐKXĐ: 



1. (4 *điểm*)

**1**. Chứng minh:  với là các số thực bất kì

**2**. Cho là các số thực dương. Chứng minh rằng:



**Lời giải**

**1**. Chứng minh:  với là các số thực bất kì



**2**. Cho là các số thực dương. Chứng minh rằng:



Vì là các số thực dương nên 

Chia hai vế BĐT cho abc ta được :

Đặt 

Thay vào BDT ta được: 

Ta chứng minh BĐT: luôn đúng với 



Áp dung BĐT cô si cho các cặp số dương ta có:

luôn đúng.

Vậy  với.

1. (*6 điểm*)

Cho hình vuông ABCD. Trên canh AB lấy điểm N; đường thẳng CN cắt DA tại E ; đường thẳng vuông góc với CE tại C cắt AB tại F. Gọi M là trung điểm EF.

1. Chứng minh CM vuông góc với EF.

2. Chứng minh ba điểm B, D, M thẳng hàng.

3. Tìm vị trí của điểm N trên AB để diện tích của tứ giác AEFC gấp ba lần diện tích của hình vuông ABCD.

**Lời giải**



1. Chứng minh CM vuông góc với EF.

Chứng minh 

vuông cân tại C có CM là đường trung tuyến nên 

2. Chứng minh ba điểm B, D, M thẳng hàng.

Chứng minh tứ giác BMFC nôi tiếp đường tròn đường kính CF.



Mà  Vì vuông cân tại C



Lại có:



Vậy ba điểm B, D, M thẳng hàng.

3. Tìm vị trí của điểm N trên AB để diện tích của tứ giác AEFC gấp ba lần diện tích của hình vuông ABCD.

Ta có 





Để  thì:





Vậy N là trung điểm của AB thì.

1. (*2 điểm*)

Tìm tất cả các số nguyên  thỏa mãn 

**Lời giải**

**Giả sử **là nghiệm nguyên của phương trình 

Thì ta có : (1)

Vì:

Nên để PT có nghiệm nguyên thì, đặt . Thay  vào (1) ta có:



Khi đó: đặt, ta có: 

Khi đó: đặt, ta có: 

Như vậy **** cũng là nghiệm nguyên của pt. Quá trình tiếp tục như vậy ta suy ra các bộ số**** với mọi **** cũng là nghiệm của pt, điều này xảy ra khi 

Vậy pt có nghiệm duy nhất là****

🙢**HẾT**🙠