

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI BÀI TOÁN
CHỨNG MINH QUAN HỆ VUÔNG GÓC
TRONG KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH LỚP 11
NHỜ SƠ ĐỒ TƯ DUY NGƯỢC**

**Người thực hiện: Lê Thị Liên
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc môn: Toán**

THANH HOÁ NĂM 2016

MỤC LỤC

Nội dung	Trang
1.MỞ ĐẦU	1
2. NỘI DUNG CỦA SÁNG KIẾN	2
2.1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm	2
2.2. Thực trạng của vấn đề dạy - học tìm lời giải cho bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian trước khi áp dụng SKKN.	2
2.3. Các giải pháp thực hiện	3
2.3.1. Trong các bài toán chứng minh hai đường thẳng vuông góc	4
2.3.2. Trong các bài toán chứng minh đường thẳng vuông góc với mp	9
2.3.3. Trong các bài toán chứng minh hai mặt phẳng vuông góc	12
2.4.Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm .	14
3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ	15

1. MỞ ĐẦU:

LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI:

Hình học không gian là một môn học tương đối khó đối với học sinh THPT nói chung và học sinh lớp 11 nói riêng, nhất là đối với các học sinh có học lực trung bình khá trở xuống. Đây là nội dung chiếm phần lớn chương trình hình học lớp 11, cũng là nền tảng để học sinh học chương trình hình học lớp 12: Thể tích khối đa diện; Phương pháp tọa độ trong không gian.

Trong những năm giảng dạy bộ môn Toán ở trường THPT, tôi thấy đa số học sinh rất yếu phần hình học không gian, mà đặc biệt là chương III: Quan hệ vuông góc trong không gian, trong đó **chứng minh quan hệ vuông góc là các bài toán đầu tiên và cơ bản**. Do đó một hệ lụy kéo theo là các em sẽ rất khó khăn trong các bài toán về “Góc”, “Khoảng cách”, “Thể tích khối đa diện” và “Phương pháp tọa độ trong không gian” nên thường không lấy được trọn vẹn 2,0 điểm ở những nội dung này trong đề thi THPTQG.

Giải một bài toán hình học không gian lớp 11 nói chung và bài toán “chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian” nói riêng, theo tôi, thường có ba phần: **Vẽ hình, tìm hướng giải** và **trình bày lời giải**. Việc hướng dẫn học sinh vẽ hình phải được thực hiện xuyên suốt trong quá trình dạy học bộ môn. Tuy vậy, học sinh *vẽ hình tốt* mới chỉ là điều kiện cần để giải được bài toán (trong các đề thi thường có câu: *hình vẽ sai cơ bản không chấm*, nhưng lại không có thang điểm cho hình vẽ). Vậy khâu quan trọng nhất đó là **tìm hướng giải** (hay đường lối giải), sau đó là **trình bày lời giải**. Tuy nhiên, rèn luyện *kỹ năng tìm hướng giải cho một bài toán mới là khâu có tính chất quyết định* đến toàn bộ quá trình rèn luyện giải toán và khả năng tư duy cho người giải toán.

Trong môn Đại số khi hướng dẫn học sinh giải bất phương trình bậc nhất, bậc hai một ẩn, bất phương trình tích hay bất phương trình có ẩn ở mẫu ta thường hướng dẫn học sinh lập bảng xét dấu hoặc lập trục xét dấu biểu thức ở vế trái tạo nên một “quy tắc” giải rất đơn giản. Thiết nghĩ trong hình học chúng ta có thể tìm những “quy tắc” tương tự cho các dạng bài tập thường gặp được hay không?

Trong các năm học 2014-2015 và năm học 2015-2016 tôi đã nghiên cứu và đưa vào áp dụng thí điểm đề tài về đổi mới phương pháp dạy học đó là: **“Rèn luyện kỹ năng giải bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian cho học sinh lớp 11 nhờ sơ đồ tư duy ngược”** với ý tưởng: **Thông qua việc lập sơ đồ tư duy ngược để tìm đường lối giải và cũng dựa vào sơ đồ đó để trình bày lời giải** cho các bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian. Qua thực tế tôi thấy phương pháp này đã góp phần tạo được hứng thú học tập cho học sinh và bước đầu thu được kết quả cao. Qua cách lập sơ đồ tìm đường lối giải cho bài toán, học sinh sẽ được rèn luyện kỹ năng phân tích, tổng hợp, so sánh và hệ thống hóa kiến thức từ đó khắc sâu kiến thức môn học, phát triển tư duy thuật toán và tư duy logic nhằm nâng cao chất lượng dạy học bộ môn góp phần đạt được mục tiêu giáo dục toàn diện.

Hiện tại tôi chưa thấy tài liệu nào nghiên cứu sâu về vấn đề này.

Vì tất cả những lí do trên tôi thấy việc nghiên cứu và hoàn thiện đề tài SKKK này là cấp thiết.

MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU:

Nâng cao chất lượng dạy học Hình học không gian, từ đó nâng cao chất lượng dạy học bộ môn toán ở trường THPT.

ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU:

Các bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian.

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU:

Phương pháp sử dụng chủ yếu là phương pháp nghiên cứu xây dựng cơ sở lý thuyết kết hợp với phương pháp thực nghiệm sư phạm.

2. NỘI DUNG CỦA SÁNG KIẾN

2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm:

Nội dung, chương trình hình học không gian lớp 11; Các định nghĩa, các tính chất,... trong chương III: Quan hệ vuông góc trong không gian, sách giáo khoa hình học 11.

Một số tài liệu tham khảo về phương pháp dạy học toán như: “Giải bài toán như thế nào” của Polia; “Rèn luyện kĩ năng tìm lời giải cho một bài toán” của Nguyễn Văn Hòe,...

2.2 Thực trạng của vấn đề dạy - học tìm lời giải cho bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian trước khi áp dụng SKKN.

Học sinh lớp 11 thường rất yếu về phân môn “hình học không gian”, đặc biệt là học sinh không ở lớp mũi nhọn. Chương III: Quan hệ vuông góc trong không gian có thể nói là nội dung quan trọng nhất trong chương trình mà dạng toán chứng minh quan hệ vuông góc là dạng toán cơ bản của chương, từ đó xây dựng các khái niệm về góc và khoảng cách. Với một vài học sinh chưa biết vẽ hình hoặc vẽ hình không tốt, vẽ hình không trực quan, sai quy tắc thì lẽ tất yếu là không tìm được lời giải. Nhưng với đa số học sinh đã biết vẽ hình tốt, trực quan vẫn rất khó khăn trong việc tự mình tìm ra hướng giải cho các bài toán chứng minh quan hệ vuông góc. Nhiều học sinh khi giáo viên trình bày lời giải thì các em hiểu bài nhưng thường có một thắc mắc “Tại sao cô (thầy) lại nghĩ ra được hướng làm này?”. Nhiều học sinh tự mình tìm được hướng giải bài toán nhưng theo kiểu “mò mẫm” mất rất nhiều thời gian. Nhiều học sinh có hướng giải rồi nhưng trình bày lời giải lại không rõ ràng, không lôgic thậm chí “dài dòng” hoặc “quanh co” không đạt yêu cầu.

Từ thực trạng trên, học sinh thường có tâm lý “ngại”, “né tránh”, “không có hứng thú” với các bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian. Và do đó giáo viên thường gặp rất nhiều khó khăn khi giảng dạy nội dung này.

Năm học 2013-2014 tôi đã cho 11A4 làm đề kiểm tra 45 phút chương III, kết quả điểm của lớp 11A4 như sau:

Lớp	Số HS	Giỏi		Khá		TB		Yếu	
		SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)
11A	42	1	2,38	7	16,67	25	59,52	9	21,43

4									
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Xuất phát từ thực trạng trên, tôi đã mạnh dạn tiến hành đổi mới phương pháp về ***“Rèn luyện kỹ năng giải bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian cho học sinh lớp 11 nhờ sơ đồ tư duy ngược”*** cho hai lớp 11C3 và 11D4, trong đó 11C3 có chất lượng tương đương 11A4, 11D4 có chất lượng thấp hơn, bản thân nhận thấy cách làm này có hiệu quả rõ rệt.

2.3. Các giải pháp thực hiện

Tôi thực hiện dạy chương III: Quan hệ vuông góc trong không gian mà dạng toán cơ bản là chứng minh quan hệ vuông góc tại ba lớp: Lớp 11A4 và 11C3 là hai lớp cơ bản A có chất lượng tương đương; Lớp 11D4 có chất lượng đầu vào thấp hơn lớp 11A4.

Năm học 2013 – 2014, tại lớp 11A4, thực hiện theo phương pháp truyền thống: Phân dạng và đưa phương pháp giải tương ứng cho các dạng bài tập chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian, nhưng trong khi hướng dẫn giải các ví dụ và bài tập, giáo viên chỉ yêu cầu một vài học sinh nêu đường lối giải (hoặc giáo viên gợi ý đường lối giải) rồi sau đó trình bày lời giải.

Năm học 2014-2015 tại lớp 11C3 và năm học 2015-2016 tại lớp 11D4 là lớp cơ bản có chất lượng thấp hơn tôi cũng dạy những nội dung này và hệ thống bài tập tương ứng nhưng ***với mỗi ví dụ hoặc bài tập***, sau khi hướng dẫn học sinh vẽ hình, giáo viên dùng hệ thống câu hỏi và gợi ý để hướng dẫn học sinh tiến hành giải quyết bài toán theo hai bước:

Bước 1: *Lập sơ đồ tư duy ngược để tìm hướng giải* (Chỉ làm vào bảng nháp)

Bước 2: *Dựa vào sơ đồ đó để trình bày lời giải.*

Khi hướng dẫn học sinh tìm hướng giải cho mỗi bài toán, có thể dùng các câu hỏi như là: “ Để chứng minh...(mệnh đề A về quan hệ vuông góc- Điều cần chứng minh) ta phải chứng minh điều gì?”, hay “tại sao...(đường thẳng a, mp (P)) vuông góc với...(đường thẳng b, mp (Q))”. Giả sử câu trả lời của câu hỏi trên là: “ Để chứng minh mệnh đề A (là đúng), ta phải chứng minh mệnh đề B (B là giả thiết hoặc kết quả phán đoán mà ta cho là đúng)”, cứ lặp đi lặp lại các câu hỏi kiểu như vậy cho đến khi B là giả thiết của bài toán thì hoàn thành việc tìm hướng giải. Bằng cách vấn đáp trực tiếp và ghi tóm tắt lại quá trình trên thành một “sơ đồ” tạm gọi là “sơ đồ tư duy ngược” kiểu như:

$$A \stackrel{(?)}{\Leftarrow} B \stackrel{(?)}{\Leftarrow} C \stackrel{(?)}{\Leftarrow} D \stackrel{(?)}{\Leftarrow} \dots \stackrel{(?)}{\Leftarrow} H \stackrel{(?)}{\Leftarrow} F,$$
theo đó, từ mệnh đề A là kết luận của bài toán (mệnh đề cần chứng minh), ta lần tìm ra B, rồi từ B lại lần tìm ra C, rồi D,... và cuối cùng đến F, F chính là giả thiết của bài toán. Và cần lưu ý rằng *sơ đồ này chỉ lập trong bảng nháp*, không đưa vào lời giải.

Khi trình bày lời giải, ta chỉ việc trình bày theo chiều ngược lại của sơ đồ. Tức là trình bày theo kiểu: $F \Rightarrow H \Rightarrow \dots \Rightarrow C \Rightarrow B \Rightarrow A.$

Trong phạm vi đề tài SKKN này tôi xin được trình bày hai khâu này qua các ví dụ cụ thể trong từng dạng toán thường gặp về chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian sau đây:

2.3.1. Trong các bài toán chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

Các phương pháp (PP) thường dùng:

+ PP1: Chứng minh hai véc tơ chỉ phương của a và b là vuông góc

$$\begin{cases} a \perp (P) \\ b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp b$$

+ PP2: : Đây là phương pháp hay dùng.

(Một trong hai đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa đường còn lại)

+ PP3: Sử dụng định lí ba đường vuông góc.

$$\begin{cases} a // c \\ c \perp b \end{cases} \Rightarrow a \perp b$$

+ PP4:

+ PP5: Khi a và b cùng nằm trong một mặt phẳng, có thể sử dụng các phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong hình học phẳng...

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$.

Một mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt SC, SB, SD theo thứ tự tại K, H, E. Chứng minh rằng:

a) $BD \perp SC$; b) $AE \perp SD$; $AH \perp SB$.

Trong ví dụ 1, mỗi ý a, b đều có thể hướng dẫn học sinh giải theo PP2 hoặc PP3 nêu trên. Sau đây tôi sẽ trình bày cách giải ví dụ 1.a theo PP3, ví dụ 1.b theo PP2.

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

*Có thể hướng dẫn học sinh lập sơ đồ tìm hướng giải cho ví dụ 1.a) như sau:

Giáo viên đưa câu hỏi gợi ý	Học sinh trả lời (mong muốn)
-?1: Đề chứng minh $BD \perp SC$ bằng cách sử dụng định lí ba đường vuông góc (PP3) phải chứng minh điều gì?	$BD \perp SC \stackrel{(?1)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BD \perp AC \\ SA \perp (ABCD) \end{cases}$
-?2: Tại sao có $BD \perp AC$?	$BD \perp AC \stackrel{(?2)}{\Leftrightarrow}$ Tứ giác ABCD là hình vuông.

Vấn đáp trực tiếp và ghi lại quá trình đó thành “sơ đồ” tạm gọi là sơ đồ tư duy ngược (thực hiện trong bảng nháp) như sau:

$$BD \perp SC \stackrel{(?1)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BD \perp AC \stackrel{(?2)}{\Leftrightarrow} ABCD \text{ là hình vuông.} \\ SA \perp (ABCD) \text{ (gt)} \end{cases}$$

* Có thể hướng dẫn học sinh lập sơ đồ tìm hướng giải cho ví dụ 1.b) chứng minh $AE \perp SD$ như sau:

Giáo viên đưa câu hỏi gợi ý	Học sinh trả lời (mong muốn)
-----------------------------	------------------------------

-?1: Sử dụng PP2, để chứng minh $AE \perp SD$ ta phải chứng minh điều gì?	$AE \perp SD \stackrel{(?1)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AE \perp (SDC) \\ SD \subset (SDC) \end{cases}$
-?2: Tại sao $AE \perp (SDC)$?	$AE \perp (SDC) \stackrel{(?2)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AE \perp SC \\ AE \perp DC \end{cases}$
-?3: Tại sao $AE \perp SC$?	$AE \perp SC \stackrel{(?3)}{\Leftrightarrow} SC \perp (\alpha), (\alpha) \supset AE$
-?4: Tại sao $AE \perp DC$?	$AE \perp DC \stackrel{(?4)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} DC \perp (SAD) \\ (SAD) \supset AE \end{cases}$
- ?5: Tại sao $DC \perp (SAD)$?	$DC \perp (SAD) \stackrel{(?5)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SA \end{cases}$
- ?6: Tại sao $DC \perp SA$?	$DC \perp SA$ vì $SA \perp (ABCD)$

Học sinh sẽ có được sơ đồ tìm hướng giải câu b) chứng minh $AE \perp SD$ như sau:

$$AE \perp SD \stackrel{(?1)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AE \perp (SDC) \stackrel{(?2)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AE \perp SC \stackrel{(?3)}{\Leftrightarrow} SC \perp (\alpha), (\alpha) \supset AE \\ AE \perp DC \stackrel{(?4)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} DC \perp (SAD) \stackrel{(?5)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SA \stackrel{(?6)}{\Leftrightarrow} SA \perp (ABCD) \end{cases} \\ (SAD) \supset AE \end{cases} \end{cases} \\ SD \subset (SDC) \end{cases}$$

* Chứng minh $AH \perp SB$ cho học sinh làm hoàn toàn tương tự ta được sơ đồ :

$$AH \perp SB \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AH \perp (SBC) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AH \perp SC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} SC \perp (\alpha), (\alpha) \supset AH \\ AH \perp BC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BC \perp (SAB) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} SA \perp (ABCD) \end{cases} \\ (SAB) \supset AH \end{cases} \end{cases} \\ SB \subset (SBC) \end{cases}$$

Ví dụ 1.a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên ta có $BD \perp AC$ (1)

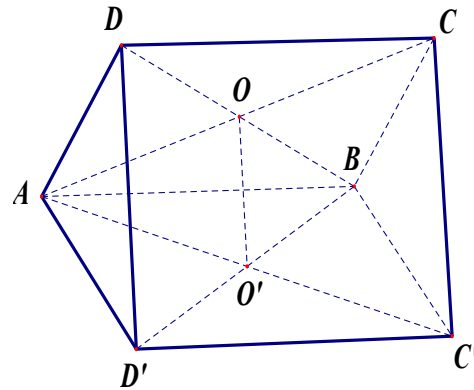
$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} CD // C'D' \\ CC' \perp CD \end{array} \right. \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \left\{ \begin{array}{l} CC' // OO' \\ CD // AB \\ AB \perp OO' \end{array} \right. \end{aligned}$$

Tứ giác $CDD'C'$ là hình chữ nhật

Bước 2: Trình bày lời giải:

$$\begin{aligned} 2.a) \text{ Do } & \begin{cases} AO' = AO \\ \vec{BAO'} = \vec{BAO} \end{cases} \\ \Rightarrow & \vec{AB} \cdot \vec{AO'} - \vec{AB} \cdot \vec{AO} = 0 \\ \Rightarrow & \vec{AB}(\vec{AO'} - \vec{AO}) = 0 \\ \Rightarrow & \vec{AB} \cdot \vec{OO'} = 0 \\ \Rightarrow & AB \perp OO' \end{aligned}$$

$$2.b) \text{ Do } \begin{cases} CC' // OO' \\ CD // AB \Rightarrow CC' \perp CD \text{ (1)} \\ AB \perp OO' \end{cases}$$



Mặt khác $CD // C'D'$ nên tứ giác $CDD'C'$ là hình bình hành (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $CDD'C'$ là hình chữ nhật.

Ví dụ 3: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . M là trung điểm cạnh BC .

a) Chứng minh $AM \perp BC'$.

b) N là trung điểm của cạnh BB' . Chứng minh $AN \perp BC'$;

c) P là điểm trên cạnh $A'B'$ sao cho $B'P = \frac{a}{4}$ và Q là trung điểm cạnh $B'C'$.
Chứng minh: $AN \perp NP$; $AN \perp PQ$

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

Bằng cách đưa ra hệ thống câu hỏi vấn đáp tương tự như ở ví dụ 1, ta hướng dẫn học sinh lập được sơ đồ tìm hướng giải như sau:

Ví dụ 3.a) (Theo PP2)

$$AM \perp BC' \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BC' \subset (BCC'B') \\ AM \perp (BCC'B') \end{cases} \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (ABC) \perp (BCC'B') \\ (ABC) \cap (BCC'B') = BC \\ AM \subset (ABC) \\ AM \perp BC \end{cases}$$

Ví dụ 3.b) (Theo PP2)

$$AN \perp BC' \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AN \subset (AMN) \\ BC' \perp (AMN) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BC' \perp AM \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \text{câu 3.a)} \\ BC' \perp MN \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} MN \parallel B'C \\ B'C \perp BC' \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 3.c) (Theo PP5)

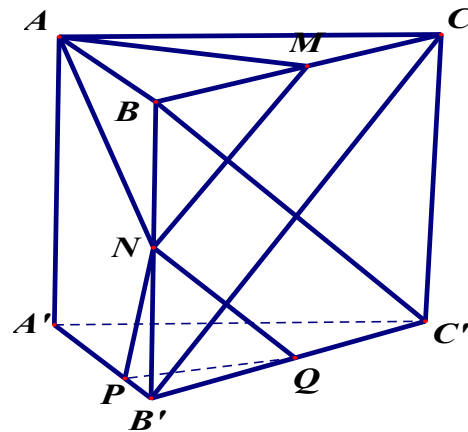
$$AN \perp NP \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} AP^2 = AN^2 + NP^2 \quad (1)$$

$$AN \perp PQ \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} AN \perp (NPQ) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AN \perp NP \quad (\text{theo (1)}) \\ AN \perp NQ \end{cases}$$

Khi tính được độ dài các cạnh của tam giác thì thường dùng định lý Pitago đảo để chứng minh tam giác vuông.

Bước 2: Trình bày lời giải:

3.a) Ta có: $(ABC) \perp (BCC'B')$;
 $(ABC) \cap (BCC'B') = BC$;
 $AM \subset (ABC); AM \perp BC$
 $\Rightarrow AM \perp (BCC'B')$ mà $BC' \subset (BCC'B')$
suy ra $AM \perp BC'$.



3.b) Ta có:
 $MN \parallel B'C; B'C \perp BC' \Rightarrow BC' \perp MN \quad (1)$

Lại có: $BC' \perp AM$ (Câu 3.a) (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC' \perp (AMN)$, mặt khác $AN \subset (AMN)$ nên $AN \perp BC'$.

$$AN^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4}; NP^2 = NB'^2 + B'P^2 = \frac{5a^2}{16};$$

3.c) Ta có:

$$AP^2 = AA'^2 + A'P^2 = \frac{25a^2}{16}$$

Nên $AP^2 = AN^2 + NP^2 \Rightarrow AN \perp BC' \quad (1).$

Tương tự: $AN \perp PQ \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $AN \perp (NPQ) \Rightarrow AN \perp PQ$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng (P) cho tam giác nhọn ABC . Trên đường thẳng d vuông góc với (P) tại A ta lấy một điểm M khác A . Gọi BH, BK theo thứ tự là các đường cao kẻ từ đỉnh B của $\triangle ABC, \triangle MBC$; HK cắt AM tại N .

Chứng minh rằng: a. $MC \perp NK$; b. $MC \perp NB$; c. $MB \perp NC$.

Ở ví dụ 4, tất cả các ý đều có thể giải theo PP2 hoặc PP3. Với học sinh yếu thường các em hay sử dụng PP2, nên trong ví dụ này tôi sẽ giải theo PP2.

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải.

$$\begin{aligned}
 & MC \perp NK \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} NK \subset (BHK) \\ MC \perp (BHK) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} MC \perp BK \text{ (gt)} \\ MC \perp BH \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BH \perp AC \\ MA \perp (ABC) \end{cases} \end{cases} \end{cases} \\
 \text{.a)} &
 \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}
 & MC \perp NB \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} NB \subset (BHK) \\ MC \perp (BHK) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \text{câu 4.a)} \end{cases} \\
 \text{4.b)} &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & MB \perp NC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} MB \subset (MBH) \\ NC \perp (MBH) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} NC \perp MH \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} NH \perp MC \\ CH \perp MN \end{cases} \\ NC \perp BH \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} NA \perp (ABC) \\ BH \perp AC \end{cases} \end{cases} \end{cases} \\
 \text{c)} &
 \end{aligned}$$

4.

Bước 2: Trình bày lời giải:

4.a) Ta có

$$BH \perp AC; MA \perp (ABC) \Rightarrow MC \perp BH$$

$$MC \perp BK \text{ (gt)} \Rightarrow MC \perp (BHK) \quad (1).$$

$$\text{Mặt khác } NK \subset (BHK) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } MC \perp NK.$$

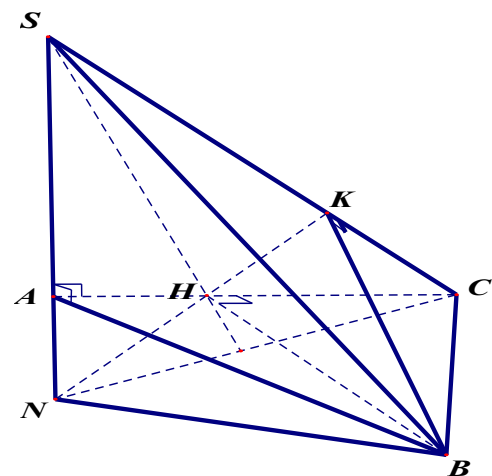
$$\text{4.b)} \text{ Theo câu 3.a) ta có } MC \perp (BHK)$$

$$\text{mà } NB \subset (BHK) \Rightarrow MC \perp NB.$$

$$\text{4.c)} \text{ Ta có: } NH \perp MC; CH \perp MN \Rightarrow NC \perp MN \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác: } NA \perp (ABC); BH \perp AC \Rightarrow NC \perp BH \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } NC \perp (MBH) \text{ mà } MB \subset (MBH) \Rightarrow MB \perp NC.$$



2.3.2 Trong các bài toán chứng minh đường thẳng a vuông góc với (P).

Các phương pháp (PP) thường dùng:

+ PP1: Chứng minh a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau của (P)

+ PP2: Chứng minh a là giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với (P);

$$+ PP3: \begin{cases} a // b \\ b \perp (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp (P);$$

+PP4. Hai mặt phẳng vuông góc, đường thẳng nào nằm trong mp này mà vuông với giao tuyến thì vuông với mp kia

Ví dụ 5. Trong (P) cho tam giác ABC cân đỉnh A . Trên đường thẳng vuông góc với (P) kẻ từ A ta lấy điểm D . Gọi M là trung điểm của cạnh BC , H là hình chiếu của A trên DM . Chứng minh rằng:

a) $BC \perp (ADM)$;

b) $AH \perp (BCD)$

PP1 là phương pháp rất hay dùng cho dạng bài tập này. Trong ví dụ 4a,b đều có thể sử dụng PP1 hoặc PP4, ở ví dụ này tôi sẽ trình bày cách giải câu a) theo PP1 và câu b) theo PP4.

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

$$.a) \quad BC \perp (ADM) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BC \perp AD \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} AD \perp (ABC) \\ BC \perp AM \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AB = AC \\ MB = MC \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 5

$$AH \perp (BCD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (ADM) \cap (BCD) = DM \\ AH \subset (ADM) \\ AH \perp DM \\ (ADM) \perp (BCD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (ADM) \perp BC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \text{câu 4.a)} \\ BC \subset (BCD) \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 5.b)

Bước 2: Trình bày lời giải:

Ví dụ 5.a) Do $AB = AC$ và M là trung điểm của BC nên $BC \perp AM$ (1)

Mặt khác $AD \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp AD$ (2);

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (ADM)$

) Theo câu 5.a): $(ADM) \perp BC$;

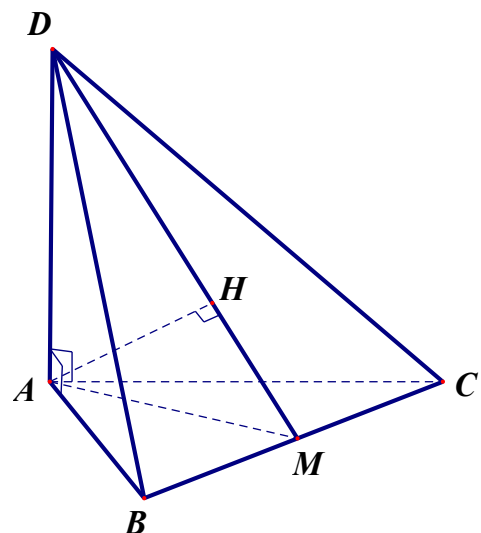
Ví dụ 5.b

mà $BC \subset (BCD) \Rightarrow (ADM) \perp (BCD)$ (1)

$$\begin{cases} (ADM) \cap (BCD) = DM \\ AH \subset (ADM) \\ AH \perp DM \end{cases}$$

Mặt khác

(2)



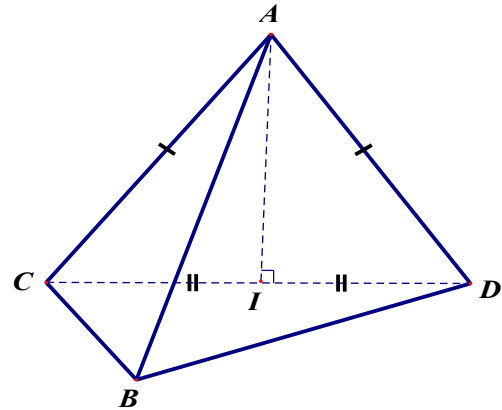
Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (BCD)$.

Ví dụ 6. Cho các tam giác ACD và BCD nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD$. Gọi I là trung điểm của cạnh CD . Chứng minh $AI \perp (BCD)$.

Các bài toán tính khoảng cách trong các đề thi thử THPT quốc gia của các trường THPT hoặc các Sở giáo dục hầu hết đều quy về tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Khi đó PP4 là phương pháp khá hiệu quả.

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

$$AI \perp (BCD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \\ AI \subset (ACD) \\ AI \perp CD \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AC = AD \\ IC = ID \end{cases} \end{cases}$$



Bước 2: Trình bày lời giải:

Do $AC = AD$ và I là trung điểm CD nên $AI \perp CD$.

của cạnh

$$(ACD) \perp (BCD); (ACD) \cap (BCD) = CD; AI \subset (ACD); AI \perp CD \Rightarrow AI \perp (BCD)$$

Vậy

Ví dụ 7. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD .

1. Chứng minh: a) $SA \perp (ABCD)$; b) $BD \perp (SAC)$; c) $BC \perp (SAB)$.

2. Chứng minh: $SC \perp (AMN)$

3. Gọi K là giao điểm của SC với (AMN) . Chứng minh rằng tứ giác $AMKN$ có hai đường chéo vuông góc.

PP2 khá dễ nhớ và hầu như “dễ nhìn thấy” để áp dụng. Ví dụ 7.1.a) ta giải theo PP2, Ví dụ 6.3 theo PP3. Các ý còn lại có thể giải theo nhiều cách.

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

$$SA \perp (ABCD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} SA = (SAB) \cap (SAD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases}$$

.1.a)

Ví dụ 7

$$\text{định lý 7.1.b)} \quad BD \perp (SAC) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BD \perp SA \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} SA \perp (ABCD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \text{Câu 6.1.a)} \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \\ BD \perp AC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} ABCD \text{ là hình vuông.} \end{cases}$$

Ví

$$\text{định lý 7.1.c)} \quad BC \perp (SAB) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ BC \subset (ABCD) \\ BC \perp AB \end{cases}$$

Ví dụ 7

Ví dụ 7.2.

$$SC \perp (AMN) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} SC \perp AM \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AM \perp (SBC) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} BC \perp (SAB) (\text{câu 6.1.c)}) \\ AM \subset (SAB) \end{cases} \end{cases} \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \\ SC \perp AN \end{cases}$$

Ví dụ 7.3. Tứ giác $AMKN$ có hai đường chéo vuông góc $\stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} MN \perp AK$

$$\stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} MN \perp (SAC) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} MN \parallel BD \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} SB = SD \\ MB = ND \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \Delta SAB = \Delta SAD \end{cases} \\ BD \perp (SAC) (\text{câu 6.1.b)}) \end{cases} \\ AK \subset (SAC) \end{cases}$$

Bước 2: Trình bày lời giải:

$$\text{định lý 7.1.a)} \quad \begin{cases} SA = (SAB) \cap (SAD) \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$$

Ví dụ 7

) Câu 6.1.a): $SA \perp (ABCD); BD \subset (ABCD) \Rightarrow BD \perp SA$ (1)

Ví dụ 7.1.b

Mặt khác, tứ giác ABCD là hình vuông nên $BD \perp AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp (SAC)$

Ví dụ 7.1.c)

$$\text{Do } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ BC \subset (ABCD) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

Ví dụ 7.2.

Theo câu 6.1.c): $BC \perp (SAB); AM \subset (SAB)$

$\Rightarrow AM \perp BC$ mà $AM \perp SB$

$\Rightarrow AM \perp (SBC); SC \subset (SBC)$

$\Rightarrow SC \perp AM$ (1)

Chứng minh tương tự ta cũng có $SC \perp AN$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (AMN)$

Ví dụ 7.3.

Ta có: $\triangle SAB = \triangle SAD \Rightarrow MB = ND$ mà $SB = SD \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} \Rightarrow MN \parallel BD$.

$BD \perp (SAC)$ (câu 6.1.b)) $\Rightarrow MN \perp (SAC)$ mà $AK \subset (SAC) \Rightarrow MN \perp AK$

Lại có

Vậy tứ giác AMKN có hai đường chéo vuông góc.

2.3.3. Trong các bài toán chứng hai mặt phẳng vuông góc

Phương pháp thường dùng là: Để chứng minh $(P) \perp (Q)$ ta chỉ ra một trong hai mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

Ví dụ 8: (Trích bài tập 119 trang 102, SGK hình học 11 nâng cao) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a) $(AB'C'D) \perp (BCD'A')$;

b) $AC' \perp (A'BD)$.

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

8.a)

Ví dụ

$$(AB'C'D) \perp (BCD'A') \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (AB'C'D) \supset DC' \\ DC' \perp (BCD'A') \end{cases} \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} DC' \perp CD' \\ DC' \perp BC \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} BC \perp (DCC'D') \end{cases}$$

$$8.b) \quad AC' \perp (A'BD) \Leftrightarrow \begin{cases} AC' \perp BD \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AC \perp BD \\ CC' \perp (ABCD) \end{cases} \\ AC' \perp A'B \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AB' \perp A'B \\ C'B' \perp (ABB'A') \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ

Bước 2: Trình bày lời giải:

Lời giải:

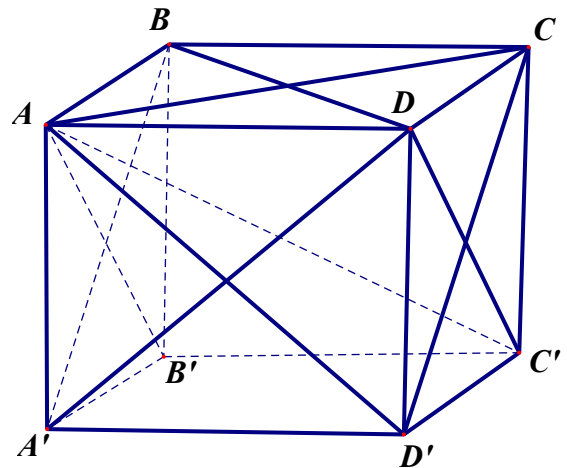
Ví dụ 8.a)

$BC \perp (DCC'D') \Rightarrow DC' \perp BC$
Ta có
mà $DC' \perp CD'$ nên $DC' \perp (BCD'A')$,
 $DC' \subset (AB'C'D)$
lại do
suy ra $(AB'C'D) \perp (BCD'A')$.

Ví dụ 8.b)

Ta có $\begin{cases} AB' \perp A'B \\ C'B' \perp (ABB'A') \end{cases} \Rightarrow AC' \perp A'B$ (1);

Mặt khác: $\begin{cases} AC \perp BD \\ CC' \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow AC' \perp BD$ (2);
 $AC' \perp (A'BD)$



Từ (1) và (2) suy ra

Ví dụ 9: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau.

a) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$

b) Gọi I là trung điểm của cạnh AB , Chứng minh $(SOI) \perp (SAB)$.

c) Gọi OJ là đường cao của tam giác SOI . Chứng minh $OJ \perp SB$.

d) Gọi K là trung điểm cạnh bên SC . Chứng minh $(SCD) \perp (BDK)$?

Bước 1: Lập sơ đồ tìm hướng giải

$$(SAC) \perp (SBD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (SAC) \supset AC \\ AC \perp (SBD) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} SO \perp (ABCD) \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 9.a)

Ví dụ 9.b)

$$(SOI) \perp (SAB) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (SOI) \perp AB \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} AB \perp SO \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} SO \perp (ABCD) \\ AB \perp OI \end{cases} \\ AB \subset (SAB) \end{cases}$$

Ví dụ 9.c)

$$OJ \perp SB \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} SB \subset (SAB) \\ OJ \perp (SAB) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (SOI) \perp (SAB) \\ (SOI) \cap (SAB) = SI \\ OJ \subset (SOI) \\ OJ \perp SI \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ 9.d)

$$(SCD) \perp (BDK) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (SCD) \supset SC \\ SC \perp (BDK) \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} SC \perp BK \stackrel{(?)}{\Leftrightarrow} \\ SC \perp DK \end{cases} \end{cases}$$

tam giác đều SBC .

BK là trung tuyến trong

Bước 2: Trình bày lời giải:

Ví dụ 9.a) Ta có

$SO \perp (ABCD) \Rightarrow AC \perp SO$ mà

$BD \perp AC$ nên $AC \perp (SBD)$,

từ đó suy ra $(SAC) \perp (SBD)$.

Ví dụ 9.b)

$SO \perp (ABCD) \Rightarrow AB \perp SO$

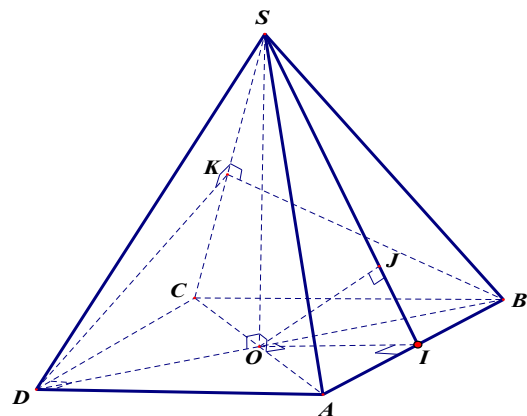
Ta có:

mà $AB \perp OI$ nên $(SOI) \perp AB$

$(SOI) \perp (SAB)$

từ đó suy ra

Ví dụ 9.c) Ta có $(SOI) \perp (SAB); (SOI) \cap (SAB) = SI; OJ \subset (SOI); OJ \perp SI$



nên $OJ \perp (SAB)$ từ đó suy ra $OJ \perp SB$.

Ví dụ 9.d) Do BK là trung tuyến trong tam giác đều SBC nên ta có $SC \perp BK$

Mặt khác: $SC \perp DK$ suy ra $SC \perp (BDK)$ (1)

Lại có $SC \subset (SCD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(SCD) \perp (BDK)$.

Bài tập

1) Cho tứ diện $ABCD$; $AD \perp (ABC)$, DE là đường cao của tam giác BCD

a) Chứng minh: $(ADE) \perp (BCD)$

b) Vẽ đường cao BF , BK của tam giác ABC và tam giác BCD .

Chứng minh $(BFK) \perp (BCD)$?

c) Gọi H , J lần lượt là trực tâm của tam giác ABC và tam giác DBC .

Chứng minh $HJ \perp (BCD)$

2) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB .

Chứng minh rằng: a) $BC \perp (SAB)$; b) $(SBD) \perp (SAC)$; c) $AM \perp SC$.

3) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, $SA = SB = SC = SD$.

a) Chứng minh rằng: SO vuông góc với $(ABCD)$

b) Chứng minh rằng: BD vuông góc với (SAC)

c) Gọi I là trung điểm AB . Chứng minh rằng: AB vuông góc với (SOI)

d) Kẻ đường cao OJ của SOI . Chứng minh rằng: SA vuông góc với OJ

4) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , SO vuông góc với $(ABCD)$, $SO = a\sqrt{3}$, $AB = a\sqrt{2}$.

a) Chứng minh rằng: BD vuông góc với SA ; AC vuông góc với SB .

b) Vẽ CI vuông góc với SD , OJ vuông góc với SC . Chứng minh đường thẳng SD vuông góc với (ACI) ; SC vuông góc với (BDJ) .

c) K là trung điểm SB . Chứng minh rằng: OK vuông góc với OI .

5) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi I , J là trung điểm AB , CD . Trên đường thẳng vuông góc $(ABCD)$ tại I lấy S .

a) Chứng minh: BC vuông góc với (SAB) , CD vuông góc với (SIJ) .

b) Chứng minh: (SAD) vuông góc với (SBC) , (SAB) vuông góc với (SIJ) .

c) Gọi M là trung điểm BC . Chứng minh rằng: (SIM) vuông góc với (SBD) .

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm :

Sau khi kiên trì áp dụng SKKN “rèn luyện kỹ năng giải bài toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian cho học sinh lớp 11 nhờ sơ đồ tư duy ngược” vào hai lớp 11C3, 11D4 và so sánh với lớp 11A4 (năm học 2013-2014) là lớp có chất lượng tương đương. Tôi thấy học sinh lớp 11C3, lớp 11D4 nắm bắt kiến thức tốt hơn và có kỹ năng giải toán tốt hơn. Nhìn chung các em đã giải được tương đối tốt các dạng toán chứng minh quan hệ vuông góc trong không

gian, đặc biệt phần trình bày lời giải rất rõ ràng, xúc tích; Một số đã có sự linh hoạt, khéo léo vận dụng cách làm đó cho các dạng bài tập như chứng minh quan hệ song song, tính góc, tính khoảng cách,... Qua thực tế giảng dạy tại lớp 11C3, 11D4, tôi thấy học sinh còn rất hứng thú với cách lập sơ đồ tư duy ngược, cải thiện được phần nào tâm lý “ngại”, “né tránh” của các em đối với việc giải toán hình không gian.

Cụ thể, tôi đã cho lớp 11C3, 11D4 làm đề kiểm tra 45 phút cuối chương III tương đương với đề mà năm học 2013-2014 tôi đã cho 11A4 làm:

Kết quả điểm của mỗi lớp như sau:

Lớp	Số HS	Giỏi		Khá		TB		Yếu	
		SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)
11A4	42	1	2,38	7	16,67	25	59,52	9	21,43
11C3	46	3	6,52	12	26,09	28	60,87	3	6,52
11D4	42	2	4,76	14	33,33	22	52,38	4	9,52

Trong đó: + Lớp thực nghiệm là 11C3; 11D4.

+ Lớp đối chứng là 11A4.

Chất lượng đầu năm của 11C3, 11A4 là tương đương, 11D4 thấp hơn 11A4.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

- Kết luận:

Tìm hướng giải là khâu quan nhất khi giải một bài toán hình không gian. Phương pháp tìm hướng giải cho các bài toán chứng minh hình học đặc biệt là chứng minh quan hệ vuông góc bằng cách lập sơ đồ tư duy ngược là một phương pháp dễ làm mà mang lại hiệu quả cao trong dạy học. Vì vậy ngay khi mới tiếp cận các dạng toán chứng minh quan hệ vuông góc, với mỗi ví dụ và bài tập, giáo viên cần hướng dẫn học sinh cách lập sơ đồ tư duy ngược thông qua hệ thống các câu hỏi vấn đáp (Cần lưu ý cho học sinh đây chỉ là cách tìm đường lối giải chứ không phải là lời giải của bài toán, sơ đồ này chỉ trình bày trong bảng nháp). Đồng thời hướng dẫn học sinh trình bày lời giải khi đã có sơ đồ tư duy ngược.

Trong khi lập sơ đồ tìm hướng giải, học sinh liên tục phải trả lời câu hỏi *tại sao làm như vậy?* Khi học sinh đưa hướng giải không đúng thì ta lại yêu cầu học sinh trả lời câu hỏi *tại sao không đúng?* (Thường sử dụng phương pháp phản chứng),... để trả lời được các câu hỏi đó học sinh liên tục phải sử dụng các thao tác tư duy như phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự hóa, khái quát hóa, hệ thống hóa kiến thức nên rất thuận lợi cho việc khắc sâu kiến thức môn học và phát triển tư duy cho người học. Đó mới là cái đích cuối cùng của quá trình dạy học.

Bản thân tôi trong khi dạy học sinh lớp 11, nhờ áp dụng các giải pháp đã nêu trong SKKN này, tôi thấy hiệu quả dạy học được nâng cao rõ rệt. Tôi tin

rằng, các đồng nghiệp khác nếu áp dụng SKKN này vào thực tiễn dạy học của bản thân, cũng sẽ thu được kết quả tốt hơn.

- Kiến nghị:

Bạn đọc có thể phát triển cách làm này cho các dạng toán khác như chứng minh quan hệ song song, các bài toán về góc và khoảng cách, chứng minh các đẳng thức véc tơ,...

Với BGH trường THPT Triệu Sơn 4: Tiếp tục tổ chức báo cáo các SKKN hàng năm bởi bản thân tôi và các đồng nghiệp đều thấy rằng đây là các hoạt động chuyên môn rất bổ ích.

Trên đây là một vài kinh nghiệm nhỏ của tôi trong quá trình thực hiện việc đổi mới phương pháp dạy học, đề tài không tránh khỏi những hạn chế, rất mong sự đóng góp quý báu của bạn bè, đồng nghiệp để SKKN của tôi được hoàn thiện hơn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	<i>Thanh Hóa, ngày 15 tháng 5 năm 2016</i> Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. <i>Lê Thị Liên</i>
---	--