MỤC LỤC

◆CHƯƠNG ⑩. XÁC SUẤT

▶BÀI ❶. KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

❶. BIẾN CỐ

①. Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

②. Không gian mẫu

Tập hợp các kết quả có thể xẩy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là Ω.

- **Ví dụ:** Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{S; N\}$

③. Một biến cố A (còn gọi là sự kiện A) liên quan tới phép thử T là biến cố mà việc xẩy ra hay không xẩy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của T.

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho biến cố A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.

④. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu bởi $n(A)$ hoặc Ω_A. Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ A để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho A.

Khi đó ta cũng nói biến cố A được mô tả bởi tập A.

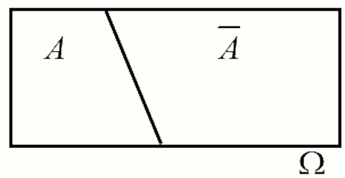
⑤. Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xẩy ra khi thực hiện hiện phép thử T. Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được ký hiệu là Ω.

⑥. Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xẩy ra khi thực hiện phép thử T. Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$.

⑦. Các phép toán trên biến cố

- Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\overline{A}$. Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

- Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố A và B.
- Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố A và B.
- Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì ta nói A và B xung khắc.



⑧. Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.

Kí hiệu	Ngôn ngữ biến cố
$A \in \Omega$	A là biến cố
$A = \varnothing$	A là biến cố không
$A = \Omega$	A là biến cố chắc chắn
$C = A \cup B$	C là biến cố "A hoặc B"
$C = A \cap B$	C là biến cố "A và B"
$A \cap B = \varnothing$	A và B xung khắc
$B = \overline{A}$	A và B đối nhau

❷. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

①. Định nghĩa cổ điển của xác suất:

- Cho T là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn. Giả sử A là một biến cố được mô ta bằng $\Omega_A \subset \Omega$. Xác suất của biến cố A, kí hiệu bởi $P(A)$, được cho bởi công thức

- $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{\text{Soá keát quaû thuaän lôïi cho A}}{\text{Soá keát quaû coù theå xaûy ra}}$.

Chú ý:

$0\le P(A)\le 1$.

$P(\Omega)=1,\ P(\varnothing)=0$.

②. Định nghĩa thống kê của xác suất

- Xét phép thử ngẫu nhiên T và một biến cố A liên quan tới phép thử đó. Nếu tiến hành lặp đi lặp lại N lần phép thử T và thống kê số lần xuất hiện của A là n.
- Khi đó xác suất của biến cố A được định nghĩa như sau:

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

Dạng ❶: Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

Phương pháp

- Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một hoạt động mà ta không thể biết trước được kết quả của nó.
- Tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử ngẫu nhiên được gọi là không gian mẫu, kí hiệu là Ω

Chú ý: Trong chương này ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn phần tử.

☞Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định không gian mẫu của mỗi phép thử ngẫu nhiên sau:

Mặt sấp Mặt ngửa

a) Tung đồng xu một lần;

b) Tung đồng xu hai lần.

Lời giải

a) Khi tung đồng xu một lần, ta có không gian mẫu là $\Omega = \{S; N\}$, trong đó kí hiệu S để chỉ đồng xu xuất hiện mặt sấp và N để chỉ đồng xu xuất hiện mặt ngửa.

b) Khi tung đồng xu hai lần, ta có không gian mẫu là $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

Ở đây ta quy ước SN có nghĩa là lần đầu tung được mặt sấp, lần sau tung được mặt ngửa. Các kí hiệu SS, NS, NN được hiểu một cách tương tự.

Câu 2: Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Hãy xác định không gian mẫu của các phép thử sau:

a) Lấy ngẫu nhiên một quả bóng;

b) Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc hai quả bóng;

c) Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng.

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$.

b) Do mỗi lần ta lấy hai quả bóng mà không tính đến thứ tự nên không gian mẫu sẽ gồm các tập con gồm hai phần tử của tập hợp $\{1; 2; 3; 4\}$, tức là:

$\Omega = \{\{1; 2\}; \{1; 3\}; \{1; 4\}; \{2; 3\}; \{2; 4\}; \{3; 4\}\}$.

c) Do hai quả bóng được lấy lần lượt nên ta cần phải tính đến thứ tự lấy bóng. Nếu lần đầu lấy được bóng số 3, lần sau lấy được bóng số 1 thì ta sẽ kí hiệu kết quả của phép thử là cặp $(3; 1)$. Khi đó không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(1; 2); (2; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 4); (4; 1)(2; 3); (3; 2); (2; 4); (4; 2); (3; 4); (4; 3)\}$.

•Dạng ❷: Biến cố

Phương pháp

- Mỗi tập con của không gian mẫu được gọi là một biến cố, kí hiệu là $A, B, C, \cdots$ Một kết quả thuộc A được gọi là kết quả làm cho A xảy ra, hoặc kết quả thuận lợi cho A.

☞**Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Xét phép thử gieo hai con xúc xắc.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Viết tập hợp mô tả biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố đó?

Lời giải

a) Kết quả của phép thử là một cặp số $(i;j)$, trong đó i và j lần lượt là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất và thứ hai.

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = (1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(1;6);$$
$$(2;1);(2;2);(2;3);(2;4);(2;5);(2;6);$$
$$(3;1);(3;2);(3;3);(3;4);(3;5);(3;6);$$
$$(4;1);(4;2);(4;3);(4;4);(4;5);(4;6);$$
$$(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6);$$
$$(6;1);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5);(6;6)\}$$

Ta cũng có thể viết không gian mẫu dưới dạng:

$$\Omega = \{(i,j) \mid i,j = 1,2,\cdots,6\}.$$

b) Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện bằng 4 ". Tập hợp mô tả biến cố A là:

$$A = \{(1;3);(2;2);(3;1)\}.$$

Như vậy có ba kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra, kí hiệu là Ω.

Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra, ki hiệu là $\varnothing$.

Đôi khi ta cần dùng các quy tắc đếm và công thức tổ hợp để xác định số phần tử của không gian mẫu và số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố.

Câu 2: Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.

b) Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nữ?

Lời giải

a) Do ta chọn ra 3 bạn khác nhau từ 9 bạn trong nhóm và không tính đến thứ tự nên số phần tử của không gian mẫu là $C_9^3=84$.

b) Ta có C_4^2 cách chọn ra 2 bạn nữ từ 4 bạn nữ. Ứng với mỗi cách chọn 2 bạn nữ có C_5^1 cách chọn ra 1 bạn nam từ 5 bạn nam.

Theo quy tắc nhân ta có tất cả $C_4^2C_5^1$ cách chọn ra 2 bạn nữ và 1 bạn nam từ nhóm bạn. Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn chọn ra có đúng 2 bạn nữ" là $C_4^2C_5^1=30$.

©. Dạng toán rèn luyện

⬩Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau". Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $n(A)=6$. **B.** $n(A)=12$. **C.** $n(A)=16$. **D.** $n(A)=36$.

Lời giải

Chọn A

Gọi cặp số $(x;y)$ là số chấm xuất hiện ở hai lần gieo.

Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau".

Các kết quả của biến cố A là: $\{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$.

Suy ra $n(A)=6$.

Câu 2: Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp ba lần. Gọi A là biến cố "Có ít nhất hai mặt sấp xuất hiện liên tiếp" và B là biến cố "Kết quả ba lần gieo là như nhau". Xác định biến cố $A\cup B.$

A. $A\cup B=\{SSS,SSN,NSS,SNS,NNN\}$. **B.** $A\cup B=\{SSS,NNN\}$.

C. $A\cup B=\{SSS,SSN,NSS,NNN\}$. **D.** $A\cup B=\Omega$.

Lời giải

Chọn C

$A=\{SSS,SSN,NSS\}$, $B=\{SSS,NNN\}$. Suy ra $A\cup B=\{SSS,SSN,NSS,NNN\}$.

Câu 3: Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 64. **B.** 10. **C.** 32. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Mỗi lần gieo có hai khả năng nên gieo 5 lần theo quy tắc nhân ta có $2^5=32$.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=32$.

Câu 4: Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?

A. 140608. **B.** 156. **C.** 132600. **D.** 22100.

Lời giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega)=C_{52}^3=22100$.

⬩Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 10, khi đó:

a) Không gian mẫu có 10 kết quả

b) Gọi A là biến cố: "Chọn được một số chính phương", khi đó $n(A)=2$

c) Gọi B là biến cố: "Chọn được một số chẵn", khi đó $n(B)=5$

d) Gọi C là biến cố: "Chọn được một số lẻ", khi đó $n(C)=6$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) $\Omega=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

b) $A=\{1;4;9\}$.

c) $B=\{2;4;6;8;10\}$

d) $C=\{1;3;5;7;9\}$

Câu 2: Gieo đồng thời hai viên xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất, khi đó:

a) $n(\Omega)=12$

b) Gọi A là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên mỗi viên xúc xắc là một số chẵn", khi đó: $n(A)=9$

c) Gọi B là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên mỗi viên xúc xắc là một số lẻ", khi đó: $n(B)=9$

d) Gọi C là biến cố: "Số chấm xuất hiện trên mỗi viên xúc xắc là bằng nhau", khi đó: $n(C)=1$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Ta lập được bảng mô tả không gian mẫu như sau:

VXX 2 \ VXX 1	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
1 chấm	(1; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)	(6; 1)
2 chấm	(1; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)	(6; 2)
3 chấm	(1; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(4; 3)	(5; 3)	(6; 3)
4 chấm	(1; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(4; 4)	(5; 4)	(6; 4)
5 chấm	(1; 5)	(2; 5)	(3; 5)	(4; 5)	(5; 5)	(6; 5)
6 chấm	(1; 6)	(2; 6)	(3; 6)	(4; 6)	(5; 6)	(6; 6)

(VXX: Viên xúc xắc).

b) $A=\{(2;2),(2;4),(2;6),(4;2),(4;4),(4;6),(6;2),(6;4),(6;6)\}$.

c) $B=\{(1;1),(3;1),(5;1),(1;3),(3;3),(5;3),(1;5),(3;5),(5;5)\}$.

d) $C=\{(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(5;5),(6;6)\}$.

Câu 3: Gieo một đồng xu cân đối liên tiếp ba lần, khi đó:

a) $n(\Omega)=8$

b) Gọi A là biến cố: "Không gieo được mặt ngửa", khi đó: $n(A)=1$

c) Gọi A là biến cố: "Không gieo được mặt ngửa", khi đó $n(\overline{A})=1$

d) Gọi B là biến cố: "Gieo được mặt ngửa", khi đó $n(B)=7$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Kí hiệu N là mặt ngửa của đồng xu và S là mặt sấp của đồng xu. Khi gieo một đồng xu cân đối liên tiếp ba lần ta được không gian mẫu là:

$\Omega = \{NNN, NNS, NSN, NSS, SNN, SNS, SSN, SSS\}$.

$A = \{SSS\}; \overline{A} = C_{\Omega}A = \{NNN, NNS, NSN, NSS, SNN, SNS, SSN\}$.

Gọi B là biến cố: "Gieo được mặt ngửa", khi đó $n(B) = 7$

Câu 4: Xét phép thử là gieo một đồng xu gồm hai mặt sấp ngửa 3 lần liên tiếp, khi đó:

a) $n(\Omega) = 8$

b) Gọi A là biến cố: "Gieo được mặt sấp", khi đó $n(\overline{A}) = 1$

c) Gọi B là biến cố: "Gieo được mặt sấp", khi đó $n(B) = 1$

d) Gọi C là biến cố: "Kết quả của lần gieo thứ hai và thứ 3 khác nhau", khi đó $n(C) = 4$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Ta có không gian mẫu: $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$. Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 8$.

b) Gọi A là biến cố: "Gieo được mặt sấp", khi đó $n(\overline{A}) = 1$

c) Gọi B là biến cố: "Gieo được mặt sấp", khi đó $n(B) = 7$

d) Ta có: $C = \{SSN, SNS, NNS, NSN\}$. Số phần tử của C là $n(A) = 4$.

Câu 5: Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần, khi đó:

a) $n(\Omega) = 36$

b) Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3", khi đó: $n(A) = 8$

c) Gọi B là biến cố: "Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai", khi đó: $n(B) = 12$

d) Gọi C là biến cố: "Số chấm xuất hiện ở lần một nhỏ hơn số chấm xuất hiện ở lần hai", khi đó: $n(C) = 12$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai

a) Không gian mẫu $\Omega = \{(1;1),(1;2),(1;3),\cdots,(2;1),(2;2),\cdots,(6;6)\}$ hay $\Omega = \{(i;j) | i,j = 1,2,\cdots,6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6^2 = 36$.

b) $A = \{(1;2),(2;1),(1;5),(5;1),(2;4),(4;2),(3;3),(3;6),(6;3),(4;5),(5;4),(6;6)\}$. Suy ra $\Rightarrow n(A) = 12$.

c) Biến cố B hoàn toàn giống với việc sắp xếp thứ tự $6,5,4,3,2,1$ rồi chọn hai từ sáu chữ số trên (không xáo trộn vị trí), ta có $n(B) = C_6^2 = 15$.

d) Biến cố C hoàn toàn giống với việc sắp xếp thứ tự $1,2,3,4,5,6$ rồi chọn hai từ sáu chữ số trên (không xáo trộn vị trí), ta có $n(C) = C_6^2 = 15$.

Câu 6: Xét phép thử gieo một đồng tiền hai lần với các biến cố:

A: "Kết quả hai lần gieo là như nhau", B: "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp", C: "Lần thứ hai xuất hiện mặt sấp", D: "Không xuất hiện mặt ngửa". Khi đó:

a) $n(A) = 2$.

b) $n(B) = 2$.

c) $n(C) = 2$.

d) $n(D) = 2$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Ta có: $A = \{SS, NN\}$, suy ra $n(A) = 2$.

b) Ta có: $B = \{SN, NS, SS\}$, suy ra $n(B) = 3$.

c) Ta có: $C = \{NS, SS\}$, suy ra $n(B) = 2$.

d) $D = \{SS\} \Rightarrow n(D) = 1$

Câu 7: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Khi đó:

a) $n(\Omega) = 1000$

b) Gọi A là biến cố: "Chọn được số tự nhiên có các chữ số đôi một khác nhau", khi đó: $n(A) = 648$

c) Gọi B là biến cố: "Chọn được số tự nhiên chia hết cho 5", khi đó: $n(B) = 180$

d) Gọi C là biến cố: "Chọn được số tự nhiên chẵn", khi đó $n(C) = 500$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$. Số cách chọn $a(a$ khác 0$)$ và b,c lần lượt là $9,10,10$ nên số các số tự nhiên gồm ba chữ số là $9.10.10=900$.

Phép thử đang xét là hoạt động chọn ngẫu nhiên một số từ S nên số kết quả thuận lợi không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{900}^{1}=900$.

b) Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$.

Chọn $a(a\neq 0)$: có 9 cách. Chọn $b(b\neq a)$: có 9 cách.

Chọn $c(c\neq a, c\neq b)$: có 8 cách.

Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau là $9.9.8=648$.

Vì vậy $n(A)=648$.

c) Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$.

Số này chia hết cho 5 nên $c\in\{0;5\}$: có 2 cách chọn c.

Số cách chọn $a(a$ khác 0$),b$ lần lượt là 9,10.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $2.9.10=180$.

Vì vậy $n(B)=180$.

d) Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$.

Số này là số chẵn vậy a có 9 cách chọn, b có 10 cách chọn, c có 5 cách chọn

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $9.10.5=450$.

Câu 8: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Khi đó:

a) $n(\Omega)=75287520$

b) Gọi A là biến cố: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn". Khi đó: $n(A)=2118760$

c) Gọi B là biến cố: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số lẻ". Khi đó: $n(B)=2128760$

d) Gọi C là biến cố: "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3". Khi đó: $n(C)=65629872$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{100}^{5}$.

Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn, suy ra $n(A)=C_{50}^{5}$.

Từ 1 đến 100 có 50 số lẻ, suy ra $n(B)=C_{50}^{5}$.

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3,67 số không chia hết cho 3.

Xét biến cố đối $\overline{C}$: "Cả 5 số trên 5 thẻ được chọn không chia hết cho 3".

Ta có: $n(\overline{C})=C_{67}^{5}$, suy ra $n(C)=C_{100}^{5}-C_{67}^{5}=65629872$.

Câu 9: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 2 chữ số nhỏ hơn 20. Lấy ra 1 số tự nhiên bất kỳ trong A. Khi đó:

a) $n(\Omega)=10$

b) Gọi B là biến cố: "Lấy được một số tự nhiên lẻ". Khi đó: $n(B)=5$

c) Gọi C là biến cố: "Lấy được một số tự nhiên chia hết cho 3". Khi đó: $n(C)=2$

d) Gọi D là biến cố: "Lấy được một số nguyên tố". Khi đó: $n(D)=3$

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Ta có không gian mẫu: $\Omega=\{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\} \Rightarrow n(\Omega)=10$.

b) Ta có: $B=\{11,13,15,17,19\} \Rightarrow n(B)=5$.

c) Ta có: $C=\{12,15,18\} \Rightarrow n(C)=3$.

d) Ta có: $D=\{11,13,17,19\} \Rightarrow n(D)=4$.

Câu 10: Xét phép thử là gieo một con súc sắc một lần.

a) $n(\Omega)=6$

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố: "Thu được mặt có số chấm chia hết cho 2" bằng: 3

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố: "Thu được mặt có số chấm nhỏ hơn 5" bằng: 4

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố: "Thu được mặt có số chấm là số lẻ" bằng: 3

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Ta có: $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\} \Rightarrow n(\Omega)=6$.

b) Ta có: $A=\{2,4,6\} \Rightarrow n(A)=3$.

c) Ta có: $B=\{1,2,3,4\} \Rightarrow n(B)=4$.

d) Ta có $C=\{1;3;5\} \Rightarrow n(C)=3$.

Câu 11: Gieo 5 lần một đồng tiền hai mặt sấp, ngửa. Khi đó:

a) $n(\Omega)=32$

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố A: "Lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa" bằng 16

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố B: "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần" bằng 30

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố C: "Số lần mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa" bằng 16

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Không gian mẫu là $\Omega=\{SSSSS, SSSSN, SSSNS, \cdots, NNNNN\}$. Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=2^5=32$.

b) Lần đầu xuất hiện mặt ngửa nên chỉ có 1 lựa chọn, các lần tiếp theo đều có 2 lựa chọn. Ta có $n(A)=1.2^4=16$.

c) Xét biến cố đối của B là $\overline{B}$: "Xuất hiện 5 lần toàn mặt ngửa". Suy ra $n(\overline{B})=1.1.11.1=1$. Do đó $n(B)=n(\Omega)-n(\overline{B})=32-1=31$.

d) Biến cố C xảy ra khi số lần xuất hiện mặt sấp là 3 hoặc 4 hoặc 5. Vậy $n(C)=C_5^3+C_5^4+C_5^5=16$.

Câu 12: Bộ bài tú lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Khi đó

a) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{52}^4$.

b) Số phần tử biến cố A: "Rút ra được tứ quý K" bằng: 1

c) Số phần tử biến cố B: "4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át" bằng 194580

d) Số phần tử biến cố *C*: "4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích"' bằng 69667

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{52}^4$.

b) Vì bộ bài chỉ có 1 tứ quý K nên ta có $n(A)=1$.

c) Cả bộ bài tú lơ khơ có 4 con Át. Xét biến cố đối của B là $\overline{B}$: "Rút 4 quân bài mà không có con Át nào". Ta có: $n(\overline{B})=C_{48}^{4}$.

Vì vậy $n(B)=n(\Omega)-n(\overline{B})=C_{52}^{4}-C_{48}^{4}=76145$.

d) Vì trong bộ bài có 13 quân bích, số cách rút ra bốn quân bài mà trong đó có ít nhất hai quân bích là: $n(C)=C_{13}^{2}\cdot C_{39}^{2}+C_{13}^{3}C_{39}^{1}+C_{13}^{4}\cdot C_{39}^{0}=69667$.

Câu 13: Một nhóm có 6 bạn nam và 5 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 4 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 320.

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 bạn được chọn có 2 bạn nam và 2 bạn nữ" bằng: 150

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 bạn được chọn có ít nhất 2 bạn nữ'' bằng: 225

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 bạn được chọn có nhiều nhất 2 bạn nữ'' bằng: 260

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Do ta chọn ra 4 bạn khác nhau từ 11 bạn trong nhóm và không tính đến thứ tự nên số phần tử của không gian mẫu là $C_{11}^{4}=330$.

c) Nếu 4 bạn được chọn có 2 bạn nữ và 2 bạn nam: có $C_5^2\cdot C_6^2$ cách.

Nếu 4 bạn được chọn có 3 bạn nữ và 1 bạn nam: có $C_5^3\cdot C_6^1$ cách.

Nếu 4 bạn được chọn đều là nữ: có C_5^4 cách chọn.

Có $C_5^2\cdot C_6^2+C_5^3\cdot C_6^1+C_5^4=215$ cách chọn 4 bạn, có ít nhất 2 bạn nữ

d) Nếu 4 bạn được chọn có 2 bạn nữ và 2 bạn nam: có $C_5^2\cdot C_6^2$ cách Nếu 4 bạn được chọn có 1 bạn nữ và 3 bạn nam: có $C_5^1\cdot C_6^3$ cách Nếu 4 bạn được chọn đều là nam: có C_6^4 cách chọn Có $C_5^2\cdot C_6^2+C_5^1\cdot C_6^3+C_6^4=265$ cách chọn 4 bạn, có nhiều nhất 2 bạn nữ.

Câu 14: Gieo hai con xúc xắc. Khi đó, số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

a) "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc hơn kém nhau 2 chấm" bằng 8

b) "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5 " bằng 12

c) "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ" bằng 9

d) "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn" bằng 15

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc hơn kém nhau 2 chấm".

$A=\{(1;3);(2;4);(3;5);(4;6);(3;1);(4;2);(5;3);(6;4)\}$

Như vậy có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố A.

b) Gọi B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5".

$B=\{(1;5);(2;5);(3;5);(4;5);(5;5);(6;5);(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;6)\}$

Như vậy có 11 kết quả thuận lợi cho biến cố B.

c) Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ" là $3.3=9$.

d) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều là số lẻ hoặc đều là số chẵn.

Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn" là $2.3.3=18$.

Câu 15: Một nhóm có 7 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 5 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 1287

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có đúng 3 bạn nam" bằng: 525

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có ít nhất 3 bạn nam" bằng: 231

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có nhiêuu nhất 3 bạn nam" bằng: 1056

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) $C_{13}^{5}=1287$.

b) Có $C_7^3\cdot C_6^2=525$ cách chọn 5 bạn, có đúng 3 bạn nam.

c) Có $C_7^3\cdot C_6^2+C_7^4\cdot C_6^1+C_7^5=756$ cách chọn 5 bạn, có ít nhất 3 bạn nam.

d) Có $C_7^3\cdot C_6^2+C_7^2\cdot C_6^3+C_7^1\cdot C_6^4+C_6^5=1056$ cách chọn 5 bạn, có nhiều nhất 3 bạn nam

Cách khác: $C_{13}^5 = 1287$ cách chọn 5 bạn từ 13 bạn.

$C_7^4 \cdot C_6^1 + C_7^5 = 231$ cách chọn 5 bạn, có nhiều hơn 3 bạn nam.

Vậy có $1287 - 231 = 1056$ cách chọn 5 bạn, có nhiều nhất 3 bạn nam

Câu 16: Trong hộp có 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên từ trong hộp 4 viên bi.

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 495

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có ít nhất 1 bi xanh" bằng 369

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có đúng 1 viên bi đỏ" bằng 220

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có ít nhất 2 bi đỏ" bằng 199

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có ít nhất 1 bi xanh".

Có C_{12}^4 cách chọn 4 viên bi tùy ý. Có C_9^4 cách chọn 4 viên bi đỏ, vàng. $C_{12}^4 - C_9^4 = 369$ cách chọn 4 viên bi, có ít nhất 1 bi xanh.

Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 4 viên bi được chọn có ít nhất 2 bi đỏ".

C_8^4 cách chọn 4 viên bi xanh, vàng.

$C_4^1 \cdot C_8^3$ cách chọn 4 viên, có đúng 1 bi đỏ.

$C_8^4 + C_4^1 \cdot C_8^3$ cách chọn 4 viên bi, có ít hơn 2 bi đỏ.

$C_{12}^4 - \left(C_8^4 + C_4^1 \cdot C_8^3\right) = 201$ cách chọn 4 viên bi, có ít nhất 2 bi đỏ.

Câu 17: Xét phép thử tung con xúc xắc 6 mặt hai lần. Khi đó:

a) $n(\Omega) = 36$

b) Gọi A là biến cố: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần tung giống nhau". Khi đó: $n(A) = 6$

c) Gọi B là biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3". Khi đó: $n(B) = 12$

d) Gọi C là biến cố: "Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai". Khi đó: $n(C)=12$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) $n(\Omega)=36$.

b) + Ta có: $A=\{(1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(6,6)\}, n(A)=6$.

+ Xét các cặp (i,j) với $i,j\in\{1,2,3,4,5,6\}$ mà $i+j$ chia hết cho 3.

Ta có các cặp có tổng chia hết cho 3 là $(1,2);(1,5);(2,4);(3,3);(3,6);(4,5);(6,6)$.

Hơn nữa mỗi cặp (trừ cặp $(3,3);(6,6))$ khi hoán vị ta được một cặp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $n(B)=12$.

+ Số các cặp $i,j(i>j)$ là

$(2,1);(3,1);(3,2);(4,1);(4,2);(4,3);(5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(6,1);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5)$

Vậy $n(C)=15$.

Câu 18: Gieo một đồng xu cân đối ba lần liên tiếp. Khi đó

a) $n(\Omega)=8$

b) Gọi A là biến cố: "Lần đầu xuất hiện mặt sấp". Khi đó: $n(A)=5$

c) Gọi B là biến cố: "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần". Khi đó: $n(B)=2$

d) Gọi C là biến cố: "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần". Khi đó: $n(C)=7.$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Kết quả của ba lần gieo là một dãy có thứ tự các kết quả của từng lần gieo.

Do đó: $\Omega=\{SSS,SSN,NSS,SNS,NNS,NSN,SNN,NNN\}\Rightarrow n(\Omega)=8$.

+ Gọi A là biến cố "Lần đầu xuất hiện mặt sấp".

Ta có: $A=\{SSS,SSN,SNS,SNN\}\Rightarrow n(A)=4$.

+ Gọi B là biến cố "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần".

Ta có: $B=\{SNN,NSN,NNS\}\Rightarrow n(B)=3$.

+ Gọi $C1$ à biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần".

$C=\{NNN,NNS,SNN,NSN,NSS,SSN,SNS\}\Rightarrow n(C)=7.$

Câu 19: Từ một hộp chứa năm quả cầu được đánh số $1,2,3,4,5$ lấy ngẫu nhiên liên tiếp hai lần mỗi lần một quả và xếp theo thứ tự từ trái sang phải. Khi đó:

a) $n(\Omega)=25$.

b) Gọi A là biến cố: "Chữ số sau lớn hơn chữ số trước". Khi đó: $n(A)=10$

c) Gọi B là biến cố: "Chữ số trước gấp đôi chữ số sau". Khi đó: $n(B)=2$

d) Gọi C là biến cố: "Hai chữ số bằng nhau". Khi đó: $C=\varnothing$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Vì việc lấy ngẫu nhiên liên tiếp hai lần mỗi lần lấy một quả và xếp thứ tự nên mỗi lần lấy ta được một chỉnh hợp chập 2 của 5 chữ số:

$n(\Omega)=\{12,21,13,31,14,41,15,51,23,32,24,42,25,52,34,43,35,53,45,54\}$.

+ Gọi A là biến cố "Chữ số sau lớn hơn chữ số trước".

Ta có: $A=\{12,13,14,15,23,24,25,34,35,45\}$

+ Gọi B là biến cố "Chữ số trước gấp đôi chữ số sau".

Ta có: $B=\{21,42\}$.

+ Gọi C là biến cố: "Hai chữ số bằng nhau".

Ta có: $C=\varnothing$

Câu 20: Từ một hộp chứa 10 cái thẻ, trong đó các thẻ đánh số $1,2,3,4,5$ màu đỏ, thẻ đánh số 6 màu xanh và các thẻ đánh số 7,8,9,10 màu trắng. Lấy ngẫu nhiên một thẻ. Khi đó:

a) $\Omega=\{1,2,\cdots,10\}$

b) Số phần tử của biến cố A: "Lấy được thẻ màu đỏ" bằng: 3

c) Số phần tử của biến cố B: "Lấy được thẻ màu trắng" bằng: 3

d) Số phần tử của biến cố C: "Lấy được thẻ ghi số chẵn" bằng: 5

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Không gian mẫu Ω được mô tả bởi tập $\Omega=\{1,2,\cdots,10\}$.

$+A=\{1,2,3,4,5\}\Rightarrow n(A)=5$

$+B=\{7,8,9,10\}\Rightarrow n(B)=4$

$+C=\{2,4,6,8,10\}\Rightarrow n(C)=5$

Câu 21: Gieo một đồng xu sau đó gieo một con xúc xắc. Quan sát sự xuất hiện mặt sấp (S), mặt ngửa (N) của đồng xu và số chấm xuất hiện của con xúc xắc. Khi đó:

a) Số phần tử không gian mẫu bằng 12

b) Số phần tử của biến cố A: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp và con xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn" bằng: 2

c) Số phần tử của biến cố B: "Mặt ngửa của đồng xu và mặt có số chấm lẻ của con xúc xắc xuất hiện" bằng: 2

d) Số phần tử của biến cố C: "Mặt 6 chấm xuất hiện" bằng: 2

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

a) Không gian mẫu là: $\Omega = \{S1, S2, S3, S4, S5, S6, N1, N2, N3, N4, N5, N6\}$.

b) + Gọi A là biến cố "Đồng xu xuất hiện mặt sấp và con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn".

Ta có: $A = \{S2, S4, S6\}$.

+ Gọi B là biến cố "Mặt ngửa của đồng xu và mặt có số chấm lẻ của con súc sắc xuất hiện".

Ta có: $B = \{N1, N3, N6\}$.

+ Gọi C là biến cố "Mặt 6 chấm xuất hiện".

Ta có: $C = \{S6, N6\}$.

Câu 22: Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Khi đó:

a) Số phần tử của biến cố A: "Có đúng hai viên bi màu trắng" bằng: 4095

b) Số phần tử của biến cố B: "Có ít nhất một viên bi màu đỏ" bằng: 7066

c) Số phần tử của biến cố C: "Chỉ có một màu" bằng: 295

d) Số phần tử của biến cố D: "Có đúng hai màu" bằng: 4400

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Chọn 4 viên bi trong 24 viên bi $\Rightarrow n(\Omega) = C_{24}^4$.

+ Gọi A là biến cố chọn 4 viên bi có đúng hai viên bị màu trắng.

Ta có: $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{14}^2 = 4095$

+ Số cách lấy 4 viên bi mà không có viên bi màu đỏ được chọn là: C_{18}^4.

Ta có: $n(B)=C_{24}^4-C_{18}^4=7066$.

+ Số cách lấy 4 viên bi chỉ có một màu là: $n(C)=C_6^4+C_8^4+C_{10}^4$

+ Số cách lấy 4 viên bi có đúng hai màu là: $n(D)=C_{14}^4+C_{18}^4+C_{14}^4-2\left(C_6^4+C_8^4+C_{10}^4\right)$

Câu 23: Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Khi đó:

a) $n(\Omega)=84$

b) Số phần tử của biến cố A: "Thuộc 3 môn khác nhau" bằng: 20

c) Số phần tử của biến cố B: "Đều là môn toán" bằng: 4

d) Số phần tử của biến cố C: "Có ít nhất một quyển sách toán" bằng: 70

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Không gian mẫu là kết quả của tổ hợp chập 3 của 8 phần tử $n(\Omega)=C_9^3=84$.

b) + Gọi A: "thuộc 3 môn khác nhau".

Ta có: $n(A)=4.3.2=24$.

+ Gọi B là biến cố 3 quyển lấy ra:" đều là môn toán".

Ta có: $n(B)=C_4^3=4$.

+ Gọi C là biến cố 3 quyển lấy ra "có ít nhất một quyển sách toán".

Gọi $\overline{C}$ là biến cố 3 quyển lấy ra "không có một quyển sách toán" ta có $n(\overline{C})=C_5^3$

Vậy $n(C)=C_9^3-C_5^3$.

⬩Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tập $Q=\{1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập Q có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Xác định số phần tử không gian mẫu.

Trả lời: 120

Lời giải

Số số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau có thể lập được là: $A_6^3=120$.

$\Rightarrow$ Không gian mẫu: $n(\Omega)=120$.

Câu 2: Cho tập $Q=\{1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập Q có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử của biến cố sao cho tổng 3 chữ số bằng 9.

Trả lời: 18

Lời giải

Gọi A là biến cố: "số tự nhiên có tổng 3 chữ số bằng 9 ".

Ta có $1+2+6=9;1+3+5=9;2+3+4=9$.

$\Rightarrow$ Số số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau có tổng bằng 9 là: $3!+3!+3!=18$.

$\Rightarrow n(A)=18$.

Câu 3: Cho tập $Q=\{1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập Q có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử của biến cố sao cho số được chọn nhỏ hơn 345.

Trả lời: 48

Lời giải

Gọi B là biến cố: "Số được chọn nhỏ hơn 345".

Số tự nhiên có 3 chữ số có dạng $\overline{abc}$.

Trường hợp 1: $a=3$.

Nếu $b=4$ thì lập được 2 số tự nhiên thỏa mãn.

Nếu $b\in\{1;2\},b$ có 2 cách chọn, c có 4 cách chọn $\Rightarrow$ Lập được 8 số tự nhiên thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a\in\{1;2\}$.

a có 2 cách chọn, b có 5 cách chọn, c có 4 cách chọn.

$\Rightarrow$ Lập được $2.5.4=40$ số tự nhiên thỏa mãn.

Vậy lập được 48 số tự nhiên thỏa mãn.

Câu 4: Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự: Mạnh, Dũng, Hoa, Lan.

Tính số phần tử của không gian mẫu.

Trả lời: 24

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 4 bạn vào 4 chỗ ngồi là một hoán vị của 4 phần tử. Vì vậy số phần tử của không gian mẫu là $4!=24$.

Câu 5: Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự: Mạnh, Dũng, Hoa, Lan.

Xác định biến cố A: "xếp hai nam ngồi cạnh nhau".

Trả lời: 12

Lời giải

Đánh số ghế theo thứ tự $1,2,3,4$. Hai bạn nam ngồi cạnh nhau ở vị trí (1 và 2) hoặc (2 và 3) hoặc (3 và 4). Nếu hai bạn nam đổi chỗ cho nhau (giữ nguyên chỗ hai bạn nữ) thì ta có một cách xếp mới.

Ta có: $n(A)=2!3!=12$

Câu 6: Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự: Mạnh, Dũng, Hoa, Lan.

Tìm số phần tử của biến cố B: "xếp nam và nữ ngồi xen kẽ nhau".

Trả lời: 8

Lời giải

Trường hợp 1: bạn nam ngồi đầu.

Khi đó 2 bạn nam xếp vào 2 chỗ (số ghế 1 và 3) có 2 ! cách, nữ xếp vào hai chỗ còn lại (ghế số 2 và 4) có 2 ! cách.

Suy ra: số cách xếp là $2!\cdot 2!=4$ cách.

Trường hợp 2: bạn nữ ngồi đầu. Tương tự có 4 cách xếp.

Vậy theo quy tắc cộng số phần tử của biến cố N là $4+4=8$.

Câu 7: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của:

Không gian mẫu

Trả lời: $n(\Omega)=C_{100}^{5}$

Lời giải

Không gian mẫu của việc chọn 5 thẻ từ 100 thẻ là tổ hợp chập 5 của 100 phần tử.

Ta có $n(\Omega)=C_{100}^{5}$.

Câu 8: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của:

A: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn".

Trả lời: $n(A)=C_{50}^{5}$

Lời giải

Trong 100 tấm thẻ thì có 50 tấm thẻ là số chẵn và 50 tấm thẻ là số lẻ.

Ta có $n(A) = C_{50}^{5}$.

Câu 9: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của:

B: "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3".

Trả lời: $n(B) = C_{100}^{5} - C_{67}^{5}$

Lời giải

Trong 100 tấm thẻ thì có 50 tấm thẻ là số chẵn và 50 tấm thẻ là số lẻ.

Ta có $n(A) = C_{50}^{5}$.

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3. Do đó có 67 tấm thẻ không chia hết cho 3.

Vậy, số cách chọn 5 tấm thẻ mà không có tấm thẻ nào ghi số chia hết cho 3 là số cách chọn 5 trong 67 tấm thẻ. Ta có: C_{67}^{5}.

Vậy $n(B) = C_{100}^{5} - C_{67}^{5}$

Câu 10: Hộp thứ nhất chứa 6 quả bóng được đánh số từ 1 đến 6. Hộp thứ hai chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 quả bóng.

Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng không nhỏ hơn 5".

Trả lời: 18

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $6.4 = 24$. Vì số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng nhỏ hơn 5" là 6. Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng không nhỏ hơn 5" là $24 - 6 = 18$

Câu 11: Một hộp chứa 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10. Bình và An mỗi người lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.

Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng chia hết cho 3".

Trả lời: 48

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $10.9 = 90$.

Vì số kết quả thuận lợi cho biên cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng không chia hết cho $3''$ là $7.6=42$. Nên số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng chia hết cho $3''$ là $90-42=48$.

Câu 12: Gieo bốn con xúc xắc cân đối đồng chất.

Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biên cố "Tích số chấm xuất hiện trên bốn con xúc xắc là một số chẵn".

Trả lời: 1215

Lời giải

Tích số chấm xuất hiện trên bốn con xúc xắc là một số lẻ khi và chỉ khi cả bốn số đó đều là số lẻ. Do đó số các kết quả thuận lợi cho biên cố "Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc là một số lẻ" là $3.3.3.3=81$. Số kết quả có thể xảy của phép thử là $6.6.6.6=1296$.

Vì tích số chấm xuất hiện trên bốn con xúc xắc chỉ có thể là một số lẻ hoặc là một số chẵn. Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc là một số chẵn" là $1296-81=1215$.

Câu 13: Chọn ngẫu nhiên một số nguyên lớn hơn 3 và nhỏ hơn 99.

Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho B.

Trả lời: 31

Lời giải

c) Với $k\in\mathbb{N}^*, 3<k<99$, k chia hết cho 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n\in\mathbb{N}^* \\ 3<k=3n<99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n\in\mathbb{N}^* \\ 1<n<33 \end{cases} \Leftrightarrow n\in\{2;3;\cdots;32\}.$$

Biến cố $B=\left\{3n \middle| n\in\mathbb{N}^*, 2\le n\le 32\right\}$. Số kết quả thuận lợi cho B là 31.

Câu 14: Một hộp chứa 12 quả bóng được đánh số từ 1 đến 12. Bình và An mỗi người lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.

Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng chia hết cho 3".

Trả lời: 76

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $12.11=132$.

Vì số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng không chia hết cho 3" là $8.7=56$.

Nên số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng chia hết cho 3 " là $132-56=76$.

Câu 15: Hộp thứ nhất chứa 5 quả bóng được đánh số từ 1 đến 5. Hộp thứ hai chứa 6 quả bóng được đánh số từ 1 đến 6. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 quả bóng.

Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố “Tổng các số ghi trên hai quả bóng không lớn hơn 8".

Trả lời: 24

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $5.6=30$.

Vì số kết quả thuận lợi cho biến cố “Tổng các số ghi trên hai quả bóng lớn hơn 8" là 6.

Nên số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng không lớn hơn $8''$ là $30-6=24$.

Câu 16: Một hộp đựng 15 viên bi khác nhau gồm 4 bi đỏ, 5 bi trắng và 6 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 4 bi từ hộp, tính số phần tử của biến cố X: "Chọn 4 viên bi không có đủ 3 màu".

Trả lời: 645

Lời giải:

Xét biến cố đối của X là $\overline{X}$: "Chọn 4 bi từ hộp có đủ ba màu:

Trường hợp 1: Chọn được 2 bi đỏ, 1 bi trắng, 1 bi vàng, có $C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 1 bi đỏ, 2 bi trắng, 1 bi vàng, có $C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được 1 bi đỏ, 1 bi trắng, 2 bi vàng, có $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2$ cách.

Suy ra $n(\overline{X})=C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1+C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1+C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2=720$.

Số phần tử của X là: $n(X)=n(\Omega)-n(\overline{X})=C_{15}^4-720=645$.

Câu 17: Có ba chiếc hộp: hộp thứ nhất chứa sáu bi xanh được đánh số từ 1 đến 6, hộp thứ hai chứa 5 bi đỏ được đánh số từ 1 đến 5, hộp thứ ba chứa 4 bi vàng được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi. Tính số phần tử của biến cố A: "Ba bi được chọn vừa khác màu vừa khác số".

Trả lời: 64

Lời giải:

Ba bi khác màu nên ta phải chọn từ mỗi hộp 1 viên bi.

Chọn từ hộp thứ ba 1 viên bi vàng: có 4 cách chọn.

Chọn từ hộp thứ hai 1 viên bi đỏ có số khác với viên bi đã chọn từ hộp ba: có 4 cách chọn.

Chọn từ hộp thứ nhất 1 viên bi xanh có số khác với số của hai viên đã chọn từ hộp một và hai: có 4 cách chọn.

Vậy $n(A)=4^3=64$.

Câu 18: Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt. Trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm. Xác định số phần tử của:

Biến cố A: "Ba điểm được chọn tạo thành một tam giác".

Trả lời: 135

Lời giải:

Có hai trường hợp để biến cố A xảy ra:

Trường hợp 1: Chọn được 2 điểm thuộc a và 1 điểm thuộc b:

Số cách chọn là $C_6^2 \cdot C_5^1$.

Trường hợp 2: Chọn được 1 điểm thuộc a và 2 điểm thuộc b:

Số cách chọn là $C_6^1 \cdot C_5^2$.

Vậy số phần tử của A là: $n(A)=C_6^2 \cdot C_5^1+C_6^1 \cdot C_5^2=135$.

Câu 19: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính số phần tử của:

Biến cố A: "Số được chọn có đúng 2 chữ số lẻ và và hai chữ số đó không đứng kề nhau".

Trả lời: 1120

Lời giải:

Xét số tự nhiên dạng $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: a,c là các chữ số lẻ.

Chọn hai số lẻ từ tập $\{1;3;5;7;9\}$ rồi sắp xếp vào hai vị trí a,c: có A_5^2 cách.

Chọn hai chữ số chẵn từ năm chữ số chẵn để xếp vào vị trí b,d: có A_5^2 cách.

Số các số tự nhiên trường hợp này là $A_5^2 \cdot A_5^2=400$.

Trường hợp 2: a,d là các chữ số lẻ.

Trường hợp này được thực hiện tương tự trường hợp 1 nên có 400 số.

Trường hợp 3: b,d là các chữ số lẻ.

Chọn hai số lẻ từ tập $\{1;3;5;7;9\}$ rồi sắp xếp vào hai vị trí b,d: có A_5^2 cách.

Chọn $a, a \in \{2;4;6;8\}$: có 4 cách.

Chọn $c : c \in \{0;2;4;6;8\} \setminus \{a\}$: có 4 cách.

Số các số tự nhiên trường hợp này là $A_5^2 \cdot 4 \cdot 4 = 320$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là: $400 + 400 + 320 = 1120$.

Vậy $n(A) = 1120$.

Câu 20: Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định không gian mẫu của phép thử ngẫu nhiên khi tung đồng xu ba lần.

Trả lời: 8

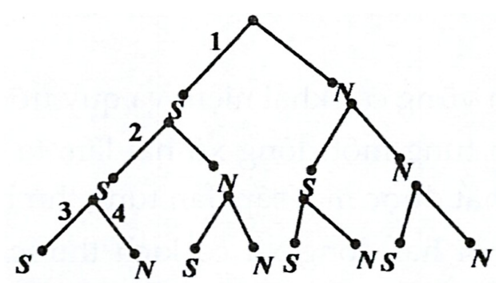
Lời giải

Khi tung đồng xu ba lần, ta có không gian mẫu là $\Omega = \{SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN\}$.

Ở đây ta quy ước SNS có nghĩa là lần đầu tung được mặt sấp, lần hai tung được mặt ngửa và lần ba tung được mặt sấp.

- Nhận xét.

- Để giải bài toán này, ta vẽ một sơ đồ hình cây. Tiếp theo, ta đọc các trường hợp theo các nhánh cây nối từ lần 1 đến lần 3.



- Số phần tử của không gian mẫu là $2^3 = 8$.

Câu 21: Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 999.

Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 7". Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho B.

Trả lời: 142

Lời giải

Với $k \in \mathbb{N}^*, k < 999, k$ chia hết cho 7

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ 1 \le k = 7n < 999 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ \frac{1}{7} \le n < \frac{999}{7} \end{cases} \Leftrightarrow n \in \{1;2;\cdots;142\}$$

$B = \left\{ 7n \middle| n \in \mathbb{N}^*, n \leq 142 \right\}$. Số kết quả thuận lợi cho B là 142.

Câu 22: Xếp 6 viên bi xanh và 5 viên bi trắng có các kích thước khác nhau thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

"Không có hai viên bi trắng nào xếp liền nhau".

Trả lời: 86400

Lời giải

Xếp 6 viên bi xanh tạo thành một hàng ngang, có 6! cách. 6 viên bi xanh này sẽ tạo ra 5 khoảng trống, ta xếp 5 viên bi trắng vào 5 khoảng trống này. Khi đó, số cách xếp 5 viên bi trắng là 5! cách. Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố "Không có hai viên bi trắng nào xếp liền nhau" là: $6!.5!$ = 86400.

Câu 23: Xếp 6 viên bi xanh và 5 viên bi trắng có các kích thước khác nhau thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Hãy tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

"Sáu viên bi xanh được xếp liền nhau".

Trả lời: 518400

Lời giải

Ta xem 6 viên bi xanh là một nhóm thì có 6! cách xếp. Xếp nhóm 6 viên bi xanh này với 5 viên bi trắng thì có 6! cách xếp. Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố "Sáu viên bi xanh được xếp liền nhau" là: 6!.6! = 518400.

Câu 24: Xác định không gian mẫu và số phần tử của không gian mẫu khi gieo ngẫu nhiên.

3 con xúc xắc.

Trả lời: 216

Lời giải

Mỗi con súc sắc có 6 mặt đánh số 1,2,3,4,5,6.

Khi gieo ngẫu nhiên 3 con súc sắc thì không gian mẫu

$n(\Omega) = \{(1;1;1),(1;1;2),\cdots,(1;1;6),(1;2;1),\cdots,(6;6;6)\}$.có $6.6.6 = 216$ phần tử.

Câu 25: Trong giải bóng đá nữ ở trường THPT có 12 đội tham gia, trong đó có hai đội của hai lớp $10\text{A}2$ và $10\text{A}5$. Ban tổ chức tiến hành bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu A, B mỗi bảng 6 đội. Xác định số phần tử của biến cố để 2 đội của hai lớp $10\text{A}2$ và $10\text{A}5$ ở cùng một bảng.

Trả lời: 420

Lời giải

Gọi A là biến cố: "2 đội của hai lớp $10A2$ và $10A5$ ở cùng một bảng". Bốc 4 đội từ 10 đội không tính hai lớp $10A2$ và $10A5$ vào bảng đã xếp hai đội của hai lớp $10A2$ và $10A5$; 6 đội còn lại vào một bảng - hoán vị hai bảng.

Ta có: $n(A)=C_{10}^{4}.2!=420$.

Câu 26: Có 2 hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì.

Tính số phần tử của biến cố để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh.

Trả lời: 76

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh".

Số cách chọn được 1 bút đỏ ở hộp 1, 1 bút xanh ở hộp 2 là: $C_5^1 \cdot C_4^1$.

Số cách chọn được 1 bút đỏ ở hộp 2, 1 bút xanh ở hộp 1 là: $C_8^1 \cdot C_7^1$.

$\Rightarrow n(A)=C_5^1 \cdot C_4^1+C_8^1 \cdot C_7^1=76.$

Câu 27: Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A. Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải).

Trả lời: $P(X)=\dfrac{126}{37216}$

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số là $\overline{abcde}$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là: $n(\Omega)=9\cdot A_9^4=27216$.

Gọi X là biến cố "số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước".

$\Rightarrow a<b<c<d<e$ mà $a\neq 0, a,b,c,d,e\in\{0;1;2;\cdots;8;9\}$ nên $a,b,c,d,e\in\{1,2,\cdots,8,9\}$

Chọn 5 chữ số: C_9^5 (cách). Với mỗi bộ 5 chữ số đã chọn, ghép được 1 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow n(X)=C_9^5=126$.

$P(X)=\dfrac{126}{37216}$