



PHÒNG GD & ĐT HUYỆN MỸ ĐỨC

ĐỀ THI OLYMPIC

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 6

Bài 1: (4.0 điểm) Thực hiện phép tính một cách hợp lý.

$$A = \frac{3 - \frac{3}{23} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2021}}{9 - \frac{9}{23} + \frac{9}{4} - \frac{9}{2021}} + \frac{(3^{81} + 4^{15}) \cdot (3^4 - 9^2)}{15^{10} - 9^4}$$

a)

$$B = 70 \cdot \left(\frac{121212}{565656} + \frac{121212}{727272} + \frac{121212}{909090} \right)$$

b)

Bài 2 : (5 điểm)

a) Tìm x biết : $10 - |x - 2| = 5^0$

b) Cho biểu thức $A = \frac{n+3}{n+2}$ (với $n \in \mathbb{Z}, n \neq -2$). Tìm n để A có giá trị lớn nhất.

c) Tìm các số dương x, y thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8}$

Bài 3 : (5 điểm)

a) Số học sinh của trường THCS A nếu xếp mỗi hàng 10 học sinh thì thừa 3 học sinh, nếu xếp mỗi hàng 12 học sinh thì thừa 5 học sinh, nếu xếp mỗi hàng 15 học sinh thì thừa 8 học sinh, nếu xếp mỗi hàng 19 học sinh thì vừa đủ, biết học sinh của trường đó lớn hơn 800 và nhỏ hơn 1000.

b) Tìm số nguyên tố p sao cho $p+6, p+12, p+18, p+24$ đều là các số nguyên tố.

Bài 4: (5.0 điểm)

Trên đoạn thẳng $AB = 5cm$ lấy điểm M . Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AM$.

a) Khi $BM = 2cm$. Hãy tính độ dài đoạn BN

b) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ các tia Ax và Ay sao cho $\widehat{BAx} = 40^\circ, \widehat{BAy} = 110^\circ$. Chứng tỏ rằng: tia Ay là tia phân giác của góc $\widehat{NAx}$.

c) Chứng tỏ rằng khi điểm M thay đổi trên đoạn thẳng AB thì biểu thức $S = BM + BN$ là một số không đổi.

Bài 5: (1.0 điểm)





Cho 2012 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{2021}$ thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} = 1011$.
 Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 2 trong 2021 số nguyên dương đã cho bằng nhau.

❗HẾT❗

PHÒNG GD & ĐT HUYỆN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 6



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: (4.0 điểm) Thực hiện phép tính một cách hợp lý.

$$A = \frac{3 - \frac{3}{23} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2021}}{9 - \frac{9}{23} + \frac{9}{4} - \frac{9}{2021}} + \frac{(3^{81} + 4^{15}) \cdot (3^4 - 9^2)}{15^{10} - 9^4}$$

a)

$$B = 70 \cdot \left(\frac{121212}{565656} + \frac{121212}{727272} + \frac{121212}{909090} \right)$$

b)

Lời giải

$$A = \frac{3 - \frac{3}{23} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2021}}{9 - \frac{9}{23} + \frac{9}{4} - \frac{9}{2021}} + \frac{(3^{81} + 4^{15}) \cdot (3^4 - 9^2)}{15^{10} - 9^4}$$

a)

$$= \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{23} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2021} \right)}{9 \cdot \left(1 - \frac{1}{23} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2021} \right)} + \frac{(3^{81} + 4^{15}) \cdot (3^4 - 3^4)}{15^{10} - 9^4}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{(3^{81} + 4^{15}) \cdot 0}{15^{10} - 9^4}$$

$$= \frac{1}{3} + 0$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$b) \quad B = 70 \cdot \left(\frac{121212}{565656} + \frac{121212}{727272} + \frac{121212}{909090} \right)$$





$$\begin{aligned}
 &= 70. \left(\frac{12}{56} + \frac{12}{72} + \frac{12}{90} \right) \\
 &= 70.12. \left(\frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{2}{9.10} \right) \\
 &= 70.12. \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \\
 &= 70.12. \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) \\
 &= 70.12. \frac{3}{70} = 36
 \end{aligned}$$

Bài 2 : (5 điểm)

a) Tìm x biết : $10 - |x - 2| = 5^0$

b) Cho biểu thức $A = \frac{n+3}{n+2}$ (với $n \in \mathbb{Z}, n \neq -2$). Tìm n để A có giá trị lớn nhất.

c) Tìm các số dương x, y thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8}$.

Lời giải

a) Tìm x biết :

$$10 - |x - 2| = 5^0$$

$$10 - |x - 2| = 1$$

$$|x - 2| = 9 \Rightarrow x - 2 \in \{9; -9\}$$

$$* x - 2 = 9$$

$$x = 11$$

$$* x - 2 = -9$$

$$x = -7$$

Vậy $x \in \{11; -7\}$

b) Cho biểu thức $A = \frac{n+3}{n+2}$ (với $n \in \mathbb{Z}, n \neq -2$). Tìm n để A có giá trị lớn nhất.

$$A = \frac{n+3}{n+2} = 1 + \frac{1}{n+2}$$

Để A có giá trị lớn nhất thì $\frac{1}{n+2}$ có giá trị lớn nhất và $\frac{1}{n+2} > 0$

Để $\frac{1}{n+2}$ có giá trị lớn nhất và $\frac{1}{n+2} > 0$ thì $n+2$ có giá trị nhỏ nhất và $n+2 > 0$. Nên $n+2 = 1 \Rightarrow n = -1$

Vậy với $n = -1$ thì biểu thức A đạt giá trị lớn nhất $A = 2$





c) Tìm các số dương x, y thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8}$

$$\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{2+xy}{2x} = \frac{5}{8} \Rightarrow 4(2+xy) = 5x$$

$$4(2+xy) = 5x$$

$$5x - 4xy = 8$$

$$x(5 - 4y) = 8$$

$$\Rightarrow x; (5 - 4y) \in U(8) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$$

$$\Rightarrow (x, y) = (8; 1)$$

Bài 3 : (5 điểm)

a) Số học sinh của trường THCS A nếu xếp mỗi hàng 10 học sinh thì thừa 3 học sinh, nếu xếp mỗi hàng 12 học sinh thì thừa 5 học sinh, nếu xếp mỗi hàng 15 học sinh thì thừa 8 học sinh, nếu xếp mỗi hàng 19 học sinh thì vừa đủ, biết học sinh của trường đó lớn hơn 800 và nhỏ hơn 1000 .

b) Tìm số nguyên tố p sao cho $p+6, p+12, p+18, p+24$ đều là các số nguyên tố.

Lời giải

a) Gọi số học sinh của trường THCS A là a ($a \in \mathbb{N}; 800 < a < 1000$)

Theo bài ra ta có :

$$a = 10b + 3; a = 12c + 5; a = 15d + 8; a = 19e \quad (b, c, d, e \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Rightarrow a + 7 : 10; 12; 15 \Rightarrow a + 7 \in BC(10, 12, 15) = B(60)$$

$$\Rightarrow a + 7 = 60k \Rightarrow a = 60k - 7$$

$$\forall a = 60k - 7; 800 < a < 1000; a : 19 \Rightarrow a = 893$$

Vậy số học sinh của trường THCS A là 893 em.

b) Tìm số nguyên tố p sao cho $p+6, p+12, p+18, p+24$ đều là các số nguyên tố.

$$+/ p = 2 \Rightarrow p + 6 = 8$$

$$+/ p = 3 \Rightarrow p + 12 = 15$$

Vì $8; 15$ là các hợp số nên $p = 2; p = 3$ không phải là giá trị cần tìm.

$$+/ p = 5 \Rightarrow p + 6 = 11; p + 12 = 17; p + 18 = 23; p + 24 = 29$$

Vì $11; 17; 23; 29$ là số nguyên tố nên $p = 5$

$$+/ p > 5 \Rightarrow p \in \{5k \pm 1; 5k \pm 2\}$$





$$*/ p = 5k+1 \Rightarrow p + 24 = 5k + 25 > 5; \div 5$$

$$*/ p = 5k-1 \Rightarrow p + 6 = 5k + 5 > 5; \div 5$$

$$*/ p = 5k+2 \Rightarrow p + 18 = 5k + 20 > 5; \div 5$$

$$*/ p = 5k-2 \Rightarrow p + 12 = 5k + 10 > 5; \div 5$$

Vì với $p > 5$ thì $p+6; p+12; p+18; p+24$ là hợp số nên $p > 5$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $p = 5$ thì $p+6, p+12, p+18, p+24$ đều là các số nguyên tố.

Bài 4: (5.0 điểm)

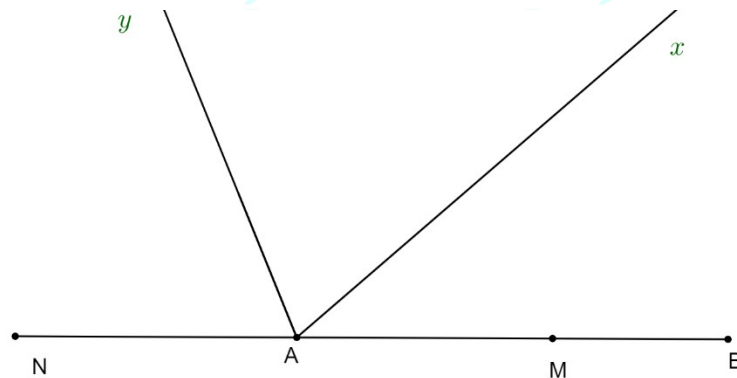
Trên đoạn thẳng $AB = 5cm$ lấy điểm M . Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AN = AM$.

a) Khi $BM = 2cm$. Hãy tính độ dài đoạn BN

b) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ các tia Ax và Ay sao cho $\widehat{BAx} = 40^\circ, \widehat{BAy} = 110^\circ$. Chứng tỏ rằng: tia Ay là tia phân giác của góc $\widehat{NAx}$.

c) Chứng tỏ rằng khi điểm M thay đổi trên đoạn thẳng AB thì biểu thức $S = BM + BN$ là một số không đổi.

Lời giải



a) Vì M thuộc AB nên $AM + MB = AB \Rightarrow AM + 2 = 5 \Rightarrow AM = 3cm$

Có $AN = AM \Rightarrow AN = 3cm$

Do N thuộc tia đối của tia AB nên điểm A nằm giữa N và B

$BN = AB + AN = 5 + 3 = 8cm$. Vậy $BN = 8cm$.

b) + Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia AB có:

$\widehat{BAx} < \widehat{BAy} (40^\circ < 110^\circ) \Rightarrow$ Tia Ax nằm giữa hai tia AB và Ay nên ta có:

$$\widehat{BAx} + \widehat{xAy} = \widehat{BAy} \text{ hay } 40^\circ + \widehat{xAy} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{xAy} = 70^\circ.$$





Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ AB ta có $\widehat{BAy}$ và $\widehat{NAy}$ là hai góc kề bù

Hay $\widehat{BAy} + \widehat{NAy} = 180^\circ$ hay $110^\circ + \widehat{NAy} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{NAy} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

Tương tự $\widehat{NAx} = 140^\circ$.

Vì $\widehat{xAy} = \widehat{NAy} = \frac{\widehat{NAx}}{2} = 70^\circ$. Nên tia Ay là tia phân giác của góc $\widehat{NAx}$.

c)

$$S = BM + BN = BM + (AB + AN) = BM + AB + AM$$

$$= (BM + AM) + AB = AB + AB = 2AB = 10cm$$

Vậy $S = BM + BN$ là một số không đổi.

Bài 5: (1.0 điểm)

Cho 2021 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{2021}$ thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} = 1011$. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 2 trong 2021 số nguyên dương đã cho bằng nhau.

Lời giải

Giả sử trong 2021 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{2021}$ không có 2 số nào đã cho bằng nhau.

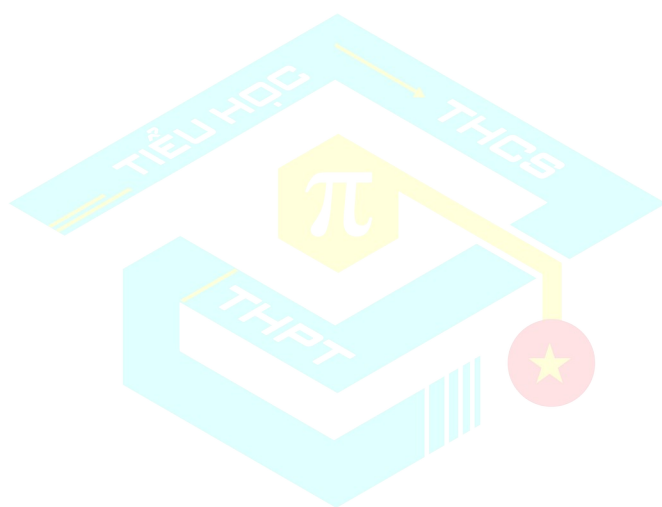
Khi đó:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2021} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} = 1 + 1010 = 1011$$

Trái với bài ra. Vậy ít nhất 2 trong 2021 số nguyên dương đã cho bằng nhau.

◻HẾT◻





NHÓM TOÁN

TIỂU HỌC - THCS - THPT VIỆT NAM

