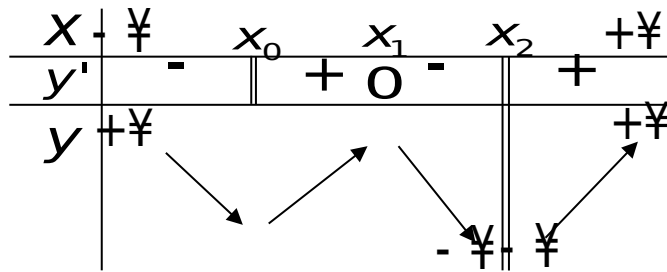


ĐỀ THI KSCL CÁC MÔN THI THPT QG
CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 2

Môn: TOÁN - Lớp: 12

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

- Câu 1.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = a^3$.
- Câu 2.** Phần thực của số phức $z = i(1 - 2i)$ là
- A. -2 . B. 1 . C. 2 . D. -1 .
- Câu 3.** Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1; -9)$.
- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 0 .
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?
- A. $n = (1; -2; 0)$. B. $n = (1; 0; -2)$. C. $n = (1; 2; 1)$. D. $n = (1; -2; 1)$.
- Câu 5.** Số nghiệm của phương trình $\log_5(3x + 1) = 2$ là
- A. 1 . B. 5 . C. 0 . D. 2 .
- Câu 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 1]$.
- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = -5$.
- Câu 7.** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?
- A. $y = \frac{2020}{\sin x + 2}$. B. $y = \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$. C. $y = \frac{1}{x^2 - x + 1}$. D. $y = \frac{1}{x^2 + 2}$.
- Câu 8.** Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.
- A. $P = 6$. B. $P = -\frac{1}{6}$. C. $P = -6$. D. $P = \frac{1}{6}$.
- Câu 9.** Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .
- A. 4 . B. $\frac{1}{2}$. C. 3 . D. 2 .
- Câu 10.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = e$.
- A. $\frac{2}{3}$. B. e . C. $e - 1$. D. 1 .
- Câu 11.** Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm môđun của số phức $\bar{z}$.
- A. $\sqrt{5}$. B. -1 . C. $\sqrt{3}$. D. 3 .
- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
- B. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.
- C. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
- D. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 13. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \ln(x+1)$ tại điểm có hoành độ $x=2$ là

- A. 1.
- B. $\ln 2$.
- C. $\frac{1}{3}$.
- D. $\frac{1}{3 \ln 2}$.

Câu 14. Cho mặt cầu có bán kính $R=3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 9π .
- B. 36π .
- C. 18π .
- D. 16π .

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và $u_4=54$. Công bội q của cấp số cộng đó bằng

- A. $q=2$.
- B. $q=27$.
- C. $q=\sqrt[4]{27}$.
- D. $q=3$.

Câu 16. Thể tích của một khối lập phương bằng 27. Cạnh của khối lập phương đó là

- A. 3.
- B. $3\sqrt{3}$.
- C. 27.
- D. 2.

Câu 17. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{16}{15}}$.
- B. $P = x^{\frac{3}{5}}$.
- C. $P = x^{\frac{8}{15}}$.
- D. $P = x^{\frac{1}{15}}$.

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

- A. A_{15}^4 .
- B. 4^{15} .
- C. 15^4 .
- D. C_{15}^4 .

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $I(1; 2; 1)$.
- B. $I(-1; -2; 1)$.
- C. $I(-1; -2; -1)$.
- D. $I(1; 2; -1)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây

- A. $M(3; 2; 1)$.
- B. $N(3; -2; -1)$.
- C. $P(-3; 2; 1)$.
- D. $Q(1; -1; 2)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$, $f(0)=1$ và $\int_0^2 f'(x)dx = -3$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = -4$.
- B. $f(2) = 4$.
- C. $f(2) = -2$.
- D. $f(2) = -3$.

Câu 23. Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -2$.
- B. $x = 19$.
- C. $x = -13$.
- D. $x = 2$.

Câu 24. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

- A. $3\sqrt{2}a$.
- B. $3a$.
- C. $a\sqrt{5}$.
- D. $5a$.

Câu 25. Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1+x} dx$.

A. $-\frac{1}{(1+x)^2} + C$. B. $\ln|1+x| + C$. C. $\log|1+x| + C$. D. $\ln(1+x) + C$.

Câu 26. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây ?

A. $1 - i$. B. $2 - 2i$. C. $-i$. D. $1 + i$.

Câu 27. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. C. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$. D. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$.

Câu 28. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$.

A. $N(1; 3)$. B. $M(-3; 1)$. C. $P(3; -1)$. D. $Q(-3; -1)$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2020}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

A. $m < 0$. B. $m \geq 0$. C. $m \geq -1$. D. $m \leq -1$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 1; 0), N(2; 0; 3)$. Đường thẳng có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$ là

A. $(4; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[4; +\infty)$.

Câu 32. Cho phương trình $m \ln(x+1) - x - 2 = 0$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3, 7; 3, 8)$. B. $(3, 6; 3, 7)$. C. $(3, 8; 3, 9)$. D. $(3, 5; 3, 6)$.

Câu 33. Có bao nhiêu cách chọn ra ba đỉnh từ các đỉnh của một hình lập phương để thu được một tam giác đều ?

A. 12. B. 10. C. 4. D. 8.

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại A ta lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt là H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{32}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang ?

A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

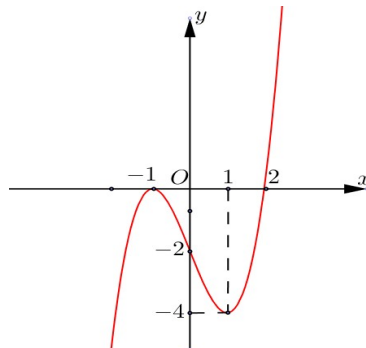
Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = AB = AC = 1$ và $\angle BAC = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm cạnh CC' . Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{370}}{20}$. B. $\frac{\sqrt{70}}{10}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{20}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng

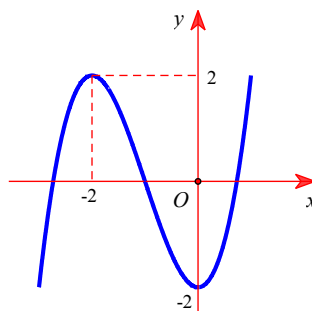
- A. $\sqrt{2}pa^3$. B. $\frac{\sqrt{2}pa^3}{3}$. C. $\frac{pa^3}{6}$. D. $\frac{pa^3}{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$. B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$. D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-2x^2 + 4x)$ là



- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P) ?

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 41. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. -2. B. 3. C. -3. D. 2.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$.

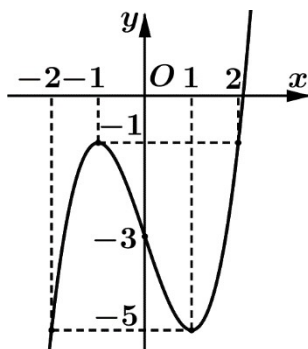
Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 4$. C. $I = 10$. D. $I = 2$.

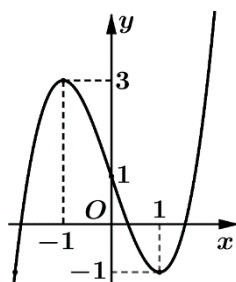
Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

- A. $x + 2y - z - 3 = 0$. B. $x + 2y - z - 1 = 0$. C. $x + 2y - z + 1 = 0$. D. $x + 2y + z + 1 = 0$.

- Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A.** $m = -5, M = -1$. **B.** $m = -1, M = 0$. **C.** $m = -2, M = 2$. **D.** $m = -5, M = 0$.
- Câu 45.** Cho hàm số $f(x) = \log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2020\pi)$?
- A.** 2020. **B.** 1009. **C.** 1010. **D.** 2019.
- Câu 46.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng (A_1BC) tạo với đáy góc 30° và tam giác A_1BC có diện tích bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
- A.** $V = 64\sqrt{3}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 16\sqrt{3}$. **D.** $V = 8\sqrt{3}$.
- Câu 47.** Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng
- A.** 16π . **B.** 32π . **C.** 8π . **D.** 64π .
- Câu 48.** Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a b - \log_b c$. Giá trị của biểu thức $S = m - 3M$ bằng
- A.** $S = -16$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 6$.
- Câu 49.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết $f(-1) = 1$, $f\left(-\frac{1}{e}\right) = 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(x) < \ln(-x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$.



- A.** $m \geq 2$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.
- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SMC) bằng
- A.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a . **D.** $\frac{a}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	D	A	A	B	C	A	D	A	A	C	B	D	A	C	D	D	B	C	C	A	D	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	B	B	A	A	A	D	C	C	D	B	C	B	D	D	B	C	A	B	D	C	C	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

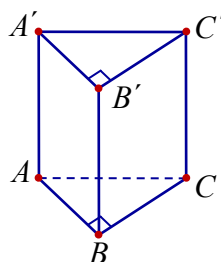
B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot CB \cdot AA' = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{2}$.

Câu 2. Phần thực của số phức $z = i(1 - 2i)$ là

A. -2 .

B. 1 .

C. 2 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = i(1 - 2i) = i - 2i^2 = 2 + i$.

Câu 3. Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1; -9)$.

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 12x^2 - 12x$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $N(x_0; y_0)$:

$\Delta: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = (12x_0^2 - 12x_0)(x - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$.

Theo đề: $M(-1; -9) \in \Delta \Rightarrow (12x_0^2 - 12x_0)(-1 - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1 = -9$

$$\Leftrightarrow -12x_0^2 - 12x_0^3 + 12x_0 + 12x_0^2 + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1 = -9 \Leftrightarrow -8x_0^3 - 6x_0^2 + 12x_0 + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{5}{4} \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $n = (1; -2; 0)$.

B. $n = (1; 0; -2)$.

C. $n = (1; 2; 1)$.

D. $n = (1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$. có một vectơ pháp tuyến là $n = (1; -2; 1)$.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $\log_5(3x+1)=2$ là

A. 1.

B. 5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > -\frac{1}{3}$.

Ta có $\log_5(3x+1)=2 \Leftrightarrow 3x+1=25 \Leftrightarrow x=8$ (thỏa điều kiện).

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 1]$.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = -2$.

D. $m = -5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y = x^3 - 3x^2$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$.

$$y' = 3x^2 - 6x,$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Đặt $f(x) = x^3 - 3x^2$. Tính $f(-1) = -4$; $f(0) = 0$; $f(1) = -2$.

Từ đó

$$\max_{[-1; 1]} f(x) = f(0) = 0,$$

$$\min_{[-1; 1]} f(x) = f(-1) = -4.$$

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2020}{\sin x + 2}$.

B. $y = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$.

C. $y = \frac{1}{x^2 - x + 1}$.

D. $y = \frac{1}{x^2 + 2}$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \frac{2}{\sqrt{x-1}}.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x-1}} = +\infty$, vì: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1} > 0 \end{cases}$

Do đó hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$ có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 8. Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P = 6$.

B. $P = -\frac{1}{6}$.

C. $P = -6$.

D. $P = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - \log_x b^2} = \frac{1}{\log_x a - 2\log_x b}$$

$$\text{Từ } \log_a x = 2, \log_b x = 3 \Rightarrow \begin{cases} \log_x a = \frac{1}{2}, \\ \log_x b = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - \log_x b^2} = \frac{1}{\log_x a - 2 \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{3}} = -6.$$

Câu 9. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .

- A.** 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) là $\frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{(2R_1)^2}{R_1^2} = 4$.

Câu 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = e$.

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** e . **C.** $e - 1$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng

$$x = 1, x = e \text{ là } S = \int_1^e \left| \frac{1}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_1^e = 1.$$

Câu 11. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm môđun của số phức $\bar{z}$.

- A.** $\sqrt{5}$. **B.** -1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z} = 1 - 2i$.

$$\text{Vậy } |\bar{z}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$				$+\infty$

Arrows indicate the behavior of the function: from $+\infty$ at $-\infty$ to a local minimum at x_0 , then to a local maximum at x_1 , then to a local minimum at x_2 , and finally to $+\infty$ at $+\infty$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
B. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.
C. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
D. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có một điểm cực đại tại x_1 , một điểm cực tiểu x_0 .

Câu 13. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \ln(x+1)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

- A. 1. B. $\ln 2$. **C. $\frac{1}{3}$!** D. $\frac{1}{3\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{1}{x+1} \Rightarrow y'(2) = \frac{1}{3}$.

Câu 14. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 9π . **B. 36π !** C. 18π . D. 16π .

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội q của cấp số cộng đó bằng

- A. $q = 2$. B. $q = 27$. C. $q = \sqrt[4]{27}$. **D. $q = 3$!**

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_4}{u_1}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = 3$.

Câu 16. Thể tích của một khối lập phương bằng 27. Cạnh của khối lập phương đó là

- A. 3.** B. $3\sqrt{3}$. C. 27. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi cạnh của khối lập phương là a ta có $a^3 = 27 \Leftrightarrow a = 3$.

Câu 17. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{16}{15}}$. B. $P = x^{\frac{3}{5}}$. **C. $P = x^{\frac{8}{15}}$!** D. $P = x^{\frac{1}{15}}$.

Lời giải

Chọn C

$P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{15}}$.

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

- A. A_{15}^4 . B. 4^{15} . C. 15^4 . **D. C_{15}^4 !**

Lời giải

Chọn D

Có C_{15}^4 cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $I(1; 2; 1)$. B. $I(-1; -2; 1)$. C. $I(-1; -2; -1)$. **D. $I(1; 2; -1)$!**

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tâm $I(1; 2; -1)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		-2020		-2024		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

- Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây
A. $M(3; 2; 1)$. B. $N(3; -2; -1)$. C. $P(-3; 2; 1)$. D. $Q(1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt tọa độ các điểm tương ứng vào phương trình đường thẳng trên, chỉ có tọa độ của điểm $P(-3; 2; 1)$ thỏa mãn.

- Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$.
A. $f(2) = -4$. B. $f(2) = 4$. C. $f(2) = -2$. D. $f(2) = -3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f'(x) dx = -3 \Leftrightarrow f(x) \Big|_0^2 = -3 \Leftrightarrow f(2) - f(0) = -3 \Leftrightarrow f(2) - 1 = -3 \Leftrightarrow f(2) = -2.$$

- Câu 23. Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm
A. $x = -2$. B. $x = 19$. C. $x = -13$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y = x^3 - 12x + 3 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

BBT:

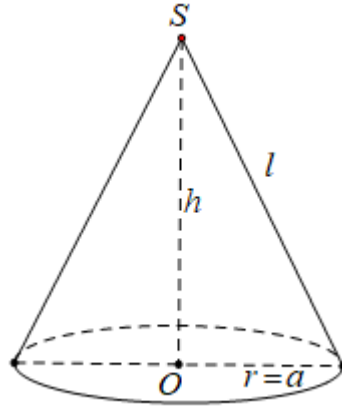
x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		19		-13		$+\infty$

Từ BBT suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

- Câu 24. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.
A. $3\sqrt{2}a$. B. $3a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $5a$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử hình nón có đường sinh là l , bán kính đường tròn đáy là $r=a$.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = \pi a l$.

Theo đề bài ta có $\pi a l = 5\pi a^2 \Rightarrow l = 5a$.

Câu 25. Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1+x} dx$.

A. $-\frac{1}{(1+x)^2} + C$

B. $\ln|1+x| + C$

C. $\log|1+x| + C$

D. $\ln(1+x) + C$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \frac{1}{1+x} dx = \int \frac{1}{1+x} d(x+1) = \ln|x+1| + C$.

Câu 26. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 1-3i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

A. $1-i$

B. $2-2i$

C. $-i$

D. $1+i$

Lời giải

Chọn A

A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 1-3i$.

Suy ra tọa độ $A(1;1), B(1;-3)$

M là trung điểm của AB nên có $M(1;-1)$

Vậy điểm M biểu diễn số phức $z = 1-i$.

Câu 27. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt$

B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$

C. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$

D. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$

Đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$

$\Rightarrow t^2 = 1+3\ln x \Rightarrow 2t dt = 3 \frac{1}{x} dx \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{2}{3} t dt$

Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=1 \\ x=e \Rightarrow t=2 \end{cases}$

Suy ra $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$.

Câu 28. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$.

- A. $N(1; 3)$. B. $M(-3; 1)$. C. $P(3; -1)$. D. $Q(-3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 - 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 3i \\ z = 1 - 3i \end{cases}$

Suy ra $z_0 = 1 + 3i$.

$w = iz_0 = i(1 + 3i) = -3 + i$

Suy ra điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$ là $M(-3; 1)$.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2020}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

- A. $m < 0$. B. $m \geq 0$. C. $m \geq -1$. D. $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log_{2020}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$

$\Leftrightarrow mx - m + 2 > 0, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow m(x - 1) > -2, \forall x \geq 1$

TH1: $x = 1 \Rightarrow$ Ta có $0 > -2$, luôn đúng với $\forall x \geq 1$.

TH2: $x > 1 \Rightarrow m(x - 1) > -2, \forall x > 1 \Leftrightarrow m > \frac{-2}{x - 1} = f(x), \forall x > 1 \Leftrightarrow m > \max_{(1; +\infty)} f(x)$.

Dễ thấy hàm số $f(x) = -\frac{2}{x - 1}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) < f(x) < \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \Leftrightarrow -\infty < f(x) < 0$

Vậy $m > \max_{(1; +\infty)} f(x) \Leftrightarrow m \geq 0$.

Câu 30. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1; 1; 0), N(2; 0; 3)$. Đường thẳng có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN} = (1; -1; 3)$ là 1 véc-tơ chỉ phương của đường thẳng MN.

Suy ra đường thẳng MN $\begin{cases} \text{qua } M(1; 1; 0) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{MN}(1; -1; 3) \end{cases} \rightarrow MN: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 x > 2 \Leftrightarrow x > 2^2 \Leftrightarrow x > 4$

Câu 32. Cho phương trình $m \ln(x+1) - x - 2 = 0$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3, 7; 3, 8)$.

B. $(3, 6; 3, 7)$.

C. $(3, 8; 3, 9)$.

D. $(3, 5; 3, 6)$.

Lời giải

Chọn A

+ ĐK $x > -1$.

+ Phương trình: $m \ln(x+1) - x - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{x+2}{\ln(x+1)}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x+2}{\ln(x+1)}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = \frac{\ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1}}{\ln^2(x+1)}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1} = 0$ (*).

Xét hàm số $h(x) = \ln(x+1) - \frac{x+2}{x+1}$; có $h'(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x > 0$.

Suy ra $h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, do đó phương trình $f'(x) = 0$ có không quá một nghiệm, mà $f'(2) \cdot f'(4) < 0$ và $f'(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0; 4]$ nên phương trình (*) có duy nhất một nghiệm $x_0 \in (2; 4)$.

Ta có BBT:

x	0	2	x_0	4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Từ BBT ta thấy phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ khi và

chỉ khi $m > \frac{6}{\ln 5} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{6}{\ln 5}; +\infty \right)$.

Vậy $a = \frac{6}{\ln 5} \in (3, 7; 3, 8)$.

Câu 33. Có bao nhiêu cách chọn ra ba đỉnh từ các đỉnh của một hình lập phương để thu được một tam giác đều?

A. 12.

B. 10.

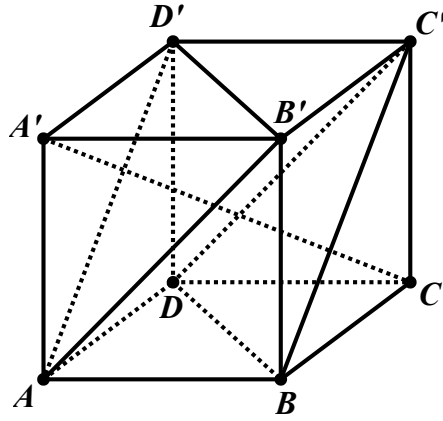
C. 4.

D. 8!

Lời giải

Chọn D

Xét đường chéo $A'C$ của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta xác định được 2 tam giác đều được tạo thành là $AB'D'$ và BDC' .



Do đó hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có 4 đường chéo $A'C, AC', BD', B'D$ mà mỗi đường chéo xác định 2 tam giác đều được tạo thành từ các đỉnh của một hình lập phương nên có $4.2 = 8$ tam giác đều.

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại A ta lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt là H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{32}$.

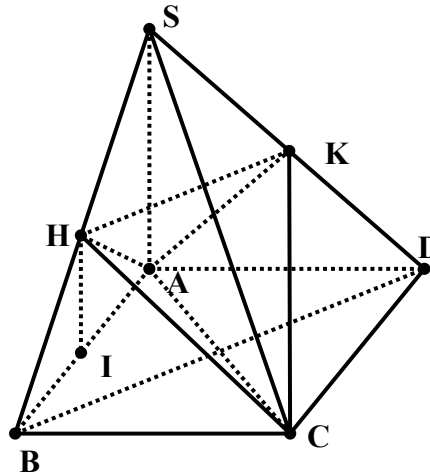
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta sẽ sử dụng công thức $V = \frac{1}{6}a.b.d(a,b).\sin(a,b)$ (với a, b chéo nhau).

Đặt $SA = x (x > 0)$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA^2 = SH.SB \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{x^2}{x^2 + a^2}$.

Mà $\frac{SK}{SD} = \frac{SH}{SB} = \frac{HK}{BD} \Rightarrow \frac{SK}{SD} = \frac{HK}{BD} = \frac{x^2}{x^2 + a^2} \Rightarrow HK = \frac{x^2 a \sqrt{2}}{a^2 + x^2}$

Lại có $\frac{IH}{SA} = \frac{HB}{SB} = \frac{SB - SH}{SB} = 1 - \frac{SH}{SB} = 1 - \frac{x^2}{x^2 + a^2} = \frac{a^2}{x^2 + a^2} \Rightarrow IH = \frac{a^2 x}{a^2 + x^2}$

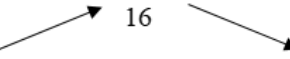
Mặt khác ta có AC và HK chéo nhau và $HK \parallel (ABCD); AC \subset (ABCD)$ nên $HI = d(KH, AC)$ và $AC \perp HK$

Khi đó $V_{ACBR} = \frac{1}{6}AC.KH.HI = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{x^2 a \sqrt{2}}{a^2 + x^2} \cdot \frac{a^2 x}{a^2 + x^2} = \frac{a^4}{3} \cdot \frac{x^3}{(a^2 + x^2)^2}$

Xét hàm $f(x) = \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2}$ trên $(0; +\infty)$ có $f'(x) = \frac{-x^6 + 2a^2x^4 + 3a^4x^2}{(x^2 + a^2)^4}$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^6 + 2a^2x^4 + 3a^4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0(L) \\ x^2 = -a^2(VN) \Leftrightarrow x = a\sqrt{3} \text{ (do } x > 0) \\ x^2 = 3a^2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$a\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	0	+	0	-
$f(x)$	$\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ 			

Suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ khi $x = a\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối tứ diện $ACHK$ lớn nhất bằng $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) + 2} = 1 \text{ do } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1.$$

$\Rightarrow$ Đường thẳng $y = 1$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$.

Để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang thì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \pm\infty.$$

$$+) \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) + 2} = \frac{1}{m + 2} = 1 \Rightarrow m + 2 = 1 \Rightarrow m = -1$$

$$+) \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) + 2} = \pm\infty \Rightarrow m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$$

Vậy có hai giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số y có đúng một tiệm cận ngang.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = AB = AC = 1$ và $\angle BAC = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm cạnh CC' . Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{370}}{20}$.

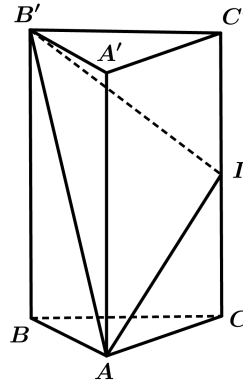
B. $\frac{\sqrt{70}}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{20}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên các điểm B, A, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của các điểm B', A, I trên mặt phẳng (ABC) .

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ thì $\cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}}$.

Tam giác ABC có $AB = AC = 1$ và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ \Rightarrow B'C' = BC = \sqrt{3}$.

Có: $AI^2 = AC^2 + IC^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$; $B'I^2 = B'C'^2 + IC'^2 = 3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$; $AB'^2 = 2$.

$\Rightarrow AI^2 + AB'^2 = \frac{13}{4} = B'I^2 \Rightarrow$ Tam giác $AB'I$ vuông tại A .

$$S_{AB'I} = \frac{1}{2} AB' \cdot AI = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

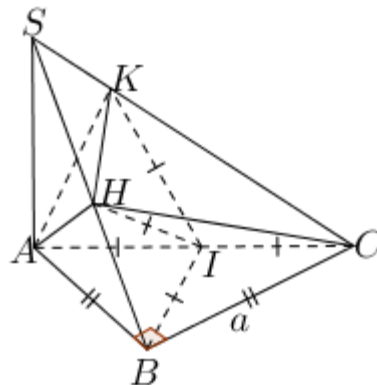
$$\text{Vậy, } \cos \alpha = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{10}}{4}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng

- A. $\sqrt{2}pa^3$. B. $\frac{\sqrt{2}pa^3}{3}$. C. $\frac{pa^3}{6}$. D. $\frac{pa^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I trung điểm AC , khi đó ta có $IA = IB = IC = IK$.

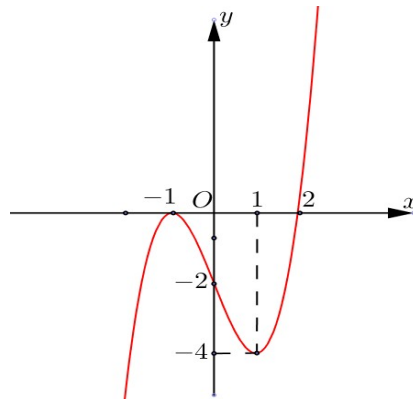
Ta có $\begin{cases} BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \\ AH \perp SB \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC \Rightarrow \Delta AHC \text{ vuông tại } H.$

Suy ra $IH = IA = IC$.

Vậy tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ là điểm $I \Rightarrow R = IB = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{2a^3\sqrt{2}}{8} = \frac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

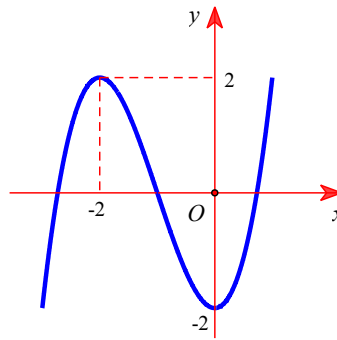
Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0	0	0	0	0	

Suy ra hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-2; 0)$, $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$.

Do đó: phương án A, B, D đúng và phương án C sai. Vậy chọn phương án C.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-2x^2 + 4x)$ là



A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = (-4x + 4) \cdot f'(-2x^2 + 4x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 4 = 0 \\ f'(-2x^2 + 4x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(-2x^2 + 4x) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } f'(-2x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 + 4x = -2 \\ -2x^2 + 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Phương trình $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm bội lẻ nên hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P) ?

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(-2t; 1+t; t) \in d$

$$\text{Khi đó } MO = \sqrt{(-2t)^2 + (1+t)^2 + t^2} = \sqrt{6t^2 + 2t + 1}$$

$$d(M, (P)) = \frac{|-4t - 1 - t + 2t - 2|}{\sqrt{4+1+4}} = |t+1|$$

$$\text{Theo giả thiết có } MO = d(M, (P)) \Leftrightarrow \sqrt{6t^2 + 2t + 1} = |t+1| \Leftrightarrow 6t^2 + 2t + 1 = t^2 + 2t + 1 \Leftrightarrow t = 0 \\ \Rightarrow M(0; 1; 0). \text{ Vậy có 1 điểm } M \text{ thỏa mãn}$$

Câu 41. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. - 2.

B. 3.

C. - 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có } z_1 + z_2 = (1 - i) + (2 + 3i) = 3 + 2i$$

Suy ra phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng 2

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$.

Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = 4$.

C. $I = 10$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } I_1 = \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow 2t dt = dx$$

$$\begin{aligned} x=1 &\Rightarrow t=1 \\ x=9 &\Rightarrow t=3 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } I_1 = \int_1^3 2f(t) dt = 2 \int_1^3 f(x) dx = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2 \quad (1)$$

$$\text{Xét } I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$$

$$\begin{aligned} \text{Đặt } t = \sin x &\Rightarrow dt = \cos x \\ x=0 &\Rightarrow t=0 \end{aligned}$$

$$\text{Đổi cận } x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Suy ra } I_2 = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx = 2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } I = \int_0^3 f(x) dx = 4.$$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $x + 2y - z - 3 = 0$.

B. $x + 2y - z - 1 = 0$.

C. $x + 2y - z + 1 = 0$.

D. $x + 2y + z + 1 = 0$.

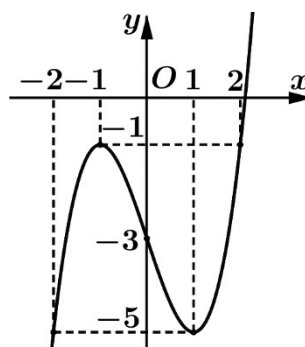
Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng cần tìm đi qua $M(1;0;2)$ và có véc tơ pháp tuyến là

$$n = (1; 2; -1) \Rightarrow 1(x-1) + 2(y-0) - (z-2) = 0 \Rightarrow x + 2y - z + 1 = 0.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



A. $m = -5, M = -1$. **B.** $m = -1, M = 0$. **C.** $m = -2, M = 2$. **D.** $m = -5, M = 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $\min_{[-2;2]} f(x) = -5 \Rightarrow m = -5$, $\max_{[-2;2]} f(x) = -1 \Rightarrow M = -1$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2020\pi)$?

A. 2020. **B.** 1009. **C.** 1010. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x) = \log_2(\cos x)$ xác định và có đạo hàm khi $\cos x > 0$ (1).

Khi đó $f'(x) = \frac{-\sin x}{\ln 2 \cdot \cos x}$. Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

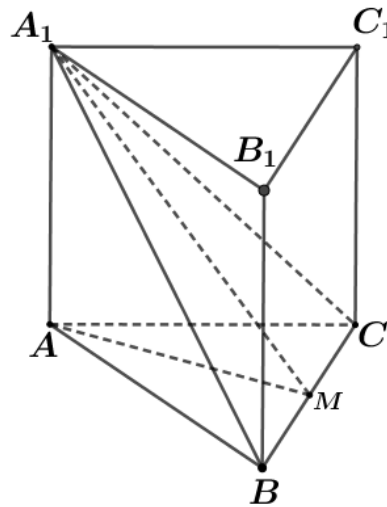
Suy ra tất cả các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trong khoảng $(0; 2020\pi)$ là $x = k2\pi$ với $k = \overline{1, 1009}$. Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có 1009 nghiệm trong khoảng $(0; 2020\pi)$.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng (A_1BC) tạo với đáy góc 30° và tam giác A_1BC có diện tích bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 64\sqrt{3}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 16\sqrt{3}$. **D.** $V = 8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\triangle ABC$ là hình chiếu của $\triangle A_1BC$ lên mặt phẳng (ABC) .

Do đó: $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A_1BC} \cdot \cos \alpha$

Với $\alpha = ((A_1BC), (ABC)) = 30^\circ$.

$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 8 \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}$.

Mà $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow AB = BC = AC = 4$.

Kẻ AM vuông góc BC tại M.

Khi đó $BC \perp (A_1MA) \Rightarrow ((A_1BC), (ABC)) = \angle A_1MA = 30^\circ$.

$\Rightarrow A_1A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2$.

Thể tích lăng trụ đã cho là $V = S_{\triangle ABC} \cdot A_1A = 4\sqrt{3} \cdot 2 = 8\sqrt{3}$.

Câu 47. Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng

A. 16π . **B.** 32π . **C.** 8π . **D.** 64π .

Lời giải

Chọn C

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của trụ. Khi đó ta có $2(h + 2r) = 12 \Leftrightarrow h + 2r = 6$.

Thể tích của khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi r^2 (6 - 2r) \leq \pi \left(\frac{r + r + 6 - 2r}{3} \right)^3 = 8\pi$. Vậy giá trị lớn nhất của khối trụ là 8π khi $r = 2$.

- Câu 48.** Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a b - \log_b c$. Giá trị của biểu thức $S = m - 3M$ bằng
- A.** $S = -16$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a c - \log_a b - 2 \log_b c + 2 - 3;$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a b \cdot \log_b c - \log_a b - 2 \log_b c - 1$$

Đặt: $\log_a b = x, \log_b c = y$ khi đó phương trình có dạng:

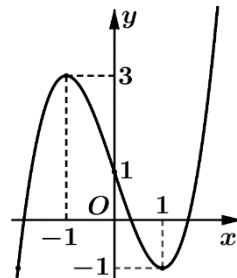
$$x^2 + y^2 = xy - x - 2y - 1 \Leftrightarrow (x - y)^2 + (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 3;$$

$$\text{Hay } 0 = (x - y)^2 + (x + 1)^2 + (y + 2)^2 - 3 \geq (x - y)^2 + \frac{(x - y - 1)^2}{2} - 2;$$

$$\Rightarrow 3(x - y)^2 - 2(x - y) - 5 \leq 0 \text{ suy ra } 3P^2 - 2P - 5 \leq 0 \text{ do đó } -1 \leq P \leq \frac{5}{3}.$$

$$\text{Vậy } m = -1; M = \frac{5}{3} \Rightarrow S = -6.$$

- Câu 49.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết $f(-1) = 1$, $f\left(-\frac{1}{e}\right) = 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(x) < \ln(-x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left[-1; -\frac{1}{e}\right]$.



- A.** $m \geq 2$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.

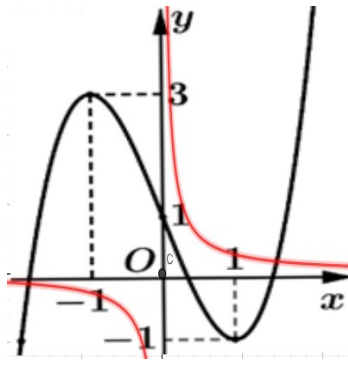
Lời giải

Chọn B

+) Ta có $f(x) < \ln(-x) + m \Leftrightarrow f(x) - \ln(-x) < m$.

+) Đặt $g(x) = f(x) - \ln(-x) \Rightarrow g'(x) = f'(x) - \frac{1}{x}, x < 0$.

+) Bằng cách vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, và xét trên $\left[-1; -\frac{1}{e}\right]$,



ta thấy $f'(x) > \frac{1}{x}$, $\forall x \in \left[-1; -\frac{1}{e}\right]$ nên $g'(x) > 0$, $\forall x \in \left[-1; -\frac{1}{e}\right]$

$$\Rightarrow \max_{\left[-1; -\frac{1}{e}\right]} g(x) = g\left(-\frac{1}{e}\right) = f\left(-\frac{1}{e}\right) - \ln\left(\frac{1}{e}\right) = 2 + 1 = 3.$$

$$+) \text{ Vậy, } f(x) < \ln(-x) + m, \forall x \in \left[-1; -\frac{1}{e}\right] \Leftrightarrow m \geq \max_{\left[-1; -\frac{1}{e}\right]} g(x) = 3.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SMC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

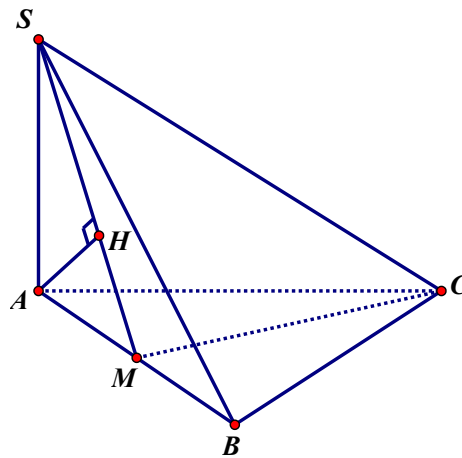
B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



$+) AB$ là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc $(SB, AB) = \angle SBA \Rightarrow \angle SBA = 60^\circ \Rightarrow SA = \tan 60^\circ \cdot a = a\sqrt{3}$.

$+) \text{ Vì } M \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên } d(B; (SMC)) = d(A; (SMC)).$

$+) \text{ Ta có } \begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow (SMC) \perp (SAB). \text{ Trong mặt phẳng } (SAB), \text{ kẻ } AH \perp SM, H \in SM \Rightarrow d(A; (SMC)) = AH.$

$+) \text{ Tam giác } SAM \text{ vuông tại } S \text{ có } AH \text{ là đường cao nên}$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{13}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{13}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

HẾT

