

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH GIỎI MỨC 9-10 ĐIỂM**Dạng 1. Ứng dụng tích phân để giải bài toán chuyển động**

- Câu 1. (Mã 103 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 15 (m/s) B. 9 (m/s) C. 42 (m/s) D. 25 (m/s)

Lời giải**Chọn D**

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ (m/s).

- Câu 2. (Mã 104 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- A. 21 (m/s) B. 25 (m/s) C. 36 (m/s) D. 30 (m/s)

Lời giải**Chọn D**

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$ mà $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \right) dt = \int_0^{15} at dt \Leftrightarrow 225 = a \cdot \frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2 \cdot 15 = 30$ (m/s).

Câu 3. (Đề Minh Họa 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2m

B. 2m

C. 10m

D. 20m

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10m.$$

Câu 4. (Mã 102 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 15(m/s)

B. 20(m/s)

C. 16(m/s)

D. 13(m/s)

Lời giải

Chọn C

Quãng đường chất điểm A đi từ đầu đến khi B đuổi kịp là $S = \int_0^{15} \left(\frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \right) dt = 96(m)$.

Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = \int a dt = at + C$.

Tại thời điểm $t = 3$ vật B bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$.

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là

$$S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a(m).$$

Vậy $72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$ (m/s²).

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15) = 16(m/s)$.

Câu 5. (Mã 101 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 15(m/s)

B. 10(m/s)

C. 7(m/s)

D. 22(m/s)

Lời giải

Chọn A

Thời gian tính từ khi A xuất phát đến khi bị B đuổi kịp là 15 giây, suy ra quãng đường đi được tới lúc đó là $\int_0^{15} v(t)dt = \int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right) dt = \left(\frac{1}{540}t^3 + \frac{11}{36}t^2 \right) \Big|_0^{15} = 75(m)$.

Vận tốc của chất điểm B là $y(t) = \int a \cdot dt = a \cdot t + C$ (C là hằng số); do B xuất phát từ trạng thái nghỉ nên có $y(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$;

Quãng đường của B từ khi xuất phát đến khi đuổi kịp A là

$$\int_0^{10} y(t)dt = 75 \Leftrightarrow \int_0^{10} a \cdot t dt = 75 \Leftrightarrow \frac{a \cdot t^2}{2} \Big|_0^{10} = 75 \Leftrightarrow 50a = 75 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Vậy có $y(t) = \frac{3t}{2}$; suy ra vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $y(10) = 15(m/s)$.

Câu 6. (Mã 105 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật đó bắt đầu chuyển động và $s(m)$ là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 18(m/s) B. 108(m/s) C. 64(m/s) D. 24(m/s)

Lời giải

Chọn B

Vận tốc của vật chuyển động là $v = s' = -\frac{3}{2}t^2 + 12t = f(t)$

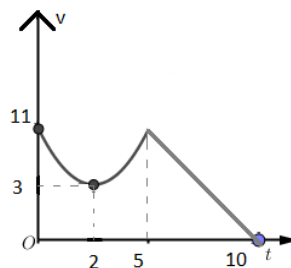
Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[0;6]$

Ta có $f'(t) = -3t + 12 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4 \in [0;6]$

$$f(0) = 0; f(4) = 24; f(6) = 18$$

Vậy vận tốc lớn nhất là 24(m/s).

Câu 7. (ĐHQG Hà Nội - 2020) Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parapol khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$. Cho đỉnh Parapol là $I(2,3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là bao nhiêu mét?



- A. $\frac{181}{2}$. B. 90. C. 92. D. $\frac{545}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Parapol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi $0 \leq t \leq 5(s)$

Do $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua $I(2,3); A(0,11)$ nên

$$\begin{cases} 4a+2b+c=3 \\ c=11 \\ 4a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-8 \\ c=11 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là

$$S = \int_0^5 (2x^2 - 8x + 11) dx = \frac{115}{3} (m)$$

Ta có $f(5) = 21$

Gọi $d: y = ax + b$ khi $5 \leq t \leq 10(s)$ do d đi qua điểm $B(5; 21)$ và $C(10; 0)$ nên:

$$\begin{cases} 5a+b=11 \\ 10a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{21}{5} \\ b=42 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là

$$S = \int_5^{10} \left(-\frac{26}{5}x + 52 \right) dx = \frac{105}{2} (m)$$

Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $S = \frac{115}{3} + \frac{105}{2} = \frac{545}{6}$.

Câu 8. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Một ô tô đang chạy với tốc độ $20(m/s)$ thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?

- A. $20 m$. B. $30 m$. C. $10 m$. **D. $40 m$.**

Lời giải

Khi ô tô dừng hẳn thì: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4(s)$.

Vậy từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được: $s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = 40(m)$.

Câu 9. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Một ô tô đang chạy với vận tốc là $12(m/s)$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. $8m$. **B. $12m$.** C. $15m$. D. $10m$.

Lời giải

Lấy mốc thời gian ($t = 0$) là lúc đạp phanh.

Khi ô tô dừng hẳn thì vận tốc $v(t) = 0$, tức là $v(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là

$$\int_0^2 (-6t + 12) dt = (-3t^2 + 12t) \Big|_0^2 = 12(m).$$

Câu 10. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s)$, trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 38m.

B. 37,2m.

C. 37,5m.

D. 37m.

Lời giải

Chọn C

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Rightarrow t = 5$.

Khi đó quãng đường xe đi được tính từ lúc bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là:

$$S = \int_0^5 (-3t + 15) dt = \left(-\frac{3t^2}{2} + 15t \right) \Big|_0^5 = 37,5 \text{ m}$$

Vậy ta chọn đáp án C.

Câu 11. (Chuyên Bắc Giang 2019) động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20 (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 5 m

B. 20 m

C. 40 m

D. 10 m

Lời giải

Chọn B

Lúc bắt đầu đạp phanh, ô tô có vận tốc $20 \text{ m/s} \Rightarrow v(t_0) = -10t_0 + 20 = 20 \Leftrightarrow t_0 = 0$

Ô tô dừng hẳn khi đó vận tốc $v(t_1) = 0 \Leftrightarrow 20 - 10t_1 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 2$.

Do đó ô tô di chuyển được thêm là: $\int_0^2 (20 - 10t) dt = (20t - 5t^2) \Big|_0^2 = 20 (m)$

Câu 12. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

A. 55m.

B. 25m.

C. 50m.

D. 16m.

Lời giải

Ta có $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow$ Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây. Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc 10 m/s và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 (m/s)$.

Khi đó quãng đường ô tô di chuyển là $S = 3 \cdot 10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55 \text{ m}$.

Câu 13. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018) Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 6 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a (m/s)$, ($t \geq 6$) cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì chất điểm đi được quãng đường là 80m. Tìm v_0 .

A. $v_0 = 35 \text{ m/s}$.

B. $v_0 = 25 \text{ m/s}$.

C. $v_0 = 10 \text{ m/s}$.

D. $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

Lời giải

- Tại thời điểm $t = 6$ vật đang chuyển động với vận tốc v_0 nên có

$$v(6) = v_0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \cdot 6 + a = v_0 \Leftrightarrow a = v_0 + 15, \text{ suy ra } v(t) = -\frac{5}{2}t + v_0 + 15.$$

- Gọi k là thời điểm vật dừng hẳn, vậy ta có $v(k) = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5} \cdot (v_0 + 15) \Leftrightarrow k = \frac{2v_0}{5} + 6$.

$$- \text{Tổng quãng đường vật đi được là } 80 = 6.v_0 + \int_6^k \left(-\frac{5}{2}t + v_0 + 15 \right) dt$$

$$\Leftrightarrow 80 = 6.v_0 + \left(-\frac{5}{4}t^2 + v_0.t + 15t \right) \Big|_6^k$$

$$\Leftrightarrow 80 = 6.v_0 - \frac{5}{4}(k^2 - 6^2) + v_0.(k - 6) + 15(k - 6)$$

$$\Leftrightarrow 80 = 6.v_0 - \frac{5}{4} \left(\frac{4(v_0)^2}{25} + \frac{24v_0}{5} \right) + v_0 \cdot \frac{2v_0}{5} + 15 \cdot \frac{2v_0}{5}$$

$$\Leftrightarrow (v_0)^2 + 36.v_0 - 400 = 0$$

$$\Leftrightarrow v_0 = 10$$

Câu 14. (THPT Lương Thế Vinh - HN - 2018) Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?

A. 87.5 mét.

B. 96.5 mét.

C. 102.5 mét.

D. 105 mét.

Lời giải

$$\text{Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là } s_1 = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5 \text{ (mét).}$$

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là $v_{(2)}(t) = 35 - 35t$ (m/s). Khi xe dừng lại hẳn thì $v_{(2)}(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 35t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = \left(35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17,5 \text{ (mét).}$$

Vậy quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là $s = s_1 + s_2 = 87,5 + 17,5 = 105$ (mét).

Câu 15. (Chuyên Lê Hồng Phong - ND - 2018) Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15$ m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s²). Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 70,25 m.

B. 68,25 m.

C. 67,25 m.

D. 69,75 m.

Lời giải

$$a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C \quad (C \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Mà } v(0) = C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15.$$

$$\text{Vậy } S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75 \text{ m.}$$

Câu 16. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 10 + t + 9t^2 - t^3$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất (tính từ thời điểm ban đầu) là

A. $t = 6(s)$.

B. $t = 3(s)$.

C. $t = 2(s)$.

D. $t = 5(s)$.

Lời giải

$$v(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 1.$$

Để thấy hàm số $v(t)$ là hàm bậc hai có đồ thị dạng parabol với hệ số $a = -3 < 0$.

Do đó v_{\max} đạt tại đỉnh $I(3; 28)$ của parabol.

Vậy Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất $t = 3(s)$.

Câu 17. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018) Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $S = 96,25$ (m).

B. $S = 87,5$ (m).

C. $S = 94$ (m).

D. $S = 95,7$ (m).

Lời giải

Chọn gốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu đi. Sau 5s ô tô đạt vận tốc là $v(5) = 35$ (m/s).

Sau khi phanh vận tốc ô tô là $v(t) = 35 - 70(t - 5)$.

Ô tô dừng tại thời điểm $t = 5,5s$.

$$\text{Quãng đường ô tô đi được là } S = \int_0^5 7t dt + \int_5^{5,5} [35 - 70(t - 5)] dt = 96,25 \text{ (m)}.$$

Câu 18. (SGD Thanh Hóa - 2018) Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

A. $s = 168$ (m).

B. $s = 166$ (m).

C. $s = 144$ (m).

D. $s = 152$ (m).

Lời giải

□ Giai đoạn 1: Xe bắt đầu chuyển động đến khi gặp chướng ngại vật.

Quãng đường xe đi được là:

$$S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144 \text{ (m)}.$$

□ Giai đoạn 2: Xe gặp chướng ngại vật đến khi dừng hẳn.

Ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t) = \int a dt = -12t + c$.

Vận tốc của xe khi gặp chướng ngại vật là: $v_2(0) = v_1(12) = 2.12 = 24$ (m/s).

$$\Rightarrow -12.0 + c = 24 \Rightarrow c = 24 \Rightarrow v_2(t) = -12t + 24.$$

Thời gian khi xe gặp chướng ngại vật đến khi xe dừng hẳn là nghiệm phương trình:

$$-12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Khi đó, quãng đường xe đi được là:

$$S_2 = \int_0^2 v_2(t) dt = \int_0^2 (-12t + 24) dt = (-6t^2 + 24t) \Big|_0^2 = 24 \text{ (m)}.$$

Vậy tổng quãng đường xe đi được là: $S = S_1 + S_2 = 168$ (m).

Câu 19. (Chuyên Thái Bình - 2018) Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng

đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

A. 33.

B. 12.

C. 31.

D. 32.

Lời giải

Ta có: $v_A(0) = 16 m/s$.

Khi xe A dừng hẳn: $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4s$.

Quãng đường từ lúc xe A hãm phanh đến lúc dừng hẳn là $s = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32 m$.

Do các xe phải cách nhau tối thiểu 1m để đảm bảo an toàn nên khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là 33m.

Câu 20. (THPT Phan Đình Phùng - Hà Tĩnh - 2018) Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc.

A. 136m.

B. 126m.

C. 276m.

D. 216m.

Lời giải

Ta có $v(0) = 10 m/s$ và $v(t) = \int_0^t a(t) dt = \int_0^t (t^2 + 3t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^t = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2$.

Quãng đường vật đi được là $S = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 \left(\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 \right) dt = \left(\frac{1}{12}t^4 + \frac{1}{2}t^3 \right) \Big|_0^6 = 216 m$.

Câu 21. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2018) Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc $200(m/s)$ thì rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

A. $\frac{2500}{3}(m)$.

B. $2000(m)$.

C. $500(m)$.

D. $\frac{4000}{3}(m)$.

Lời giải

Thời điểm máy bay đạt vận tốc $200(m/s)$ là $v(t) = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \end{cases} \Leftrightarrow t = 10$

Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

$s = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 5t \right) \Big|_0^{10} = \frac{2500}{3}(m)$.

Câu 22. (Sở Lào Cai - 2018) Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

A. 18m.

B. 36m.

C. 22,5m.

D. 6,75m.

Lời giải

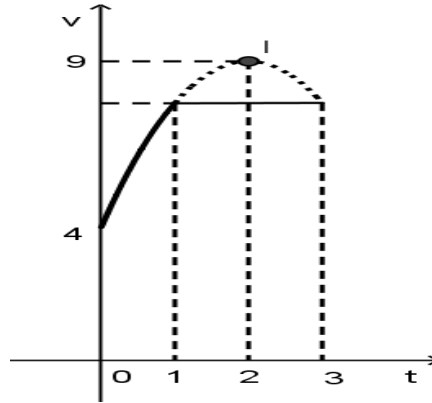
$a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2) $\Rightarrow v(t) = \int (6 - 2t) dt = 6t - t^2 + C$

Xe dừng và bắt đầu chuyển động nên khi $t = 0$ thì $v = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v(t) = 6t - t^2$.

$v(t) = 6t - t^2$ là hàm số bậc 2 nên đạt GTLN khi $t = -\frac{b}{2a} = 3$ (s)

Quãng đường xe đi trong 3 giây đầu là: $S = \int_0^3 (6t - t^2) dt = 18m$.

Câu 23. (Mã 123 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $s = 21,58(\text{km})$

B. $s = 23,25(\text{km})$

C. $s = 13,83(\text{km})$

D. $s = 15,50(\text{km})$

Lời giải

Chọn A

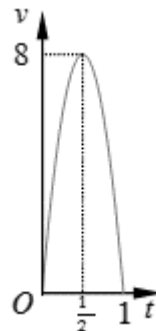
Gọi phương trình của parabol $v = at^2 + bt + c$ ta có hệ như sau:
$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 4 \\ a = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Với $t = 1$ ta có $v = \frac{31}{4}$.

Vậy quãng đường vật chuyển động được là $s = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) dt + \int_1^3 \frac{31}{4} dt = \frac{259}{12} \approx 21,583$

Câu 24. (Mã 104 2017) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên.

Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy?



A. $s = 2,3$ (km)

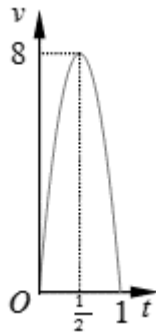
B. $s = 4,5$ (km)

C. $s = 5,3$ (km)

D. $s = 4$ (km)

Lời giải

Chọn B



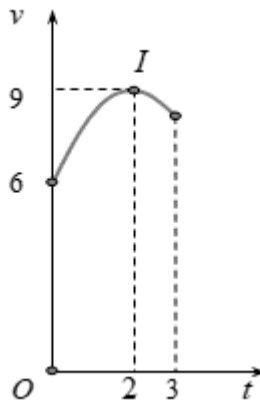
Gọi parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c$. Từ hình vẽ ta có (P) đi qua $O(0; 0)$, $A(1; 0)$ và điểm $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$.

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases} .$$

Suy ra $(P): y = -32x^2 + 32x$.

Vậy quãng đường người đó đi được là $s = \int_0^{\frac{3}{4}} (-32x^2 + 32x) dx = 4,5$ (km).

Câu 25. (Mã 110 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



- A. $s = 25,25$ (km) B. $s = 24,25$ (km) C. $s = 24,75$ (km) D. $s = 26,75$ (km)

Lời giải

Chọn C

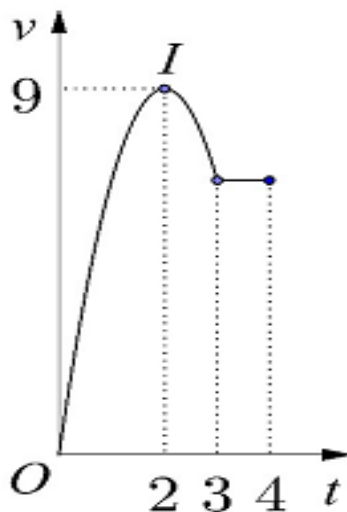
Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$.

Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2;9)$ và đi qua điểm $A(0;6)$ nên

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} . \text{ Tìm được } v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$$

Vậy $S = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75 \text{ (km)}$

Câu 26. (Mã 105 2017) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



- A. $s = 24$ (km) B. $s = 28,5$ (km) C. $s = 27$ (km) D. $s = 26,5$ (km)

Lời giải

Chọn B

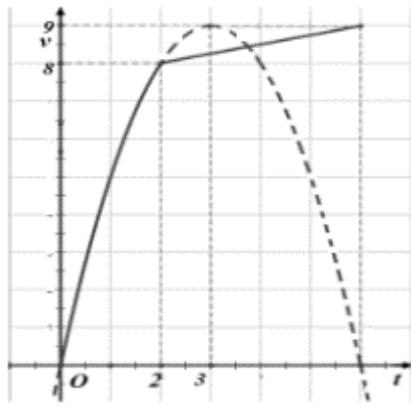
Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Vì (P) qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên dễ tìm được phương trình là $y = \frac{-9}{4}x^2 + 9x$.

Ngoài ra tại $x = 3$ ta có $y = \frac{27}{4}$

Vậy quãng đường cần tìm là: $S = \int_0^3 \left(\frac{-9}{4}x^2 + 9x \right) dx + \int_3^4 \frac{27}{4} dx = 27 \text{ (km)}$.

Câu 27. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



A. $\frac{130}{3}(km)$.

B. $9(km)$.

C. $40(km)$.

D. $\frac{134}{3}(km)$.

Lời giải

Chọn A

+ Vì Parabol đi qua $O(0; 0)$ và có tọa độ đỉnh $I(3;9)$ nên thiết lập được phương trình Parabol là $(P): y = v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$

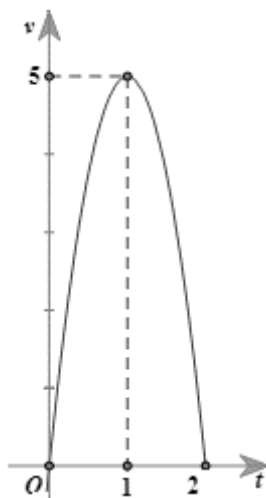
+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất $y = \frac{1}{4}t + m$, dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm có tọa độ $(6;9)$ nên thế vào hàm số và tìm được $m = \frac{15}{2}$.

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là $y = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 6]$

+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 4 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^6 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2}\right) dt = \frac{130}{3}(km)$$

Câu 28. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018) Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



A. 2,11km.

B. 6,67 km.

C. 5,63 km.

D. 5,63 km.

Lời giải

Ta có 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ $\Rightarrow S = \int_0^{1,5} v(t) dt$.

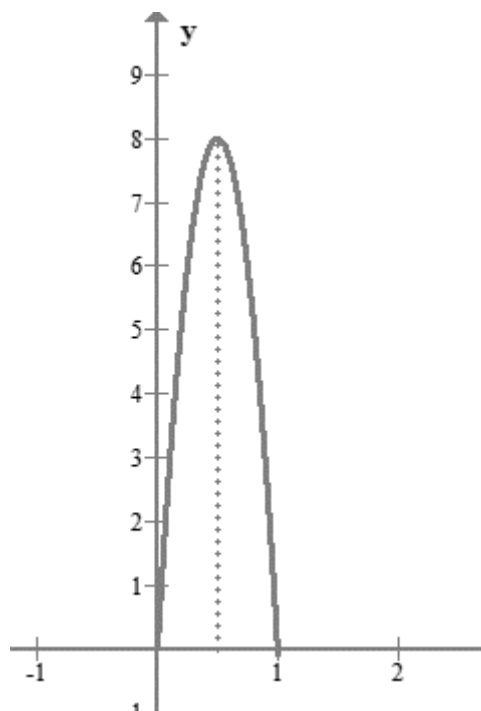
Đồ thị $v = v(t)$ đi qua gốc tọa độ nên $v(t)$ có dạng $v(t) = at^2 + bt$.

Đồ thị $v = v(t)$ có đỉnh là $I(1;5)$ nên

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -5t^2 + 10t$$

$$S = \int_0^{1,5} (-5t^2 + 10t) dt = \frac{45}{8} \approx 5,63.$$

Câu 29. (SGD Đồng Tháp - 2018) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



A. 5,3 (km).

B. 4,5 (km).

C. 4 (km).

D. 2,3 (km).

Lời giải

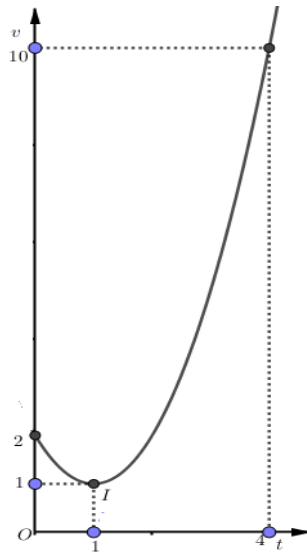
Trước hết ta tìm công thức biểu thị vận tốc theo thời gian, giả sử $v(t) = at^2 + bt + c$.

Khi đó dựa vào hình vẽ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(\frac{1}{2}\right) + c = 8 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Do đó quãng đường người đó đi được sau 45 phút là $S = \int_0^{\frac{45}{60}} (32t - 32t^2) dt = 4,5$ (km).

Câu 30. (Chuyên Hạ Long 2018) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.



- A. $s = 6$ (km). B. $s = 8$ (km). C. $s = \frac{40}{3}$ (km). D. $s = \frac{46}{3}$ (km).

Lời giải

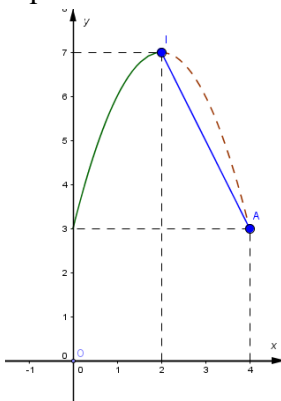
Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$. Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow v(t) = t^2 - 2t + 2.$$

Với $t = 4 \Rightarrow v(4) = 10$ (thỏa mãn).

Từ đó $s = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3} (km)$.

Câu 31. (THPT Hương Sơn - Hà Tĩnh - 2022) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đó là một đường parabol có đỉnh $I(2;7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại, đồ thị là đoạn thẳng IA . Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



- A. $s = 15,81(km)$. B. $s = 17,33(km)$. C. $s = 23,33(km)$. D. $s = 21,33(km)$.

Lời giải

Chọn D

Trong 2 giờ đầu, đồ thị hàm vận tốc là một parabol có đỉnh $I(2;7)$ như hình vẽ nên hàm vận tốc

$$v(t) = -t^2 + 4t + 3$$

Trong 2 giờ sau đồ thị hàm vận tốc là đoạn thẳng IA như hình vẽ nên hàm vận tốc $v(t) = 11 - 2t$

Vậy quãng đường s vật chuyển động sau 4 giờ là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^2 (-t^2 + 4t + 3) dt + \int_2^4 (11 - 2t) dt = \frac{64}{3}.$$