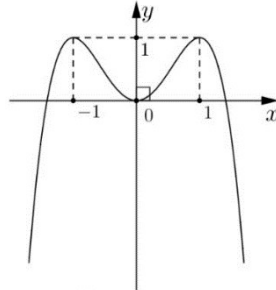


Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- *A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. *D. $(0; 1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. *B. $(0; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2019$ nghịch biến trên

- *A. $(-1; 3)$. B. $(-\infty; -1)$.
C. $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giảiTập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 2x - 3$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Nhìn vào bảng xét dấu của y' ta thấy hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.Vậy hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.**Câu 5.** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

- *A. $(0; 2)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; 4)$ D. $(4; +\infty)$

Lời giảiTập xác định $D = \mathbb{R}$.Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Nhìn vào bảng xét dấu của y' ta thấy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.Vậy hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.**Câu 6.** Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ B. $\mathbb{R}$ *C. $(-\infty; -3)$ D. $(3; +\infty)$

Lời giảiHàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

$$y' = \frac{-11}{(x+3)^2} < 0, \text{ với } x \in D.$$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.**Câu 7.** Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ *D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Lời giảiTập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- *A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Suy ra Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Do đó đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$
- *C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Lời giải

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 4)$.
- *B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

Lời giải

$$y' = x^2 - x - 12$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 3)$
- B. $(-1; 0)$
- *C. $(0; 1)$
- D. $(-2; 0)$

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$.

Đồng thời $f'(x)<0 \Leftrightarrow x \in (0;2)$ nên ta chọn đáp án theo đề bài là $(0;1)$.

Câu 12. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

*A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

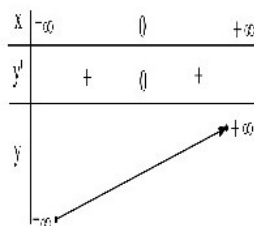
B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

$$y'=0 \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=0$$



Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbf{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$

B. $(-\infty;-1)$

*C. $(1;3)$

D. $(3;+\infty)$

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=3 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;3)$.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{x-1}{x-2}$

*B. $y=x^3+x$

C. $y=-x^3-3x$

D. $y=\frac{x+1}{x+3}$

Lời giải

Vì $y=x^3+x \Rightarrow y'=3x^2+1>0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$

*D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Lời giải

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

A. $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; 1)$

C. $(-1; +\infty)$

*D. $(-\infty; -1)$

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

*A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ nên loại A, B, D.

Câu 18. Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$

B. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$

*C. $(0; +\infty)$

D. $(-\infty; 0)$

Lời giải

$$y' = 8x^3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow x > 0, y' < 0 \Leftrightarrow x < 0$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 19. Trong các hàm số sau, hàm số nào vừa có khoảng đồng biến vừa có khoảng nghịch biến trên tập xác định của nó.

$$(I). y = \frac{2x+1}{x+1}, (II). y = -x^4 + x^2 - 2, (III). y = x^3 + 3x - 4$$

A. (I); (III)

B. (I) & (II)

C. (II); (III)

*D. (II)

Lời giải

$$(I): \text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}, y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

Vậy (I) không thỏa.

(Nhận xét: đây là hàm nhất biến nên không thỏa).

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$(II): \text{TXĐ: } D = \mathbb{R}, y' = -4x^3 + 2x,$$

Bảng xét dấu.

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy (II) thỏa.

(Nhận xét, $y' = 0$ là phương trình bậc ba có đủ 3 nghiệm nên luôn đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên (II) thỏa).

(III) : TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy (III) không thỏa.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; 0)$. *B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$

Suy ra: Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.
B. Hàm đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.
*C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải

Phân tích: Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Theo dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a = \frac{1}{4} > 0$ nên ở đây ta có thể xác định nhanh hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 22. Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

- A. $(\sqrt{2}; +\infty)$. B. $(-\sqrt{3}; 0)$; $(\sqrt{2}; +\infty)$.
*C. $(-\sqrt{2}; 0)$; $(\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Lời giải

$y' = -4x^3 + 8x = 4x(-x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{2}$

Câu 23. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- *A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$

Ta có $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0 \quad \forall x \in (5; +\infty)$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Câu 24. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$.

A. $(0; +\infty)$

B. $(-\infty; 0)$

*C. $(-3; 0)$

D. $(0; 3)$

Lời giải

Tập xác định $D = [-3; 3]$

Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$; $y' < 0 \quad \forall x \in (0; 3)$, suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(-3; 0)$.

Câu 25. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x + \sin x$.

*A. $\emptyset$

B. $(-\infty; 2)$

C. $\mathbb{R}$

D. $(1; 2)$

Lời giải

Ta có $y = -x + \sin x$ tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = -1 + \cos x \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x \ln x$. Chọn khẳng định sai trong số các khẳng định sau:

*A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$.

C. Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$.

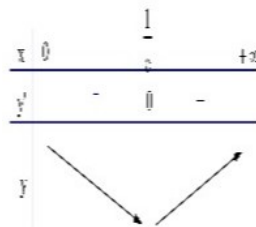
D. Hàm số có tập xác định là $D = (0; +\infty)$.

Lời giải

$y = x \ln x$. TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$y' = \ln x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$

Ta có BBT:



Dựa vào BBT suy ra đáp án A sai.

Câu 27. Cho hàm số $y = \sin x + \cos x - \sqrt{3}x$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

C. Hàm số có điểm cực trị.

*D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \cos x - \sin x - \sqrt{3} = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} \leq \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

*A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu '=' xảy ra tại hữu hạn điểm).

Ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in [-2; -1; 0; 1; 2]$, vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 29. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 5

B. 4

C. 6

*D. 7

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$+) y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow m \in [-9; -3] \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 30. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

*A. $[-4; 2]$

B. $(-4; 2)$

C. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$

D.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$

Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2.$$

Vậy $m \in [-4; 2]$.

Câu 31. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$

*B. $-2 \leq m \leq -1$.

C. $-2 < m < -1$.

D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = -x^2 + 2mx + 3m + 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Câu 32. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 0

B. 3

*C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 1$. Ta có: $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m = 1$.

TH2: $m = -1$. Ta có: $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = -1$.

TH3: $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)(4m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1$$

. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên

$$m = 0.$$

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm là $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Câu 33. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

*A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (m^2 - m)x^2 + 4mx + 3$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m = 0$ ta có $y' = 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

+ Với $m = 1$ ta có $y' = 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4} \Rightarrow m = 1$ không thỏa mãn.

$$+ \text{ Với } \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ ta có } y' \geq 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \\ -3 \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < 0.$$

Tổng hợp các trường hợp ta được $-3 \leq m \leq 0$.

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0\}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

Câu 34. Số các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-100; 100]$ để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m + 1)x - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. 200.

*B. 99.

C. 100.

D. 201.

Lời giải

Trường hợp 1: $m = 0$. Ta có:

$y = x - 3$ có $y' = 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó loại $m=0$.

Trường hợp 2: $m \neq 0$. Ta có: $y' = 3mx^2 + 2mx + m + 1$, $\Delta' = -2m^2 - 3m = m(-2m - 3)$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m(-2m - 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2m - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}.$$

Vì m là số nguyên thuộc đoạn $[-100; 100]$ nên $m \in \{-2; -3; \dots; -99; -100\}$.

Vậy có 99 giá trị m .

Câu 35. Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (3m+2)x + 2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

- A. $m=1$. B. $m=\frac{1}{2}$. C. $m=4$. *D. $m=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2x - (3m+2)$. Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 4$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+3m+2 > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2^2 + 4(3m+2) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 12m = 4 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{3}.$$

Vậy $m = \frac{1}{3}$.

Câu 36. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

- A. $m < 0$. *B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$. C. $m > 6$. D. $m = 9$.

Lời giải

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$

Hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \leq 0 \forall x \in (a; b)$

$$\Delta = m^2 - 6m + 9$$

TH1: $\Delta \leq 0 \Rightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Vô lí

TH2: $\Delta > 0 \Rightarrow m \neq 3 \Rightarrow y'$ có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_2 > x_1)$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên $(x_1; x_2)$.

Yêu cầu đề bài:

$$\Leftrightarrow x_2 - x_1 > 3 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 > 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P > 9$$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-2) > 9 \Leftrightarrow m^2 - 6m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 0 \end{cases}$$

Câu 37. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng tất cả phần tử của S .

- *A. -2 . B. 2 . C. -1 . D. 4 .

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 + 2(m+1)x + 4$

Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - 4 > 0 \\ |x_1 - x_2| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases} \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases} \\ 4(m+1)^2 - 16 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases} \\ m^2 + 2m - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy tổng cần tìm là $-4+2=-2$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

- A. $m = 9$. B. $m = 1; m = -9$. *C. $m = -1; m = 9$. D. $m = -1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$

Ta không xét trường hợp $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $a = 1 > 0$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \text{ hay } m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 9 \end{cases}$$

Câu 39. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m - 1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

- A.** $m > 1$. ***B.** $m \leq -\frac{1}{2}$. **C.** $m < -\frac{1}{2}$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$.

Nếu $1 \leq 2m - 1$ thì ta có biến đổi $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2m - 1$.

(trường hợp này hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$).

Xét $2m - 1 < 1$ ta có biến đổi $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2m - 1; 1]$

x	$-\infty$	$2m-1$			1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
	$-\infty$					$+\infty$

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ thì $(-2; 0) \subset [2m - 1; 1]$.

$$\Leftrightarrow 2m - 1 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}.$$

Câu 40. Biết rằng hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3(m-1)x^2 + 9x + 1$ nghịch biến trên $(x_1; x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1 - x_2| = 6$ thì giá trị m là:

- A.** -4 và 2 . ***B.** $1 + \sqrt{2}$ và $1 - \sqrt{2}$. **C.** -4 . **D.** 2 .

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3(m-1)x^2 + 9x + 1$. Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 6(m-1)x + 9$; $\Delta' = 9(m-1)^2 - 9$.

Theo đề: Hàm số nghịch biến trên $(x_1; x_2)$ với $|x_1 - x_2| = 6$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm $x_{1,2}$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 6$.

$$\begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta' = 9(m-1)^2 - 9 > 0 \\ |x_1 - x_2| = \frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \\ 9(m-1)^2 - 9 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \\ m = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{2}.$$

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực m để $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

A. $-\frac{5}{4} < m < 0$

*B. $m > -\frac{5}{4}$

C. $m \geq 0$

D. $m \leq 0$

Lời giải

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 6x + m - 1$.

Để hàm số đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1 khi và chỉ khi $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_2 - x_1| > 1$.

Với $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 3m + 6 > 0 \Leftrightarrow m > -2$ theo Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{1-m}{3} \end{cases}$ thay vào $|x_2 - x_1| > 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 1 > 0 \Leftrightarrow 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{4}$ kết hợp điều kiện chọn D.

Câu 42. Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - m - n$ bằng

A. -16.

B. 4.

*C. $-\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $y' = 3(x+m)^2 + 3(x+n)^2 - 3x^2 = 3[x^2 + 2(m+n)x + m^2 + n^2]$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow mn \leq 0$.

TH1: $mn = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 0 \end{cases}$

Do vai trò của m, n là như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $m = 0$.

$$\Rightarrow P = 4n^2 - n = \left(2n - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{16} \geq -\frac{1}{16} \quad (1)$$

TH2: $mn < 0 \Leftrightarrow m > 0; n < 0$

Ta có
$$P = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + 4n^2 + (-n) > -\frac{1}{16} \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có $P_{\min} = -\frac{1}{16}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{8}; n = 0$ hoặc $m = 0; n = \frac{1}{8}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. Vô số *B. 3 C. 5 D. 4

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}$$
 hàm số đồng biến trên khoảng xác định khi $-1 < m < 3$ nên có 3 giá trị của m nguyên

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 4 B. Vô số *C. 3 D. 5

Lời giải

Chọn D

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}; \quad y' = \frac{m^2 - 4m}{(x + m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa mãn.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x + m^2}{x + 4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 5. *B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

TXĐ:
$$D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}; \quad y' = \frac{4 - m^2}{(x + 4)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó thì $4 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx - 4}{x - m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$. B. $-2 < m < 2$. *C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = (-\infty; m) \cup (m; +\infty)$

$$y = \frac{mx - 4}{x - m} \Rightarrow y' = \frac{-m^2 + 4}{(x - m)^2}$$

Ta có . Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó nên

$$-m^2 + 4 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$$

$$y = \frac{x^2 + (m+1)x - 1}{2 - x}$$

Câu 47. Hàm số (m là tham số) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi các giá trị của m là:

A. $m \geq 1$.

B. $m = -1$.

*C. $m \leq -\frac{5}{2}$.

D. $-1 < m < 1$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Đạo hàm: $y' = \frac{-x^2 + 4x + 2m + 1}{(2 - x)^2} = \frac{g(x)}{(2 - x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in D$

(Dấu '=' chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên D)

$$\Leftrightarrow g(x) = -x^2 + 4x + 2m + 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Điều kiện: $\Delta' \leq 0$ (vì $a = -1 < 0$) $\Leftrightarrow 4 - (-1)(2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 2m + 5 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{5}{2}$.

Câu 48. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

*A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = 3 - \frac{m^2 + 3m}{(x + 1)^2} = \frac{3x^2 + 6x + 3 - m^2 - 3m}{(x + 1)^2}$$

Ta có

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

$$\Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \neq -1 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 3 - m^2 - 3m \geq 0 \quad \forall x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 + 3(m^2 + 3m) - 9 \leq 0 \\ m^2 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 0$$

Mà m nguyên nên $m \in \{-2, -1\}$.

$$f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$$

Câu 49. Cho hàm số (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

*D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$f'(x) = \frac{-m^2 + 4}{(x - m)^2}$$

Đạo hàm

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0 \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in [-1; 0]$. Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 50. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ là

- A. $(5; +\infty)$. *B. $(5; 8]$. C. $[5; 8)$. D. $(5; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x \neq -m$.

Ta có $y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$

Để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ thì

$$\begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (-\infty; -8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Rightarrow 5 < m \leq 8$$

Câu 51. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2020; 2020)$ sao cho hàm số $y = \frac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$?

- A. 2020. B. 2026. C. 2018. *D. 2023.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \neq m$ nên $m \notin (-\infty; -3)$

$$y = \frac{3x+18}{x-m} \Rightarrow y' = \frac{-3m-18}{(x-m)^2}$$

Để hàm số $y = \frac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ thì $-3m-18 < 0 \Leftrightarrow m > -6$

Vì $m \in (-2020; 2020)$ và $m \notin (-\infty; -3)$ nên $m \in [-2; 2020]$

Vậy có 2023 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{mx-2m+3}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 3. *C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x \neq -m$.

Ta có: $y' = \frac{m^2+2m-3}{(x+m)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì:

$$\begin{cases} y' < 0; \forall x \in (2; +\infty) \\ x \neq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3 < 0 \\ -m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 1 \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 1.$$

Vậy giá trị nguyên của m là $S = \{-2; -1; 0\}$.

Câu 53. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{4x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$?
A. 5. **B.** 11. ***C.** 6. **D.** 7.

Lời giải
Chọn C

Điều kiện: $x \neq -\frac{m}{4}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 36}{(4x+m)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 4) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (0; 4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 36 < 0 \\ -\frac{m}{4} \notin (0; 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < m < 6 \\ -\frac{m}{4} \leq 0 \\ -\frac{m}{4} \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < m < 6 \\ m \geq 0 \\ m \leq -16 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 6$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vậy có 6 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 54. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $(-\infty; 1]$ ***B.** $(-\infty; 4]$ **C.** $(-\infty; 1)$ **D.** $(-\infty; 4)$

Lời giải
Chọn B

Ta có.

$$y' = 3x^2 - 6x + 4 - m \text{ ycbt} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{(2; +\infty)} g(x) \text{ với } g(x) = 3x^2 - 6x + 4$$

Ta có.

$$g'(x) = 6x - 6$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0	+	
$g(x)$			4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra: $m \leq 4$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy: $m \in (-\infty; 4]$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 55. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

*A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$

B. $[0; +\infty)$

C. $(-\infty; 0]$

D. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ thì $y' = -3x^2 - 6x + 4m - 9 \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1)$

$\Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq \min_{(-\infty; -1]} f(x), \quad f(x) = 3x^2 + 12x + 9$

Ta có $f'(x) = 6x + 12; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Khi đó, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$+\infty$	-3	$+\infty$

Suy ra $\min_{(-\infty; 0]} f(x) = -3 \Rightarrow 4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}$

Câu 56. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ tăng trên khoảng $(1; +\infty)$

A. $m < 3$

*B. $m \geq 3$

C. $m \neq 3$

D. $m \leq 3$

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm : $y' = 3x^2 - 6x + m$

YCBT $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x, \forall x \in (1; +\infty)$

Xét hàm số: $f(x) = -3x^2 + 6x, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, f(1) = 3$. Do đó : $m \geq f(x), x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \geq 3$

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 6mx + m$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

A. $m \leq -\frac{1}{4}$

B. $m \geq \frac{1}{4}$

*C. $m \geq 2$

D. $m \geq 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 6x^2 - 6x - 6m$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0$ với $\forall x \in (-1; 1)$ hay $m \geq x^2 - x$ với $\forall x \in (-1; 1)$

Xét $f(x) = x^2 - x$ trên khoảng $(-1; 1)$ ta có $f'(x) = 2x - 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	-1	$\frac{1}{2}$	1
y'	-	0	+
y	2	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \geq f(x)_{\text{với } \forall x \in (-1;1)} \Leftrightarrow m \geq 2$.

* Có thể sử dụng $y' \leq 0$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) \leq 0 \\ y'(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6m \leq 0 \\ 12 - 6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 58. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

- A. $(-\infty; 6]$ B. $(-\infty; 3]$ *C. $(-\infty; 3]$ D. $[3; 6]$

Lời giải

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y' \geq 0, \forall x \in (0;4)$.

tức là $3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0 \forall x \in (0;4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \forall x \in (0;4)$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

$$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x+1)^2} \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \in (0;4) \\ x=-2 \notin (0;4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \forall x \in (0;4)$ thì $m \leq 3$.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- *A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$ B. $m \leq 0$
C. $1 \leq m < 2$ D. $m \geq 2$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \tan x$, vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m} \forall t \in (0;1)$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$$

Ta có

Ta thấy hàm số $t(x) = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$. Nên để hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t) > 0 \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \forall t \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0] \cup [1; 2) \\ m \geq 1 \end{cases}$$

Câu 60. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

*A. $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$

C. $m \leq 3$

D. $m < 3$

Lời giải

$$y' = \frac{(-m+3)}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{(m-3)}{(\cos x - m)^2} \cdot \sin x$$

Điều kiện: $\cos x \neq m$. Ta có:

$$x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \sin x > 0, (\cos x - m)^2 > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) : \cos x \neq m$$

Vi

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên khoảng } \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ \cos x \neq m \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases} \end{cases}$$

Chú ý: Tập giá trị của hàm số $y = \cos x, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là $(-1; 0)$.

Câu 61. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3

B. 2

*C. 1

D. 4

Lời giải

Chọn C

$$y = f(x) = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$$

Đặt $t = \ln x$, điều kiện $t \in (0; 1)$

$$g(t) = \frac{t-4}{t-2m}; \quad g'(t) = \frac{-2m+4}{(t-2m)^2}$$

$$\text{Để hàm số } f(x) \text{ đồng biến trên } (1; e) \text{ thì hàm số } g(t) \text{ đồng biến trên } (0; 1) \Leftrightarrow g'(t) > 0, t \in (0; 1) \\ \Leftrightarrow \frac{-2m+4}{(t-2m)^2} > 0, t \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m+4 > 0 \\ 2m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

S là tập hợp các giá trị nguyên dương $\Rightarrow S = \{1\}$.

Vậy số phần tử của tập S là 1.

Câu 62. Tìm m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$

B. $m > 2$

*C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$

D. $-1 < m < 1$

Lời giải

Chọn C

$$y' = \frac{2-m}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x), \sin x > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Ta có

Do đó: Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2-m > 0 \\ \cos x - m \neq 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$$

Câu 63. Cho hàm số $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong khoảng $(-10;10)$ sao cho hàm số đồng biến trên $(-8;5)$?

*A. 14.

B. 13.

C. 12.

D. 15.

Lời giải

Đặt $t = -\sqrt{6-x}$ vì $x \in (-8;5) \Rightarrow t \in (-\sqrt{14}; -1)$ và $t = -\sqrt{6-x}$ đồng biến trên $(-8;5)$.

Hàm số trở thành $y = \frac{-(4-m)t+3}{-t+m}$ tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\} \Rightarrow y' = \frac{m^2 - 4m + 3}{(-t+m)^2}$

$$\begin{aligned} & \text{Để hàm số đồng biến trên khoảng } (-\sqrt{14}; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 > 0 \\ m \leq -\sqrt{14} \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\sqrt{14} \\ -1 \leq m < 1 \\ m > 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$\Rightarrow m = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -1, 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ có 14 giá trị.

Câu 64. Cho hàm số $y = \frac{(m-1)\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(17;37)$.

*A. $\begin{cases} m > 2 \\ -4 \leq m < -1 \\ m \leq -6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m > 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$

C. $-1 < m < 2$.

D. $-4 \leq m < 2$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x-1}$

Hàm số $y = \frac{(m-1)\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+m}$ đồng biến trên khoảng $(17; 37)$ khi $f(t) = \frac{(m-1)t+2}{t+m}$ đồng biến trên khoảng $(4; 6)$

$$f'(t) = \frac{m^2 - m - 2}{(t+m)^2}$$

Hàm số $f(t) = \frac{(m-1)t+2}{t+m}$ đồng biến trên khoảng $(4; 6)$

$$f'(t) > 0 \quad \forall t \in (4; 6) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ -m \notin (4; 6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1; 2 < m \\ m \leq -6; -4 \leq m < -1; 2 < m \end{cases}$$

Câu 65. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương và nhỏ hơn 2018 của tham số m để hàm số

$y = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$. Tính số phần tử của tập hợp S .

A. 2014.

*B. 2015.

C. 2016.

D. 2017.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x}$, ta có $x \in (1; 9) \Leftrightarrow t \in (1; 3)$ và khi x càng tăng thì t càng tăng.

Xét hàm số $g(t) = \frac{t-2}{t-m}$. Khi $m > 0$, ta có điều kiện xác định của hàm số $g(t) = \frac{t-2}{t-m}$ là $t \neq m$.

$$g'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$$

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$.

$$\Leftrightarrow \text{Hàm số } g(t) \text{ nghịch biến trên khoảng } (1; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m < 0 \\ \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Vì m nguyên dương và nhỏ hơn 2018 nên ta có $3 \leq m \leq 2017$ hay S có 2015 phần tử.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

A. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$.

B. $m < -2$ hoặc $m = 1$.

*C. $m < -2$.

D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Lời giải

Tập xác định $D = (0; +\infty) \setminus \{e^{m+1}\}$.

$$y' = \frac{-m^2 - m + 2}{x(\ln x - m - 1)^2}$$

Cách 1:

$$\begin{cases} -m^2 - m + 2 < 0 \\ e^{m+1} \notin (e^2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \Leftrightarrow m < -2 \\ m+1 \leq 2 \end{cases}$$

Vậy yêu cầu bài toán tương đương

Cách 2: Đặt $t = \ln x$, ta biết rằng hàm số $f(x) = \ln x$ đồng biến trên $(e^2; +\infty)$.

Xét hàm số $g(t) = \frac{mt-2}{t-m-1}$ với $t \in (2; +\infty)$, ta có $g'(t) = \frac{-m^2 - m + 2}{(t-m-1)^2}$.

Câu 67. Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

- A. $m \in (-1; 2] \setminus \{-1\}$ B. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ *C. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$ D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{-1\}$

Lời giải

$y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ và $y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \end{cases}$

$$x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow 2m(x - 2) \geq -x^2, \forall x \in [1; +\infty) \quad (1)$$

Do $x = 2$ thỏa bất phương trình $2m(x - 2) \geq -x^2$ với mọi m nên ta chỉ cần xét $x \neq 2$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq \frac{-x^2}{x - 2}, \forall x \in [1; 2) \\ 2m \geq \frac{-x^2}{x - 2}, \forall x \in (2; +\infty) \end{cases} \quad (2)$$

Khi đó

Xét hàm số $f(x) = \frac{-x^2}{x - 2}$ trên $[1; +\infty) \setminus \{2\}$ có $f'(x) = \frac{-x^2 + 4x}{(x - 2)^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	2	4	$+\infty$
y'		+	0	-
y	1	$+\infty$	-8	$-\infty$

$$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2m \leq 1 \\ 2m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{2}$$

Cách khác

$y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ và $y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \end{cases}$

$$x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m \leq 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ -m + \sqrt{m^2 + 4m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases} \\ m \geq -1 \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với đk $m > -1$ ta được $-1 < m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 68. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - 2}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

- A. $m \geq -2$. *B. $m \leq -2$. C. $m < -2$. D. $m > -2$.

Lời giải

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. $f'(x) = \frac{2x^2 - 8x + 6 - m}{(x - 2)^2}$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng xác định.

$$\Leftrightarrow f'(x) \geq 0 (\forall x \in D) \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 6 - m \geq 0 (\forall x \in D) \Leftrightarrow 2(x - 2)^2 \geq m + 2 (\forall x \in D)$$

Suy ra $m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Câu 69. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 + (1 - m)x + 1 + m}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 2. *B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2} = \frac{g(x)}{(x - m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi $g(x) \geq 0, \forall x > 1$ và $m \leq 1$ (1)

Vì $\Delta_g' = 2(m + 1)^2 \geq 0, \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm thỏa $x_1 \leq x_2 \leq 1$

$$\begin{cases} 2g(1) = 2(m^2 - 6m + 1) \geq 0 \\ \frac{S}{2} = m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,2$$

Điều kiện tương đương là

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 70. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x + 5 + \frac{1 - m}{x - 2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?

- A. 11. B. 10. *C. 8. D. 9.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Đạo hàm: $y' = 1 + \frac{m - 1}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + m + 3}{(x - 2)^2}$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 3$ trên $[5; +\infty)$.

Đạo hàm: $f'(x) = 2x - 4$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1$. Ta có: $f(5) = 8$.

Bảng biến thiên:

$$x - \infty \quad 25 + \infty \quad y' - 0 + 0 + y' + \infty - 18 \quad + \infty$$

Do $(x-2)^2 > 0$ với mọi $x \in [5; +\infty)$ nên $y' \geq 0, \forall x \in [5; +\infty)$ khi và chỉ khi $f(x) \geq -m, \forall x \in [5; +\infty)$. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-m \leq 8 \Leftrightarrow m \geq -8$.

Mà m nguyên âm nên ta có: $m \in \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x + 5 + \frac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$.

Câu 71. Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + m + 1}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.
 *A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m < 0$. D. $m \leq 0$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x + m + 1}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 4x + 2 - m}{(x+1)^2}$$

Để $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in D$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 2 - m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Câu 72. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-3; -2]$. C. $(-\infty; 0]$. *D. $(-\infty; -2]$.

Lời giải

$$y' = \frac{m - (x+1)^2}{(x^2 + x + m)^2}$$

Ta có

$$y_{cbt} \Leftrightarrow \begin{cases} y' \leq 0 \\ x^2 + x + m \neq 0 \end{cases}, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m - (x+1)^2}{(x^2 + x + m)^2} \leq 0 \\ x^2 + x + m \neq 0 \end{cases}, \forall x \in (-1; 1).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq (x+1)^2 \\ m \neq -x^2 - x \end{cases}, \forall x \in (-1; 1).$$

$$\Leftrightarrow m \leq (x+1)^2, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \leq 0 \quad (*).$$

$$\Leftrightarrow \text{Đặt } f(x) = -x^2 - x, x \in (-1; 1).$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2x - 1 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f'(x)$			$+$ 0 $-$		
$f(x)$		0	$\frac{1}{4}$	-2	

$$m \in (-\infty; -2] \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right) \quad (**).$$

Vậy Từ $(*)$, $(**)$ $\Rightarrow m \in (-\infty; -2]$.

Câu 73. Tìm m để hàm số $y = mx - \sin x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- *A. $m \geq 1$. B. $m = 1$. C. $m < 1$. D. $m \geq -1$.

Lời giải

Ta có $y' = m - \cos x$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x \leq m, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Câu 74. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (2m - 1)x - (3m + 2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- *A. $-3 \leq m \leq -\frac{1}{5}$. B. $-3 < m < -\frac{1}{5}$. C. $m < -3$. D. $m \geq -\frac{1}{5}$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = (2m - 1) + (3m + 2)\sin x$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x$ tức là: $(2m - 1) + (3m + 2)\sin x \leq 0 \quad (1), \forall x$

+) $m = -\frac{2}{3}$ thì (1) thành $-\frac{7}{3} \leq 0, \forall x$

+) $m > -\frac{2}{3}$ thì (1) thành $\sin x \leq \frac{1 - 2m}{3m + 2} \Rightarrow \frac{1 - 2m}{3m + 2} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{5m + 1}{3m + 2} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < m \leq -\frac{1}{5}$

+) $m < -\frac{2}{3}$ thì (1) thành $\sin x \geq \frac{1 - 2m}{3m + 2} \Rightarrow \frac{1 - 2m}{3m + 2} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{m + 3}{3m + 2} \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m < -\frac{2}{3}$

Kết hợp được: $-3 \leq m \leq -\frac{1}{5}$

Câu 75. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (2m + 3)\sin x + (2 - m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. *B. 5. C. 3. D. 6.

Lời giải

Ta có: $y' = (2m + 3)\cos x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m + 3)\cos x + 2 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $2m + 3 \neq 0$ do đó ta có hai trường hợp sau:

TH1: $2m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$ thì: $\cos x \geq \frac{m - 2}{2m + 3}, \forall x \in \mathbb{R}$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$ do đó: $\frac{m - 2}{2m + 3} \leq -1$

$\Leftrightarrow \frac{3m + 1}{2m + 3} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m \leq -\frac{1}{3}$, do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -1$.

TH2: $2m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$ thì: $\cos x \leq \frac{m - 2}{2m + 3}, \forall x \in \mathbb{R}$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$ do đó: $\frac{m - 2}{2m + 3} \geq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{-m-5}{2m+3} \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq m < -\frac{3}{2} \text{ do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-5; -4; -3; -2\}.$$

Vậy $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Câu 76. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = x + m \cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- *A. $|m| \leq 1$. B. $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $|m| \geq 1$. D. $m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 1 - m \sin x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = 0$ ta có $0 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Trường hợp 2: $m > 0$ ta có $\sin x \leq \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$

Trường hợp 3: $m < 0$ ta có $\sin x \geq \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq -1$

Vậy $|m| \leq 1$

Câu 77. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $m \leq -3$. B. $m > 0$. C. $m > -3$. *D. $m \leq 0$.

Lời giải

$$\sin x = t, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1]$$

Đặt

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$

Để hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$ cần:

$$f'(t) \geq 0 \quad \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0 \quad \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m \quad \forall t \in [0; 1]$$

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 + 6t$

$$g'(t) = 6t + 6$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Bảng biến thiên

t	0	1
$g'(t)$		+
$g(t)$	0	9

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy với $m \leq 0$ thì hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$, hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 78. Tìm m để hàm số $y = \sin^3 x + 3\sin^2 x - m \sin x - 4$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \geq 0$. *B. $m \leq 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Lời giải

Đặt $t = \sin x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

$f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4, f'(t) = 3t^2 + 6t - m = g(t), g'(t) = 6t + 6, g'(t) = -1$.

$f(t)$ đồng biến trên $(0; 1) \Leftrightarrow g(t) \geq 0, \forall t \in (0; 1)$.

Dựa vào BBT của $g(t)$, ta có $g(0) = -m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 79. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \frac{\cot^2 x - 2m \cot x + 2m^2 - 1}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. 0. *B. 2020. C. 2019. D. 2018.

Lời giải

Đặt $t = \cot x$. Vì $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $t \in (0; 1)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm giá trị của m để $y = \frac{t^2 - 2mt + 2m^2 - 1}{t - m}$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$y' = \frac{t^2 - 2mt + 1}{(t - m)^2}$$

Ta có

Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 2mt + 1 \geq 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t}{2} + \frac{1}{2t} \geq m \quad (1) \\ m \leq 0 \text{ hoặc } m \geq 1 \quad (2) \end{cases}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{2} + \frac{1}{2t}$ trên khoảng $(0; 1)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2t^2} = \frac{t^2 - 1}{2t^2}$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

Bảng biến thiên

t	0	1
$f'(t)$		-
$f(t)$	$+\infty$	1

Từ (1) $\Leftrightarrow m \leq 1$ (3).

Từ (2) và (3) $\Rightarrow m \leq 0$ hoặc $m = 1$.

Mà m nguyên và $m \in [-2018; 2018]$ nên có 2020 giá trị thỏa mãn.

Câu 80. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $|m| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $m \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

*D. $|m| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$$y = x + m(\sin x + \cos x) = x + \sqrt{2}m \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$y' = 1 + \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\mathbb{R} \Leftrightarrow 1 + \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left| \sqrt{2}m \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right| \leq 1$$

Đề hàm số đồng biến trên

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}|m| \leq 1 \Leftrightarrow |m| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 81. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $[-1; 1]$.

B. $B(5; 6; 2)$.

*C. $(-\infty; -1]$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{x}{x^2 + 1} - m$.

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ có $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào BBT $m \leq \frac{x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 82. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x - 1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 1.

*B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Ta có $y' = x - m + \frac{1}{x - 1}$.

Để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + \ln(x - 1)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $y' \geq 0$ với $\forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x - 1} \geq m \text{ với } \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \leq \min_{(1; +\infty)} f(x)$$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ ta có

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 2\sqrt{(x-1)\frac{1}{(x-1)}} + 1 \geq 3 \Rightarrow \min_{(1;+\infty)} f(x) = 3. \text{ Do } m \in \mathbb{Z}^+ \text{ nên } m \in \{1; 2; 3\}.$$

Câu 83. Tìm m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y = \frac{2}{3}e^{3x} - me^x + 4x - 2018$.

- A. $m \geq -6$ *B. $m \leq 6$ C. $m \leq -5$ D. $m \geq 6$

Lời giải

Đặt $t = e^x, t > 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}t^3 - mt + 4\ln t - 2018, t > 0 \Rightarrow y' = 2t^2 - m + \frac{4}{t}, t > 0$

YCBT $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow 2t^2 + \frac{4}{t} \geq m, \forall t > 0$

Xét hàm số $f(t) = 2t^2 + \frac{4}{t}, \forall t > 0 \Rightarrow f'(t) = 4t - \frac{4}{t^2}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - \frac{4}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$	
y'		-	0	+
y	$+\infty$		6	$+\infty$

Theo BBT có $m \leq 6$ thỏa yêu cầu.

Câu 84. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = f(x) = (x+1)\ln x + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(0; e^2)$.

- A. 2016. B. 2022. C. 2014. *D. 2023.

Lời giải

Ta có: $y' = f'(x) = \ln x + \frac{x+1}{x} + 2 - m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x) = \ln x + \frac{1}{x} + 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow \ln x + \frac{1}{x} + 3 \geq m, \forall x \in (0; e^2)$

Xét hàm số: $g(x) = \ln x + \frac{1}{x} + 3$ với $x \in (0; e^2)$

Ta có: $g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên:

x	0	1	e^2	
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$		4	$5 + \frac{1}{e^2}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $g(x) \geq 4$ với mọi $x \in (0; e^2)$.

Từ đó suy ra $-2018 \leq m \leq 4$.

Vậy có 2023 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 85. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = 2019^{x^3 - x^2 - mx + 1}$ nghịch biến trên $[-1; 2]$

- A. 2020. B. 2019. C. 2010. *D. 2011.

Lời giải

$$y' = (3x^2 - 2x - m) \cdot 2019^{x^2 - x^2 - mx + 1} \cdot \ln 2019$$

Hàm số nghịch biến trên $[-1; 2] \Leftrightarrow y' \leq 0 \quad \forall x \in [-1; 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - m \leq 0 \quad \forall x \in [-1; 2]$
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x \leq m \quad \forall x \in [-1; 2]$

Đặt $f(x) = 3x^2 - 2x$; $f'(x) = 6x - 2$.

Bảng biến thiên:

x	-1	$\frac{1}{3}$	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	5	$-\frac{1}{3}$	8

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \leq 8 \quad \forall x \in [-1; 2]$.

Do đó ycbt $\Leftrightarrow m \geq 8$.

Vì m nguyên thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ nên có 2011 giá trị m thỏa mãn.

Câu 86. Tập các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. $\left[\frac{2}{9}; +\infty\right)$ *B. $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$ C. $\left[-\frac{7}{3}; +\infty\right)$ D. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Lời giải

$$y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2 \Rightarrow y' = \frac{3}{3x - 1} + \frac{m}{x^2}$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \quad \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{3}{3x - 1} + \frac{m}{x^2} \geq 0, \quad \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2}{1 - 3x} = g(x), \quad \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$g(x) = \frac{3x^2}{1 - 3x}, \quad \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Rightarrow g'(x) = \frac{6x - 9x^2}{(1 - 3x)^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{2}{3}$$

Xét

Bảng biến thiên.

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$g'(x)$		+	-
$g(x)$		$-\frac{4}{3}$	

$$m \geq -\frac{4}{3} \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$$

Vậy

Câu 87. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 - 2x + 3}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 4.

*B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$y' = 1 + m \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$$

Ta có

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 1 + m \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}} \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \quad (1)$$

Nếu $x=1$ thì (1) luôn thỏa $\forall m$.

$$\text{Nếu } x > 1 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow m \geq -\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1} \Leftrightarrow m \geq -\sqrt{1+\frac{2}{(x-1)^2}} \Leftrightarrow m \geq -1.$$

$$\text{Nếu } x < 1 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow m \leq -\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1} \Leftrightarrow m \leq \sqrt{1+\frac{2}{(x-1)^2}} \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Vậy $-1 \leq m \leq 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Câu 88. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $[1; +\infty)$.*B. $(-\infty; -1]$.C. $(-\infty; 1)$.D. $[-1; 1]$.**Lời giải**

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \geq m, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, \text{ ta có } f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1})^3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên $-1 < f(x) < 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Từ đó, (1) $\Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 89. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

*D. 20.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Xét } f(x) = x^3 - mx^2 + 12x + 2m. \text{ Ta có } f'(x) = 3x^2 - 2mx + 12 \text{ và } f(1) = 13 + m.$$

Để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì có hai trường hợp sau

Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ và $f(1) \leq 0$.

Điều này không xảy ra vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - mx^2 + 12x + 2m) = +\infty$.

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$ và $f(1) \geq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2mx + 12 \geq 0, \forall x > 1 \\ 13 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \\ m \geq -13 \end{cases} \quad (*)$$

Xét $g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$: $g'(x) = \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2$

Bảng biến thiên:

x	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$	$\frac{15}{2}$	6	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \Leftrightarrow m \leq 6$.

Kết hợp (*) suy ra $-13 \leq m \leq 6$. Vì m nguyên nên $m \in \{-13; -12; -11; \dots; 5; 6\}$. Vậy có 20 giá trị nguyên của m .

Câu 90. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-8; 8)$ sao cho hàm số $y = |-2x^3 + 3mx - 2|$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 10.

*B. 9.

C. 8.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = -2x^3 + 3mx - 2$$

$$f'(x) = -6x^2 + 3m$$

Nếu $m \leq 0$: $f'(x) \leq 0, \forall x \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(1; +\infty) \Leftrightarrow f(1) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{4}{3} \Rightarrow m \leq 0$.

Nếu $m > 0$: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{m}{2}}$

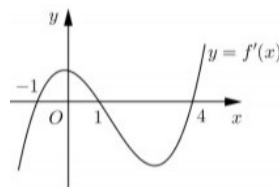
x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{m}{2}}$	$\sqrt{\frac{m}{2}}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-2m\sqrt{\frac{m}{2}}-2$	$2m\sqrt{\frac{m}{2}}-2$	$-\infty$	

$$(1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{2}} > 1 \\ f\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\right) = 0 \\ \sqrt{\frac{m}{2}} = 1 \\ f\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\right) \leq 0 \\ \sqrt{\frac{m}{2}} < 1 \\ f(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{2}} > 1 \\ m = \sqrt[3]{2} \quad (L) \\ m = 2 \quad (L) \\ 2m\sqrt{\frac{m}{2}} - 2 \leq 0 \\ m < 2 \\ m \leq \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow 0 < m \leq \frac{4}{3}.$$

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên

$m \in \mathbb{Z}, m \in (-8; 8) \Rightarrow m \in \{-7; -6; \dots; -1; 0; 1\}$.

Câu 91. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(2; +\infty)$

*B. $(-2; 1)$

C. $(-\infty; -2)$

D. $(1; 3)$

Lời giải

Cách 1:

Ta thấy $f'(x) < 0$ với $\begin{cases} x \in (1; 4) \\ x < -1 \end{cases}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4)$ và $(-\infty; -1)$ suy ra $g(x) = f(-x)$ đồng biến trên $(-4; -1)$ và $(1; +\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$ và $(3; +\infty)$

Cách 2:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$.

Ta có $(f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $(f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
					$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 4)$

B. $(1; 3)$

C. $(-\infty; -3)$

*D. $(4; 5)$

Lời giải

Ta có $y' = f'(5 - 2x) = -2f'(5 - 2x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2x = -3 \\ 5 - 2x = -1 \\ 5 - 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(5 - 2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2x < -3 \\ -1 < 5 - 2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}; f'(5 - 2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2x > 1 \\ -3 < 5 - 2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 5)$.

Câu 93. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- *A. $(-2; 1)$. B. $(2; 4)$. C. $(1; 2)$. D. $(4; +\infty)$.

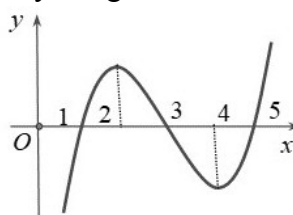
Lời giải

$$y' = -2f'(3 - 2x)$$

Hàm số nghịch biến khi $y' \leq 0 \Leftrightarrow -2f'(3 - 2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3 - 2x \leq -1 \\ 3 - 2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$

Vậy chọn đáp án B.

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây đúng?



- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 4)$. *B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4; 6)$.

Lời giải

$$g(x) = f(x+1)$$

Ta có: $g'(x) = f'(x+1)$

Hàm số $g(x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 5 \\ 1 < x+1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x+1 < 5 \\ x+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 4 \\ x < 0 \end{cases}$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$; $(4; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$; $(-\infty; 0)$.

Câu 95. Cho hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 1)$

B. $(-4; -3)$

C. $(0; 1)$

*D. $(-2; -1)$

Lời giải

Ta có: Đặt: $y = g(x) = f(x^2 + 2x)$; $g'(x) = [f(x^2 + 2x)]' = (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ f'(x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = -2(VN) \\ x^2 + 2x = 1 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x) = 0$$

(Trong đó: $x = -1 - \sqrt{2}; x = -1 + \sqrt{2}$ là các nghiệm bội chẵn của PT: $x^2 + 2x = 1$)

+ Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	$-1 - \sqrt{2}$	-1	$-1 + \sqrt{2}$	1	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	$+$
$g(x)$							

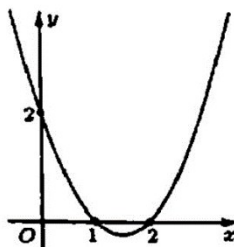
Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Chú ý: Cách xét dấu $g'(x)$:

Chọn giá trị $x = 0 \in (-1; -1 + \sqrt{2}) \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow g'(0) = f'(0) > 0$ (dựa theo bảng xét dấu của hàm $f'(x)$).

Suy ra $g'(x) > 0 \forall x \in (-1; -1 + \sqrt{2})$, sử dụng quy tắc xét dấu đa thức “lẻ đổi, chẵn không” suy ra dấu của $g'(x)$ trên các khoảng còn lại

Câu 96. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-\frac{3}{2}; +\infty)$

B. $(-\infty; \frac{3}{2})$

*C. $(\frac{1}{2}; +\infty)$

D. $(-\infty; \frac{1}{2})$

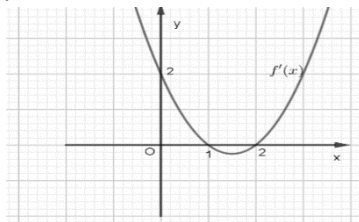
Lời giải

Ta có: $g'(x) = (1 - 2x)f'(x - x^2)$

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \quad \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Ta có $g'(-1) = 3f'(-2) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A, B và D

Câu 97. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; 0)$ *B. $(0; 1)$ C. $(1; 2)$ D. $(0; +\infty)$

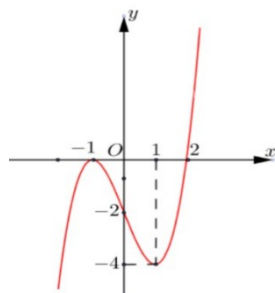
Lời giải

Hàm số $y = f(2 - x^2)$ có $y' = -2x \cdot f'(2 - x^2)$

$$y' = -2x \cdot f'(2 - x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 < 2 - x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.

Câu 98. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$. B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
*C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$. D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến khi $g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \cdot f'(x^2 - 2) \leq 0$

Từ đồ thị hình của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ, ta thấy

$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2 \text{ và } f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

$$+ \text{ Với } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2.$$

$$+ \text{ Với } \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Như vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$; suy ra hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Do $(-1; 0) \subset (-2; 0)$ nên hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$. Vậy C sai.

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây

A. $(3; +\infty)$

B. $(-\infty; -5)$

*C. $(1; 2)$

D. $(2; 7)$

Lời giải

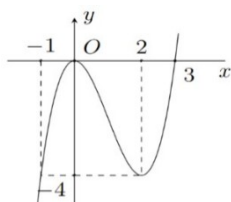
Ta có $g'(x) = -2^x \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x)$

Để $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến thì

$$g'(x) = -2^x \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2^x) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq 3 - 2^x \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(1; 2)$.

Câu 100. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(2 + e^x)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-1; 3)$

B. $(-2; 1)$

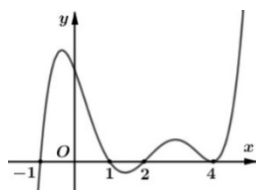
*C. $(-\infty; 0)$

D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Ta có $y' = e^x f'(2 + e^x)$. Hàm số $y = f(2 + e^x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $y' \leq 0 \Leftrightarrow e^x f'(2 + e^x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(2 + e^x) \leq 0 \Leftrightarrow 2 + e^x \leq 3 \Leftrightarrow e^x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới



Hàm số $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{f(1-2x)}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

*D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$.

Ta có $g'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{f(1-2x)} f'(1-2x) \cdot (-2) \cdot \ln \frac{1}{2}$.

Xét $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x < -1 \\ 1 < 1-2x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -\frac{1}{2} < x < 0 \end{cases}$.

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 102. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

*B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3[f'(x+2) - (x^2 - 3)]$

Với $x \in (-1; 0) \Rightarrow x+2 \in (1; 2) \Rightarrow f'(x+2) > 0$, lại có $x^2 - 3 < 0 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in (-1; 0)$

Vậy hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chú ý:

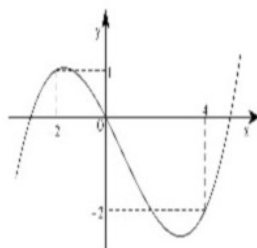
+) Ta xét $x \in (1; 2) \subset (1; +\infty) \Rightarrow x+2 \in (3; 4) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ nên loại hai phương án A, D.

+) Tương tự ta xét $x \in (-\infty; -2) \Rightarrow x+2 \in (-\infty; 0) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0 \Rightarrow y' < 0; \forall x \in (-\infty; -2)$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ nên loại hai phương án B.

Câu 103. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



*A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.

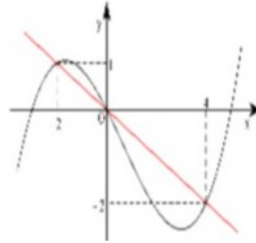
Lời giải

Ta có : $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1 - 2x) + 2x - 1$

Đặt $t = 1 - 2x \Rightarrow g'(x) = -2f'(t) - t$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow f'(t) = -\frac{t}{2}$$

Vẽ đường thẳng $y = -\frac{x}{2}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên cùng một hệ trục



Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Rightarrow g'(x) \leq 0 \Rightarrow f'(t) \geq -\frac{t}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq t \leq 0 \\ t \geq 4 \end{cases}$

$$f'(1 - 2x) \geq \frac{1 - 2x}{-2} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq 1 - 2x \leq 0 \\ 4 \leq 1 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Như vậy

Vậy hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

Mà $\left(1; \frac{3}{2}\right) \subset \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ nên hàm số $g(x) = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Câu 104. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x - 1) + x^3 - 12x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$

*B. $(1; 2)$

C. $(-\infty; 1)$

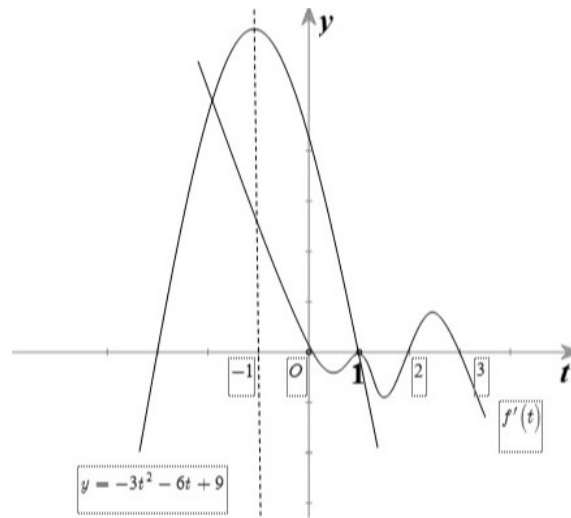
D. $(3; 4)$

Lời giải

Ta có $y' = f'(x - 1) + 3x^2 - 12 = f'(t) + 3t^2 + 6t - 9 = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$, với $t = x - 1$

Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = f'(t)$; $y = -3t^2 - 6t + 9$.

Vẽ đồ thị của các hàm số $y = f'(t)$; $y = -3t^2 - 6t + 9$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:

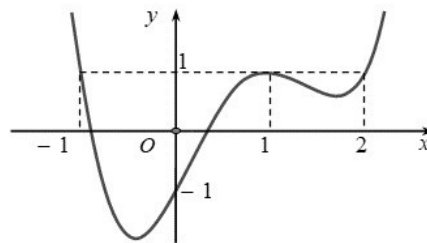


Dựa vào đồ thị trên, ta có BXD của hàm số $y' = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$ như sau: ($t_0 < -1$)

t	$-\infty$	t_0		1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $t \in (t_0; 1)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $x \in (1; 2) \subset (t_0 + 1; 1)$.

Câu 105. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2; 3)$

B. $(0; 1)$

*C. $(-1; 0)$

D. $(1; 2)$

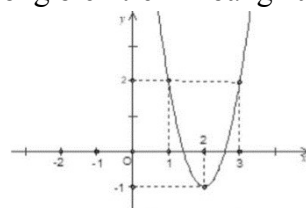
Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x-1) - 1$.

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \leq -1 \\ x-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

Từ đó suy ra hàm số $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 106. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x-2) + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty; 3), (5; +\infty)$

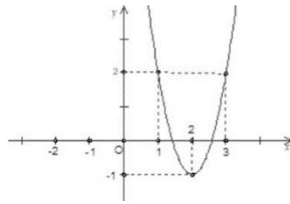
*B. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$

C. $(-1; 1)$

D. $(3; 5)$

Lời giải

Hàm số $y = f'(x-2) + 2$ có đồ thị (C) như sau:

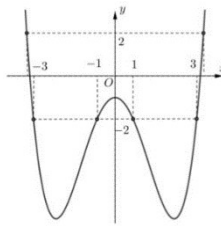


Dựa vào đồ thị ^(C) ta có: $f'(x-2)+2 > 2, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty) \Leftrightarrow f'(x-2) > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

Đặt $x^* = x - 2$ suy ra: $f'(x^*) > 0, \forall x^* \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Vậy: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1), (1; +\infty)$

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x+2) - 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-3; -1), (1; 3)$

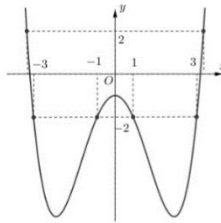
*B. $(-1; 1), (3; 5)$

C. $(-\infty; -2), (0; 2)$

D. $(-5; -3), (-1; 1)$

Lời giải

Hàm số $y = f'(x+2) - 2$ có đồ thị ^(C) như sau:

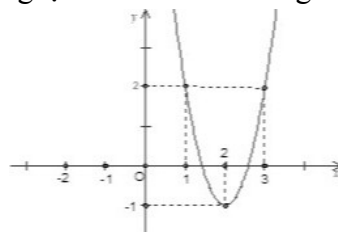


Dựa vào đồ thị ^(C) ta có: $f'(x+2) - 2 < -2, \forall x \in (-3; -1) \cup (1; 3) \Leftrightarrow f'(x+2) < 0, \forall x \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

Đặt $x^* = x + 2$ suy ra: $f'(x^*) < 0, \forall x^* \in (-1; 1) \cup (3; 5)$

Vậy: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1), (3; 5)$

Câu 108. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x-2) + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty; 2)$

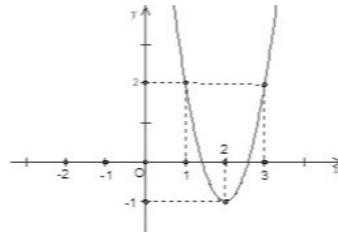
*B. $(-1; 1)$

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

D. $(2; +\infty)$

Lời giải

Hàm số $y = f'(x-2) + 2$ có đồ thị ^(C) như sau:



Dựa vào đồ thị (C) ta có: $f'(x-2)+2 < 2, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow f'(x-2) < 0, \forall x \in (1;3)$.

Đặt $x^* = x - 2$ thì $f'(x^*) < 0, \forall x^* \in (-1;1)$.

Vậy: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Cách khác:

Tịnh tiến sang trái hai đơn vị và xuống dưới 2 đơn vị thì từ đồ thị (C) sẽ thành đồ thị của hàm $y = f'(x)$. Khi đó: $f'(x) < 0, \forall x \in (-1;1)$.

Vậy: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

---HẾT---

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>