

## I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 điểm)

**Câu 1:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ . B.  $y = x^2 + 2x + 3$ . C.  $y = \ln x$ . D.  $y = e^x$ .

**Câu 2:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i; z_2 = 2 - 5i$ . Trên mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $z = 2z_1 - z_2^2$

- A.  $M(23; 24)$ . B.  $N(23; -24)$ . C.  $P(0; 9)$ . D.  $Q(23; -16)$ .

**Câu 3:** Anh Kha gửi số tiền 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  $6,5\%$ /năm. Biết rằng, nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Biết rằng trong suốt quá trình gửi, anh Kha không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền anh Kha có được là 250 triệu đồng?

- A. 3 năm. B. 4 năm. C. 5 năm. D. 2 năm.

**Câu 4:** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt là

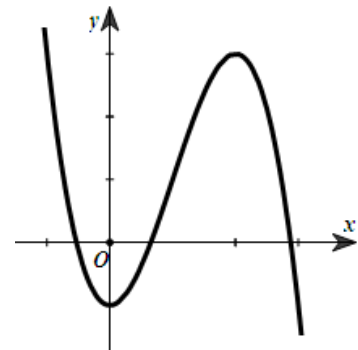
- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

**Câu 5:** Cho phương trình  $\cos 5x = \frac{1}{5}$ . Tổng tất cả các nghiệm trong đoạn  $[-2022\pi; 2022\pi]$  của phương trình bằng

- A. 0. B.  $2022\pi$ . C.  $4044\pi$ . D.  $1011\pi$ .

**Câu 6:** Đồ thị cho ở hình bên là của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .  
B.  $y = x^3 - 3x^2 - 1$ .  
C.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .  
D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ .



**Câu 7:** Biết  $\int_0^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^2 g(x)dx = -3$ . Giá trị của  $\int_0^2 [2f(x) - g(x) + 3]dx$  bằng

- A. 7. B. 10. C. 4. D. 13.

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 1}$ . Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

**Câu 9:** Gọi  $A, B, C$  là các điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Diện tích của tam giác  $ABC$  bằng

- A.** 1.                                      **B.** 2.                                      **C.**  $\frac{1}{3}$ .                                      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp

$S.ABC$  bằng  $\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{6}$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABC)$  bằng

- A.**  $a$ .                                      **B.**  $a\sqrt{3}$ .                                      **C.**  $2a$ .                                      **D.**  $2a\sqrt{3}$ .

**Câu 11:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3, góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.**  $3\pi\sqrt{2}$ .                                      **B.**  $6\pi\sqrt{2}$ .                                      **C.**  $9\pi\sqrt{2}$ .                                      **D.**  $18\pi\sqrt{2}$ .

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ . Thể tích tứ diện  $OABC$  bằng

- A.** 1.                                      **B.** 2.                                      **C.** 3.                                      **D.** 6.

**Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; -1; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$ . Diện tích mặt cầu  $(S)$  bằng

- A.**  $16\pi$ .                                      **B.**  $32\pi$ .                                      **C.**  $4\pi$ .                                      **D.**  $64\pi$ .

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua gốc tọa độ và song song với cả hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ ;  $(Q): 2x + 3y - z - 10 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.**  $u_1 = (1; 3; 7)$ .                                      **B.**  $u_2 = (-1; 3; 7)$ .                                      **C.**  $u_3 = (-1; -3; 7)$ .                                      **D.**  $u_4 = (1; 3; -7)$ .

**Câu 15:** Một nhóm có 15 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên hai người để phân công vai trò trưởng nhóm và phó nhóm?

- A.** 105.                                      **B.** 210.                                      **C.** 30.                                      **D.** 225.

**Câu 16:** Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A.**  $\frac{1}{3}$ .                                      **B.**  $\frac{17}{42}$ .                                      **C.**  $\frac{16}{21}$ .                                      **D.**  $\frac{19}{28}$ .

**Câu 17:** Biết rằng phương trình  $2^{x^2-1} = 3^{x-1}$  có hai nghiệm thực  $x_1; x_2$ . Giá trị của  $x_1 x_2 + x_1 + x_2$  bằng

- A.** -1.                                      **B.**  $-1 + 2\log_2 3$ .                                      **C.**  $1 + \log_2 3$ .                                      **D.**  $-1 + \log_2 3$ .

**Câu 18:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1|=2$  và  $|z+i-1| = |\bar{z}+2i|$ ?

- A.** 0.                                      **B.** 1.                                      **C.** 2.                                      **D.** 3.

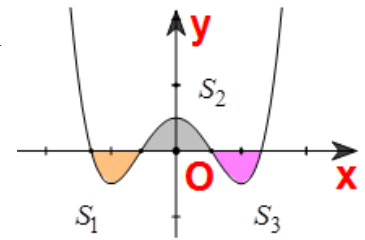
**Câu 19:** Cho hàm số  $y = |x|$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn 5 của tham số  $m$  để bất phương trình  $\ln \left( m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \right)^3 - \frac{3}{2} \ln x$  có nghiệm thực?
- A. 2.                                      B. 5.                                      C. 4.                                      D. 3.

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3 điểm)

- Câu 29:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 3z + 4 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \left| \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} \right|$
- Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2AD = 2a$ . Hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa  $SA$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .
- Câu 31:** Biết rằng đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - m$  (với  $m$  là tham số thực) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt. Gọi  $S_1; S_2; S_3$  lần lượt là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành (xem hình vẽ bên). Tìm  $m$  để  $S_1 = S_2 = S_3$ .



-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 điểm)

**Câu 1:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào đồng biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ ?

- A.**  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .      **B.**  $y = x^2 + 2x + 3$ .      **C.**  $y = \ln x$ .      **D.**  $y = e^x$ .

#### Hướng dẫn giải

Hàm số mũ  $y = e^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ , do  $e > 1$ .

**Câu 2:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i; z_2 = 2 - 5i$ . Trên mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $z = 2z_1 - z_2^2$

- A.**  $M(23; 24)$ .      **B.**  $N(23; -24)$ .      **C.**  $P(0; 9)$ .      **D.**  $Q(23; -16)$ .

#### Hướng dẫn giải

Ta có  $z = 2(1 + 2i) - (2 - 5i)^2 = 23 + 24i$ . Vậy điểm biểu diễn của  $z$  là  $M(23; 24)$ .

**Câu 3:** Anh Kha gửi số tiền 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  $6,5\%$ /năm. Biết rằng, nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Biết rằng trong suốt quá trình gửi, anh Kha không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền anh Kha có được là 250 triệu đồng?

- A.** 3 năm.      **B.** 4 năm.      **C.** 5 năm.      **D.** 2 năm.

#### Hướng dẫn giải

$$n = \log_{1+6,5\%} \left( \frac{250}{200} \right) \approx 3,54$$

Theo công thức lãi kép ta có

Vậy Kha cần ít nhất 4 năm để số tiền có được là 250 triệu đồng.

**Câu 4:** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt là

- A.** 2.      **B.** 1.      **C.** 0.      **D.** 3.

#### Hướng dẫn giải

Phương trình tương đương với  $m = -x^3 + 3x^2$ . Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì

đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị  $y = -x^3 + 3x^2$  tại 3 điểm phân biệt, điều kiện là

$y_{CT} < m < y_{CD} \Leftrightarrow 0 < m < 4$ . Mà  $m$  nguyên nên  $m \in \{1; 2; 3\}$ . Có 3 giá trị nguyên của  $m$ .

**Câu 5:** Cho phương trình  $\cos 5x = \frac{1}{5}$ . Tổng tất cả các nghiệm trong đoạn  $[-2022\pi; 2022\pi]$  của phương trình bằng

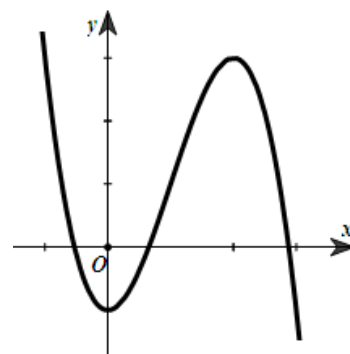
- A.** 0.      **B.**  $2022\pi$ .      **C.**  $4044\pi$ .      **D.**  $1011\pi$ .

#### Hướng dẫn giải

Vì  $\cos(-5x_0) = \cos 5x_0$  nên nếu  $x_0$  là nghiệm thì  $-x_0$  cũng là nghiệm của phương trình. Do đó trong đoạn  $[-2022\pi; 2022\pi]$ , phương trình có tổng các nghiệm bằng 0.

**Câu 6:** Đồ thị cho ở hình bên là của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .  
 B.  $y = x^3 - 3x^2 - 1$ .  
 C.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .  
 D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ .



**Hướng dẫn giải**

Đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số  $a < 0$ , có hai điểm cực trị là  $x=0; x=2$  nên **chọn D**.

**Câu 7:** Biết  $\int_0^2 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^2 g(x)dx = -3$ . Giá trị của  $\int_0^2 [2f(x) - g(x) + 3]dx$  bằng

A. 7. B. 10. C. 4. D. 13.

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int_0^2 [2f(x) - g(x) + 3]dx = 2\int_0^2 f(x)dx - \int_0^2 g(x)dx + 3\int_0^2 dx = 2.2 - (-3) + 6 = 13$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 1}$ . Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

**Hướng dẫn giải**

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang  $y=2$  và hai tiệm cận đứng  $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}; x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .  
 Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là 3.

**Câu 9:** Gọi  $A, B, C$  là các điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Diện tích của tam giác  $ABC$  bằng

A. 1. B. 2. C.  $\frac{1}{3}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

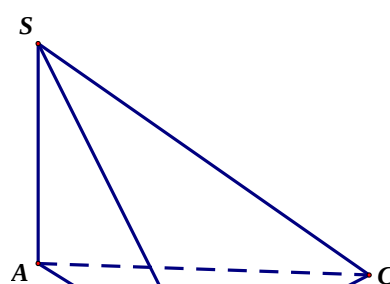
**Hướng dẫn giải**

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là  $A(0;2), B(-1;1), C(1;1)$ . Diện tích tam giác  $ABC$  bằng 1.

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp

$S.ABC$  bằng  $\frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{6}$ . Khoảng cách từ  $S$  đến  $(ABC)$  bằng

- A.  $a$ . B.  $a\sqrt{3}$ .  
 C.  $2a$ . D.  $2a\sqrt{3}$ .



**Hướng dẫn giải**

+ Góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$  nên  $SA = AB\sqrt{3}$

+ Thể tích khối chóp là  $V = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}AB^3$

+ Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$  nên  $AB = a$ . Vậy  $d(S, (ABC)) = SA = a\sqrt{3}$

**Câu 11:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $3$ , góc giữa đường sinh và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.**  $3\pi\sqrt{2}$ .      **B.**  $6\pi\sqrt{2}$ .      **C.**  $9\pi\sqrt{2}$ .      **D.**  $18\pi\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Đường sinh của hình nón:  $l = \frac{R}{\cos 45^\circ} = 3\sqrt{2}$

+ Diện tích xung quanh là  $S_{xq} = \pi Rl = 9\pi\sqrt{2}$

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$ . Thể tích tứ diện  $OABC$  bằng

- A.** 1.      **B.** 2.      **C.** 3.      **D.** 6.

**Hướng dẫn giải**

+ Ta có  $OA = 1, OB = 2, OC = 3$

+ Thể tích tứ diện  $OABC$  là  $V = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = 1$

**Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; -1; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$ . Diện tích mặt cầu  $(S)$  bằng

- A.**  $16\pi$ .      **B.**  $32\pi$ .      **C.**  $4\pi$ .      **D.**  $64\pi$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Bán kính mặt cầu là  $R = d(I, (\alpha)) = 4$

+ Diện tích mặt cầu là  $S = 4\pi R^2 = 64\pi$ .

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua gốc tọa độ và song song với cả hai mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ ;  $(Q): 2x + 3y - z - 10 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.**  $u_1 = (1; 3; 7)$ .      **B.**  $u_2 = (-1; 3; 7)$ .      **C.**  $u_3 = (-1; -3; 7)$ .      **D.**  $u_4 = (1; 3; -7)$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Ta có  $n_1 = (1; -2; 1), n_2 = (2; 3; -1)$  lần lượt là VTPT của  $(P), (Q)$

+ Do đường thẳng  $\Delta$  song song với cả hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  nên VTCP của  $\Delta$  là

$$u = [n_1, n_2] = (-1; 3; 7)$$

- Câu 15:** Một nhóm có 15 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên hai người để phân công vai trò trưởng nhóm và phó nhóm?  
bằng
- A. 105.                      B. 210.                      C. 30.                      D. 225.

**Hướng dẫn giải**

Số cách chọn là  $A_{15}^2 = 210$  (cách)

- Câu 16:** Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng
- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $\frac{17}{42}$ .                      C.  $\frac{16}{21}$ .                      D.  $\frac{19}{28}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$P = 1 - \frac{C_6^3}{C_9^3} = \frac{16}{21}$$

+ Xác suất cần tìm là

- Câu 17:** Biết rằng phương trình  $2^{x^2-1} = 3^{x-1}$  có hai nghiệm thực  $x_1; x_2$ . Giá trị của  $x_1 x_2 + x_1 + x_2$  bằng
- A. -1.                      B.  $-1 + 2\log_2 3$ .                      C.  $1 + \log_2 3$ .                      D.  $-1 + \log_2 3$ .

**Hướng dẫn giải**

$$x^2 - 1 = (x - 1)\log_2 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 + \log_2 3 \end{cases}$$

+ Phương trình tương đương với

+ Vậy  $x_1 x_2 + x_1 + x_2 = -1 + 2\log_2 3$

- Câu 18:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1|=2$  và  $|z+i-1| = |\bar{z}+2i|$ ?
- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Hướng dẫn giải**

+ Gọi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

$$\begin{cases} (a+1)^2 + b^2 = 4 \\ (a-1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (-b+2)^2 \end{cases}$$

+ Từ giả thiết, ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + b^2 = 4 \\ a = 3b - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b - 1 \\ b^2 = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm \frac{\sqrt{10}}{5} \\ a = 3b - 1 \end{cases} \text{ . Vậy có 2 số phức thỏa mãn.}$$

- Câu 19:** Cho hàm số  $y = |x|$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $y'(0) = 0$ .                      B.  $y'(0) = 1$ .  
C.  $y'(0) = -1$ .                      D. Hàm số không có đạo hàm tại  $x = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Hàm số  $y = |x|$  không có đạo hàm tại  $x = 0$

- Câu 20:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$ ,  $f(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty), f(3) = 1$  và thỏa mãn  $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{5x+1}$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A.**  $3 < f(15) < 4$ .      **B.**  $4 < f(15) < 5$ .      **C.**  $5 < f(15) < 6$ .      **D.**  $f(15) > 6$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Ta có  $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{5x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{5x+1}}$ . Khi đó

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{5x+1}} dx \Rightarrow \ln f(x) = \frac{2}{5} \sqrt{5x+1} + C$$

. Vì  $f(3) = 1$  nên  $C = -\frac{8}{5}$

Vậy  $f(x) = e^{\frac{2}{5} \sqrt{5x+1} - \frac{8}{5}}$ . Do đó  $f(15) \approx 6,6 > 6$ .

- Câu 21:** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-2x-8}$  là
- A.** 1.      **B.** 2.      **C.** 0.      **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

+ Tập xác định  $D = [-4; 4) \setminus \{-2\}$ .

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$$

+ Ta có

+ Do vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

- Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có  $AD = 2AB = 2a$ ,  $SA = 3a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Khoảng cách giữa  $SD$  và  $AC$  bằng

**A.**  $\frac{6a}{7}$ .      **B.**  $\frac{3a}{7}$ .      **C.**  $\frac{2a}{7}$ .      **D.**  $\frac{a}{7}$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Kẻ  $Dx \parallel AC$ , khi đó  $d(AC, SD) = d(AC, (SDx))$

$$= d(A, (SDx)) = AH$$

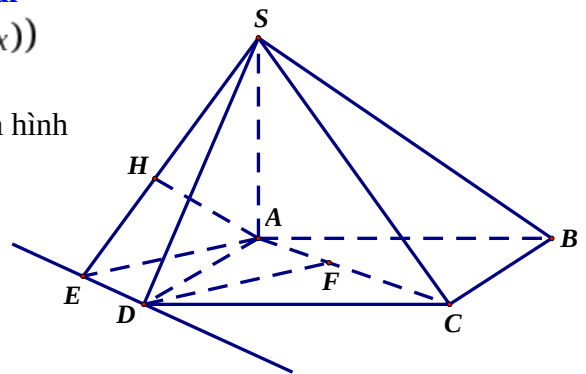
. Trong đó,  $E, H$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $Dx$  và  $SE$ .

$$AE = DF = \frac{DA \cdot DC}{\sqrt{DA^2 + DC^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

+ Ta có

$$AH = \frac{AS \cdot AE}{\sqrt{AS^2 + AE^2}} = \frac{6a}{7}$$

+ Vậy



- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1), B(-1; 3; 2), C(0; 1; 2)$ . Điểm  $M$  thay đổi thỏa mãn  $MA \cdot MB + MC^2 = 2022$  luôn thuộc mặt cầu có tâm là

**A.**  $I\left(0; \frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .      **B.**  $I\left(0; \frac{7}{4}; \frac{5}{4}\right)$ .      **C.**  $I\left(0; -\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .      **D.**  $I\left(0; \frac{7}{4}; -\frac{5}{4}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Gọi  $M(x; y; z)$ . Từ giả thiết, ta có

$$(x-1)(x+1)+(y-2)(y-3)+(z+1)(z-2)+x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2022$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2-7y-5z-2014=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{7}{2}y-\frac{5}{2}z-1004=0$$

+ Vậy điểm  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I\left(0;\frac{7}{4};\frac{5}{4}\right)$ .

**Câu 24:** Cho hai đường thẳng song song  $d$  và  $d'$ . Trên đường thẳng  $d$  có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng  $d'$  có 15 điểm phân biệt. Có bao nhiêu tam giác có ba đỉnh từ ba trong 25 điểm đã có ở hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ ?

- A.** 1725.      **B.**  $\frac{8}{3}$ .      **C.**  $\frac{7}{3}$ .      **D.**  $\frac{3}{8}$ .

**Hướng dẫn giải**

Số tam giác là  $C_{10}^1.C_{15}^2+C_{10}^2.C_{15}^1=1725$  tam giác.

**Câu 25:** Cho hàm số  $y=\frac{\sin x+1}{2+\sin x-\cos^2 x}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Giá trị của  $M-2m$  bằng

- A.** 2.      **B.** 1.      **C.** 0.      **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

+ Ta có  $y=\frac{\sin x+1}{\sin^2 x+\sin x+1}$ . Đặt  $t=\sin x$  ( $-1\leq t\leq 1$ )

+ Xét hàm số  $f(t)=\frac{t+1}{t^2+t+1}$  trên đoạn  $[-1;1]$

+ Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn ta được  $M=1, m=0$ . Khi đó  $M-2m=1$ .

**Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(2;-2;2)$ ,  $A'(3;0;-1)$ , điểm  $M$  thuộc cạnh  $DC$ . Giá trị nhỏ nhất của tổng  $AM+MC'$  là

- A.**  $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$ .      **B.**  $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$ .      **C.**  $\sqrt{17}$ .      **D.**  $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Ta có  $AB=(1;1;1), AA'=(2;0;-2), AD=(1;-2;1)$

Theo quy tắc hình hộp ta có  $AC'=AB+AD+AA'\Rightarrow C'(5;-1;1)$

+ Phương trình đường thẳng  $DC$  là  $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{1}$ ;

Do  $M\in DC$  nên  $M(2+t;-2+t;2+t)$

Ta có  $AM=\sqrt{3t^2+6}; MC'=\sqrt{3(t-1)^2+8}$

+ Xét vectơ  $u=(\sqrt{3}t;\sqrt{6}), v=(\sqrt{3}-\sqrt{3}t;2\sqrt{2})$

Do  $|u| + |v| \geq |u + v|$  nên  $AM + MC' \geq \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{8})^2} = \sqrt{17 + 8\sqrt{3}}$

Dấu "=" xảy ra khi  $t = 2\sqrt{3} - 3$ . Khi đó  $M(2\sqrt{3} - 1; 1 - 2\sqrt{3}; 2\sqrt{3} - 1)$

- Câu 27:** Hệ số của  $x$  trong khai triển thành đa thức của  $(1 - 2x + 3x^2)^{16}$  bằng  
**A.** - 32. **B.** 32. **C.** 64. **D.** - 64.

**Hướng dẫn giải**

+ Đặt  $f(x) = (1 - 2x + 3x^2)^{16} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{32}x^{32}$ . Hệ số của  $x$  là  $a_1$ .

+ Ta có  $f'(x) = a_1 + 2a_2x + \dots + 32a_{32}x^{31}$ . Do đó  $a_1 = f'(0) = -32$

- Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên trong đoạn  $[-8; 8]$  của tham số  $m$  để bất phương trình  $\ln(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})^3 \geq \frac{3}{2}\ln x$  có nghiệm thực?

- A.** 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

**Hướng dẫn giải**

+ Điều kiện  $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x} - (1-x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m > \frac{1-x}{\sqrt{x}} > 0 \end{cases}$

+ Bất phương trình đã cho tương đương  $\ln(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})^3 \geq \ln x^{\frac{3}{2}}$

Â  $m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \geq x\sqrt{x}$

Â  $m^3 \frac{x\sqrt{x} + (1-x)\sqrt{1-x}}{\sqrt{x-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}} = -\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}$

+ Khảo sát hàm số  $f(x) = -\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}$  trên  $(0;1)$  ta có

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2(1-x)\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{1-x}} \left( \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{2\sqrt{x}} \left( \frac{1}{x} + 1 \right)$

Đ  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ .

+ Lập bảng biến thiên ta suy ra  $f(x) \geq \sqrt{2}, \forall x \in (0;1)$ .

Để bất phương trình đã cho có nghiệm thực thì tồn tại  $x \in (0;1)$  sao cho  $m^3 f(x) \geq m^3 \sqrt{2}$ .

Vậy  $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (3 điểm)

- Câu 29:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 3z + 4 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \left| \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} \right|$$

**Hướng dẫn giải**

$$z^2 - 3z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3 + \sqrt{7}i}{2} \\ z = \frac{3 - \sqrt{7}i}{2} \end{cases}$$

+ Ta có

$$P = \left| \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} \right| = \left| \frac{3 + \sqrt{7}i}{3 - \sqrt{7}i} + \frac{3 - \sqrt{7}i}{3 + \sqrt{7}i} \right| = \frac{1}{4}$$

+ Vậy

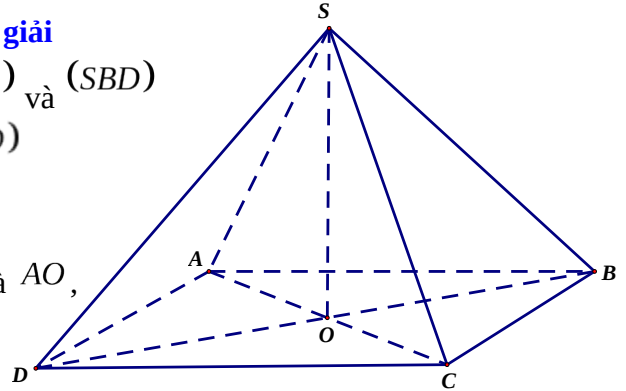
**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2AD = 2a$ . Hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa  $SA$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

**Hướng dẫn giải**

+ Gọi  $O = AC \cap BD$ . Do hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  cùng vuông góc với mặt đáy nên  $SO \perp (ABCD)$

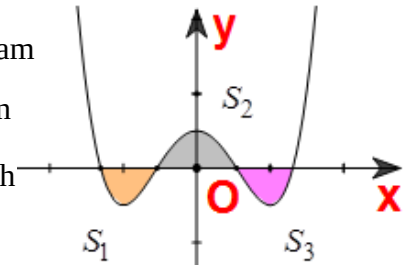
+ Diện tích đáy là  $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$

+ Góc giữa  $SA$  và  $(ABCD)$  là góc giữa  $SA$  và  $AO$ ,  
tức là góc  $\angle SAO = 60^\circ \Rightarrow SO = AO \cdot \tan 60^\circ$   
 $= \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$



+ Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

**Câu 31:** Biết rằng đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - m$  (với  $m$  là tham số thực) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt. Gọi  $S_1; S_2; S_3$  lần lượt là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành (xem hình vẽ bên). Tìm  $m$  để  $S_1 + S_3 = S_2$ .



**Hướng dẫn giải**

+ Gọi  $x_0$  là nghiệm dương lớn nhất của phương trình  $x^4 - 2x^2 - m = 0$ , ta có  $m = x_0^4 - 2x_0^2$  (1)

Vì  $S_1 + S_3 = S_2$  và  $S_1 = S_3$  nên  $S_2 = 2S_3$  hay  $\int_0^{x_0} f(x) dx = 0$ .

Mà  $\int_0^{x_0} f(x) dx = \int_0^{x_0} (x^4 - 2x^2 - m) dx = \left( \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} - mx \right) \Big|_0^{x_0} = \frac{x_0^5}{5} - \frac{2x_0^3}{3} - mx_0 = x_0 \left( \frac{x_0^4}{5} - \frac{2x_0^2}{3} - m \right)$ .

+ Do đó  $x_0 \left( \frac{x_0^4}{5} - \frac{2x_0^2}{3} - m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_0^4}{5} - \frac{2x_0^2}{3} - m = 0$  (2) (vì  $x_0 > 0$ )

Từ (1) và (2), ta có phương trình  $\frac{x_0^4}{5} - \frac{2x_0^2}{3} - x_0^4 + 2x_0^2 = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x_0^4 + \frac{4}{3}x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{5}{3}$ .

+ Vậy  $m = x_0^4 - 2x_0^2 = -\frac{5}{9}$ .

