ĐỀ SỐ 10: ĐỀ TỰ LUYỆN BỒI DƯỠNG HSG CẤP HUYỆN LỚP 8

NĂM HỌC: 2023-2024

Thời gian làm bài 120 phút

I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Chọn một phương án đúng

Câu 1. Sau khi rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2x}{x^3+x-x^2-1}\right):\left(1-\dfrac{2x}{x^2+1}\right)$ với $x\neq 1$ là:

A. $P=\dfrac{-1}{x-1}$ **B.** $P=\dfrac{1}{x-1}$ **C.** $P=\dfrac{1}{x+1}$ **D.** $P=\dfrac{-1}{1+x}$

Câu 2. Cho hai biểu thức A và B: $A = 124\left(\dfrac{1}{1.1985}+\dfrac{1}{2.1986}+\dfrac{1}{3.1987}+...+\dfrac{1}{16.2000}\right)$ và

$B=\dfrac{1}{1.17}+\dfrac{1}{2.18}+\dfrac{1}{3.19}+...+\dfrac{1}{1984.2000}$. Ta có:

A. A>B B. A<B C. A=B D. A=2B

Câu 3. Cho $2x^2+2y^2 = 5xy$ và $0< x < y$. Giá trị của $E=\dfrac{x+y}{x-y}$. là :

A. -1 **B.** -2 **C.** -3 **D.** 1

Câu 4. Một hộp có 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 5 đến 14. Bạn Hoa lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Xác suất thực nghiệm của biến cố "Chọn ra thẻ ghi số hợp số" là:

A. $0,6$ B. $0,7$ C. $0,8$ D. $0,5$

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $|x-2010|+|x-2012|+|x-2014|=2$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6. Đa thức dư khi chia $x + x^3 + x^9 + x^{27}$ cho $x^2 - 1$ là:

A. -4x-1 **B.** -4x **C.** 4x-1 **D.** 4x

Câu 7. Cho đa thức: $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết P(1) = 1; P(2) = 4; P(3) = 9 ; P(4) = 16 ; P(5) = 25. Giá trị P(6) là:

A. 156 B. 36 C. 128 D. Kết quả khác

Câu 8. Các số nguyên a và b để đa thức A(x) = x^4-3x^3+ax+b chia hết cho đa thức $B(x)=x^2-3x+4$ là:

A. a = 12; b = 16 **B.** a = -12; b = -16 **C.** a = -12; b = 16 **D.** a = 12; b = -16

Câu 9. Cho tam giác ABC , AD là đường phân giác trong của góc A ($D \in BC$). Ta có:

A. AD^2 = AB. BD – AC. DC **C.** AD^2 = AB. BD– AB. DC

B. AD^2 = AB. AC – DB. DC **D.** AD^2 = DC. AC – DB. AB

Câu 10. Cho hình bình hành ABCD, trên cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M, K sao cho AM = CK. Lấy điểm P nằm trên cạnh AD ($P \neq A$; $P \neq D$). Nối PB, PC cắt MK tại E, F. Ta có:

A. $S_{PEF}=S_{AME}+S_{DKF}$ **B.** $S_{PEF}=S_{BME}+S_{DKF}$ **C.** $S_{PEF}=S_{AME}+S_{CKF}$ **D.** $S_{PEF}=S_{BME}+S_{CKF}$

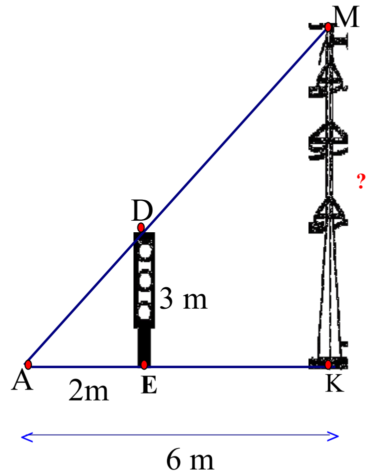
Câu 11. Diện tích của tam giác vuông có chu vi 72cm , hiệu giữa đường trung tuyến và đường cao ứng với cạnh huyền bằng 7cm là:

A. $116cm^2$ **B.** $121cm^2$ **C.** $136cm^2$ **D.** $144cm^2$

Câu 12. Tam giác ABC có BC = 40cm, phân giác AD dài 45cm, đường cao AH dài 36cm. Độ dài DC là:

A. 15cm **B.** 20cm **C.** 25cm **D.** 30cm

Câu 13: Bóng AK của một cột điện MK trên mặt đất dài $6\ m$ *(như hình vẽ)*. Cùng lúc đó một cột đèn giao thông DE cao $3\ m$ có bóng AE dài $2\ m$.

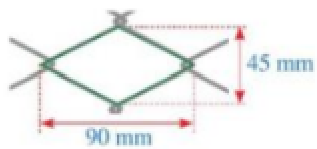


Khi đó,chiều cao của cột điện MK là:

A. $1\ m$ B. $4\ m$. C. $9\ m$ D. $6\ m$

Câu 14: Hình vẽ bên mô tả một ô lưới mắt cáo có dạng hình thoi với độ dài hai đường chéo là $45mm$ và $90mm$. Độ dài cạnh ô lưới mắt cáo đó là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. $50mm$

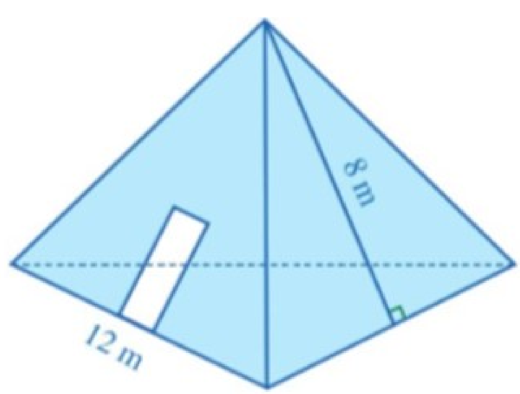


B. $45mm$

C. $68mm$

D. $71mm$

Câu 15: Một kho chứa có dạng hình chóp tam giác đều với độ dài cạnh đáy là 12m và chiều cao là 8m (hình bên dưới). Người ta muốn sơn phủ bên ngoài cả ba mặt xung quanh của kho chứa đó và không sơn phủ phần làm cửa có diện tích là 5m^2. Biết rằng cứ mỗi mét vuông sơn cần trả $30\ 000$ đồng. Cần phải trả bao nhiêu tiền để hoàn thành việc sơn phủ đó?



A. 4170000 đồng; B. 1440000 đồng; C. 4320000 đồng; D. 2880000 đồng

Câu 16. Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,6% một tháng. Người đó rút lãi đều đặn mỗi tháng. Hỏi sau một năm người đó được bao nhiêu tiền gồm cả vốn và lãi?

A. 10triệu 600 nghìn **B.** 10triệu 120 nghìn **C.** 10triệu 720 nghìn **D.** 11triệu 200 nghìn

II. Phần tự luận (12,0 điểm)

Câu 1 (3,5 điểm):

a. Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 3.

b. Tìm nghiệm nguyên d□ơng của ph□ơng trình: $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

Câu 2 (3,0 điểm):

a.Cho a,b,c đôi một khác nhau,thõa mãn ab+ac+bc =1.

Tính giá trị của biểu thức:A = $\dfrac{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}$

b. Cho đa thức : $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$

Xác định a, b, c để đa thức : $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ chia hết cho $(x - 1)^3$

Câu 3 (4,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a. Tính tổng: $\dfrac{HD}{AD}+\dfrac{HE}{BE}+\dfrac{HF}{CF}$

b. Chứng minh: $BH.BE + CH.CF = BC^2$

c. Chứng minh: H cách đều ba cạnh tam giác DEF.

d. Trên các đoạn HB,HC lấy các điểm M,N tùy ý sao cho HM = CN.

Chứng minh đường trung trực của đoạn MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4 (1,0 điểm): Cho a , b , c là 3 cạnh của một tam giác . Chứng minh rằng :

$$A = \frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{a+c-b}+\frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

---Hết---

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Mỗi câu đúng 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	C	C	C	B	B	A	D	B	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	C	C	A	A	C				

HƯỚNG DẪN

Câu 1: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2x}{x^3+x-x^2-1}\right):\left(1-\dfrac{2x}{x^2+1}\right)$

Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức *A*. ĐKXĐ: $x\neq 1$

Rút gọn được A = $\dfrac{1}{x-1}$

Câu 2. So sánh hai biểu thức A và B:

$$A=124\left(\frac{1}{1.1985}+\frac{1}{2.1986}+\frac{1}{3.1987}+...+\frac{1}{16.2000}\right)$$

$$B=\frac{1}{1.17}+\frac{1}{2.18}+\frac{1}{3.19}+...+\frac{1}{1984.2000}$$

Lời giải

Ta có: $A=\dfrac{124}{1984}.\left(1-\dfrac{1}{1985}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{1986}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{1987}+...+\dfrac{1}{16}-\dfrac{1}{2000}\right)=$

$$=\frac{1}{16}.\left[\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{16}\right)-\left(\frac{1}{1985}+\frac{1}{1986}+...+\frac{1}{2000}\right)\right]$$

Còn $B=\dfrac{1}{16}.\left[\left(1-\dfrac{1}{17}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{18}+...+\dfrac{1}{1984}-\dfrac{1}{2000}\right)\right]=\dfrac{1}{16}.\left[\left(1+\dfrac{1}{2}+...+\dfrac{1}{1984}\right)-\left(\dfrac{1}{17}+\dfrac{1}{18}+...+\dfrac{1}{2000}\right)\right]=$

$$=\frac{1}{16}.\left[\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{16}\right)+\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+...+\frac{1}{1984}-\frac{1}{17}-\frac{1}{18}-...-\frac{1}{1984}\right)-\left(\frac{1}{1985}+...+\frac{1}{2000}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left[\left(1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{16}\right)-\left(\frac{1}{1985}+\frac{1}{1986}+...+\frac{1}{2000}\right)\right]$$

Vậy A = B

Câu 3. Cho $2x^2+2y^2=5xy$ và $0<x<y$. Tính giá trị của $E=\dfrac{x+y}{x-y}$.

$$2x^2+2y^2=5xy\Leftrightarrow 2x^2+2y^2-5xy=0\Leftrightarrow (x-2y)(2x-y)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}x=2y(loai)\\ y=2x\end{matrix}\right.\Rightarrow E=\frac{x+2x}{x-2x}=-3$$

Câu 4. Giải bất phương trình: $\dfrac{1-5x}{x-1}\geq 1$

Xét hiệu : $\dfrac{1-5x}{x-1}-1\geq 0$ (I) (đk: $x \neq 1$)

(I) $\Leftrightarrow$ $\dfrac{1-5x-x+1}{x-1}\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2(1-3x)}{x-1}\geq 0$

…. $\Leftrightarrow$ $\dfrac{1}{3}\leq x<1$

Câu 5.

Số nghiệm của phương trình $|x-2010|+|x-2012|+|x-2014|=2$

Ta có $|x-2010|+|x-2012|+|x-2014|\geq |x-2010+2014-x|+|x-2012|\geq 2$ (*)

Mà $|x-2010|+|x-2012|+|x-2014|=2$ nên (*) xảy ra dấu "="

Suy ra: $\begin{cases} x-2012=0 \\ 2010\leq x\leq 2014 \end{cases} \Rightarrow x=2012$

Câu 6. Tìm dư khi chia $x + x^3 + x^9 + x^{27}$ cho $x^2 - 1$

a) Vì đa thức $x^2 - 1$ có bậc là 2, nên đa thức dư có dạng
r(x) = ax + b.
Gọi thương của phép chia trên là q(x), ta có:
$x + x^3 + x^9 + x^{27} = (x - 1)(x + 1).q(x) + ax + b$ (1)
Đẳng thức (1) đúng với mọi x, với x = 1 ta có : a + b = 4 (2)
với x = 2 ta có : - a + b = -4 (3)
Từ (2) và (3) $\Rightarrow$ b = 0 và a = - 4

Vậy dư của phép chia $x + x^3 + x^9 + x^{27}$ cho $x^2 - 1$ là: – 4x

Câu 7. Cho đa thức: $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Biết P(1) = 1; P(2) = 4; P(3) = 9 ; P(4) = 16 ; P(5) = 25. Tính P(6), P(7)?

Vì P(1) = 1; P(2) = 4; P(3) = 9 ; P(4) = 16 ; P(5) = 25

Mà $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ => $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + x^2$

$\Rightarrow$ $P(6) = 5.4.3.2.1 + 6^2 = 156$

Câu 8. Tìm các số nguyên a và b để đa thức A(x) = x^4-3x^3+ax+b chia hết cho đa thức $B(x)=x^2-3x+4$

Ta có $x^4 - 3x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 4)(x^2 - 4) + (a - 12)x + (b+16)$

Để $x^4 - 3x^3 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 3x + 4$ thì a – 12 hoặc b+16

=> a = 12; b = -16

Câu 9. Cho tam giác ABC, AD là đường phân giác trong của góc A (D $\in$ BC). Chứng minh rằng: $AD^2 = AB. AC - DB. DC$

Trên tia AD lấy điểm E sao cho: $AEB = ACB$

$\Rightarrow \Delta AEB \backsim \Delta ACD$ (g - g)

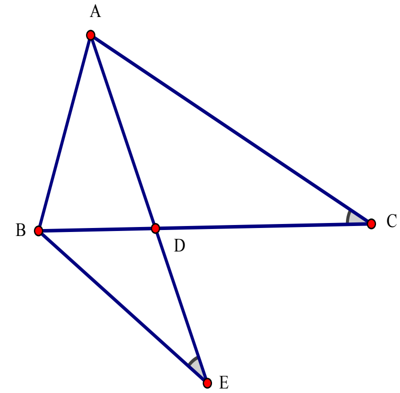
$\Rightarrow \dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AD}{AC}$

$\Leftrightarrow AB.AC = AD.AE = AD.(AD+DE)$

$= AD^2 + AD.DE$ (1)

* Ta có : $\Delta DBE \backsim \Delta DAC$ (g - g)

$\Rightarrow \dfrac{DB}{AD}=\dfrac{DE}{DC} \Rightarrow AD.DE = DB.DC$ (2)



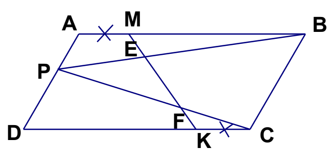
Từ (1) và (2) :

$\Rightarrow AB.AC = AD^2 + DB.DC$

$\Rightarrow$ $AD^2 = AB.AC - DB.DC$

Câu 10. Cho hình bình hành ABCD, trên cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M, K sao cho AM = CK. Lấy điểm P nằm trên cạnh AD ($P \neq A$; $P \neq D$). Nối PB, PC cắt MK tại E, F. Chứng minh: $S_{PEF} = S_{BME} + S_{CKF}$

Lập luận diện tích tam giác PBC bằng nửa diện tích hbh ABCD



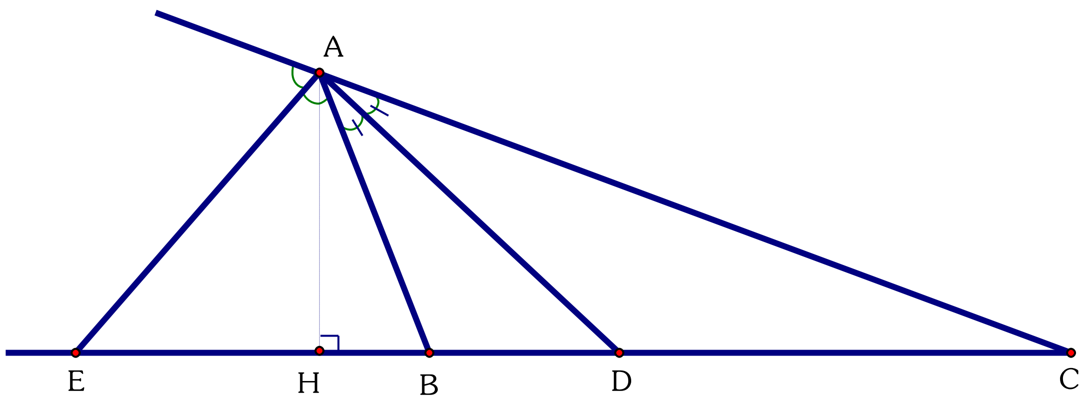
Lập luận diện tích tứ giác AMKD bằng diện tích tứ giác CKMB và bằng nửa diện tích hbh ABCD (0,5đ)

Suy ra diện tích tam giác PBC bằng diện tích CKMB

Loại trừ đi diện tích phần chung, suy ra kết quả.

Câu 11. Diện tích của tam giác vuông có chu vi 72cm , hiệu giữa đường trung tuyến và đường cao ứng với cạnh huyền bằng 7cm là: $144cm^2$ (Bồi dưỡng HSG hình học 9 Trang 18)

Câu 12. Tam giác ABC có BC = 40cm, phân giác AD dài 45cm,đường cao AH dài 36cm.Tính độ dài BD, DC.



Đặt BD = x, DC = y. Giả sử $x < y$. Pitago trong tam giác vuông AHD ta tính được HD = 27cm. Vẽ tia phân giác của góc ngoài tại A, cắt BC ở E. Ta có $AE \perp AD$ nên $AD^2 = DE . DH$.Suy ra

$$DE = \frac{AD^2}{DH} = \frac{45^2}{27} = 75cm$$

Theo tính chất đường phân giác trong và ngoài của tam giác

$$\frac{DB}{DC} = \frac{EB}{EC} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{75-x}{75+y} \qquad (1)$$

Mặt khác $x + y = 40$ (2)

Thay $y = 40 - x$ vào (1) và rút gọn được

$$x^2 - 115x + 1500 = 0 \Leftrightarrow (x - 15)(x - 100) = 0$$

Do $x < 40$ nên x = 15, từ đó y = 25.

Vậy DB = 15cm, DC = 25cm

Câu 13. Cho ΔABC cân tại A và O là trung điểm của BC. Một điểm O di động trên AB, lấy điểm E trên AC sao cho $CE = \frac{OB^2}{BD}$. Chứng minh rằng

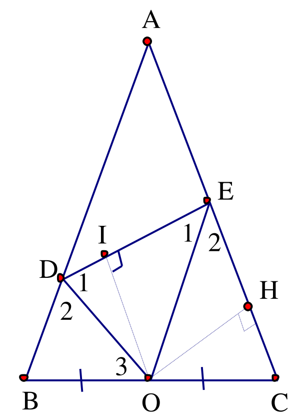
a) $\Delta DBO \backsim \Delta OCE$

b) $\Delta DOE \backsim \Delta DBO \backsim \Delta OCE$

c) DO, EO lần lượt là phân giác của các góc BDE, CED
d) khoảng cách từ O đến đoạn ED không đổi khi D di động trên AB

Giải

a) Từ $CE = \frac{OB^2}{BD} \Rightarrow \frac{CE}{OB} = \frac{OB}{BD}$ và $B = C$ (gt) $\Rightarrow \Delta DBO \backsim \Delta OCE$



b) Từ câu a suy ra $O_3 = E_2$ (1)

Vì B, O ,C thẳng hàng nên $O_3 + DOE + EOC = 180^0$ (2)

trong tam giác EOC thì $E_2 + C + EOC = 180^0$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $DOE = B = C$

ΔDOE và ΔDBO có $\frac{DO}{DB} = \frac{OE}{OC}$ (Do $\Delta DBO \backsim \Delta OCE$)

và $\frac{DO}{DB} = \frac{OE}{OB}$ (Do OC = OB) và $DOE = B = C$

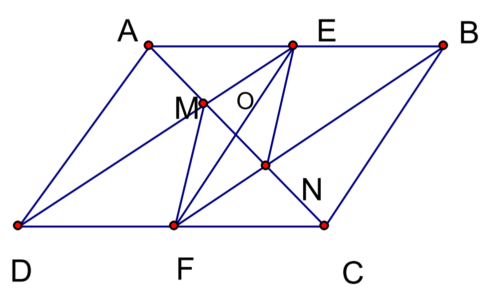
nên $\Delta DOE \backsim \Delta DBO \backsim \Delta OCE$

c) Từ câu b suy ra $D_1 = D_2 \Rightarrow$ DO là phân giác của các góc BDE

Củng từ câu b suy ra $E_1 = E_2$ EO là phân giác của các góc CED

c) Gọi OH, OI là khoảng cách từ O đến DE, CE thì OH = OI, mà O cố định nên OH không đổi $\Rightarrow$ OI không đổi khi D di động trên AB

Câu 14. Cho hình bình hành ABCD. E,F lần lượt là trung điểm của AB và CD.
a) Tứ giác DEBF là hình gì? Vì sao?
b) C/m 3 đường thẳng AC, BD, EF đồng qui.
c) Gọi giao điểm của AC với DE và BF theo thứ tự là M và N. Chứng minh tứ giác EMFN là hình bình hành.



a/ Ta có EB// DF và EB = DF = 1/2 AB
do đó DEBF là hình bình hành.
b/ Ta có DEBF là hình bình hành, gọi O là giao điểm của hai đường chéo, khi đó O là trung điểm của BD.

Câu 15. Cho hình vuông ABCD, M là một điểm tuỳ ý trên đường chéo BD.
Kẻ $ME \perp AB$, $MF \perp AD$.
a. Chứng minh: DE = CF

$$AE = FM = DF$$

$$\Rightarrow \Delta AED = \Delta DFC \Rightarrow \text{đpcm}$$

Câu 16. Thi bắn súng
Hôm nay Dũng đi thi bắn súng. Dũng bắn giỏi lắm, Dũng đã bắn hơn 11 viên, viên nào cũng trúng bia và đều trúng các vòng 8;9;10 điểm. Kết thúc cuộc thi, Dũng được 100 điểm. Dũng vui lắm. Còn các bạn có biết Dũng đã bắn bao nhiêu viên và kết quả bắn vào các vòng ra sao không?

Bài giải:
Số viên đạn Dũng đã bắn phải ít hơn 13 viên (vì nếu Dũng bắn 13 viên thì Dũng được số điểm ít nhất là: 8 x 11 + 9 x 1 + 10 x 1 = 107 (điểm) > 100 điểm, điều này vô lý).

Theo đề bài Dũng đã bắn hơn 11 viên nên số viên đạn Dũng đã bắn là 12 viên.
Mặt khác 12 viên đều trúng vào các vòng 8, 9, 10 điểm nên ít nhất có 10 viên vào vòng 8 điểm, 1 viên vào vòng 9 điểm, 1 viên vào vòng 10 điểm.
Do đó số điểm Dũng bắn được ít nhất là:
8 x 10 + 9 x 1 + 10 x 1 = 99 (điểm)
Số điểm hụt đi so với thực tế là:
100 - 99 = 1 (điểm)
Như vậy sẽ có 1 viên không bắn vào vòng 8 điểm mà bắn vào vòng 9 điểm; hoặc có 1 viên không bắn vào vòng 9 điểm mà bắn vào vòng 10 điểm.
Nếu có 1 viên Dũng không bắn vào vòng 9 điểm mà bắn vào vòng 10 điểm thì tổng cộng sẽ có 10 viên vào vòng 8 điểm và 2 viên vào vòng 10 điểm (loại vì không có viên nào bắn vào vòng 9 điểm).
Vậy sẽ có 1 viên không bắn vào vòng 8 điểm mà bắn vào vòng 9 điểm, tức là có 9 viên vào vòng 8 điểm, 2 viên vào vòng 9 điểm và 1 viên vào vòng 10 điểm.

II. Phần tự luận (12,0 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm): a.Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 3.

Gọi 2 số phải tìm là a và b , ta có a+b chia hết cho 3 .

Ta có $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=(a+b)\left[(a^2+2ab+b^2)-3ab\right]=(a+b)\left[(a+b)^2-3ab\right]$

Vì a+b chia hết cho 3 nên $(a+b)^2-3ab$ chia hết cho 3 ;

Do vậy $(a+b)\left[(a+b)^2-3ab\right]$ chia hết cho 9

b. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

Giải:

Ta có $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96 \Leftrightarrow 3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$
$\Leftrightarrow x(3x + 4y) + 2y(3x + 4y) = 96$
$\Leftrightarrow (x + 2y)(3x + 4y) = 96$ (1)

Vì $x, y \in N^* \Rightarrow x+2y \geq 3$; $3x + 4y \geq 7$ và $x+2y < 3x + 4y$

Từ đó suy ra:

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+2y=3\\3x+4y=32\end{cases}\\\begin{cases}x+2y=4\\3x+4y=24\end{cases}\\\begin{cases}x+2y=6\\3x+4y=16\end{cases}\\\begin{cases}x+2y=8\\3x+4y=12\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=26\\y=-\dfrac{3}{2}\end{cases} \quad \textit{(Loại)}\\\begin{cases}x=16\\y=-6\end{cases} \quad \textit{(Loại)}\\\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}\\\begin{cases}x=-4\\y=6\end{cases} \quad \textit{(Loại)}\end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm nguyên dương duy nhất (4;1)

Câu 2 (4,0 điểm): a. Cho a,b,c đôi một khác nhau,thõa mãn ab+ac+bc =1.Tính giá trị của biểu thức:

a) A = $\dfrac{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}$;b) B = $\dfrac{(a^2+2bc-1)(b^2+2ca-1)(c^2+2ba-1)}{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}$

HD:a)Ta có $1+a^2= ab+ac +bc +a^2=…=(a+b)(a+c)$
Tương tự $1+b^2=…=(b+a)(c+b);1+c^2 = ..=(c+a)(c+b)$
Thay vào biểu thức A= $\dfrac{(a+b)^2(a+c)^2(b+c)^2}{(a+b)(a+c)(b+a)(b+c)(a+c)(b+c)}=1$
b)Ta có $a^2+2bc-1 = a^2+2bc-ba-ca-bc = …=(a-b)(a-c)$
Tương tự : $b^2+2ca-1=…= (b-a)(b-c)$;$c^2+2ab-1= (c-a)(c-b)$
Thay vào và rút gọn ta có B =….= $\dfrac{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}$ = -1
b. Cho đa thức : $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$

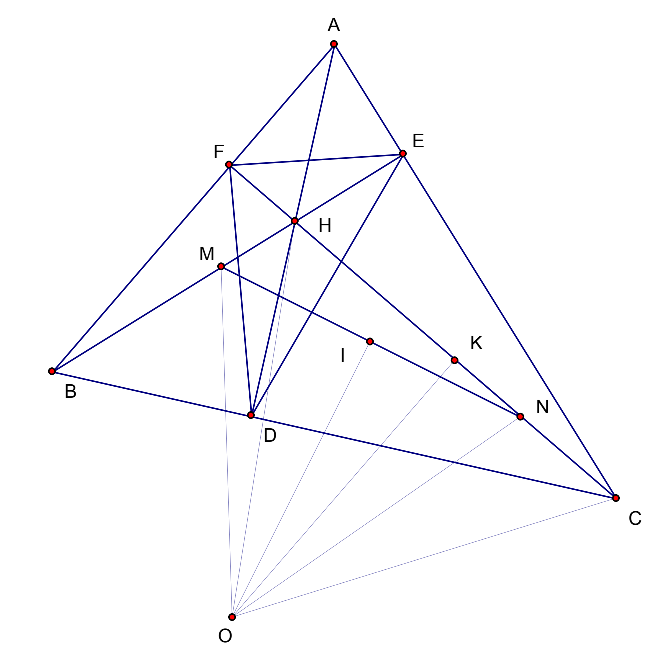
Xác định a, b, c để đa thức : $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ chia hết cho $(x – 1)^3$

Hướng dẫn

a) – Lấy P(x) chia cho x – 1 được thương $P_1(x)$ và dư a + b + c + 1
Vì P(x) chia cho x – 1 nên a + b + c + 1 = 0
– Tiếp tục chia $P_1(x)$ cho x – 1 được thương $P_2(x)$ và dư 2a + b + 4
Vì $P_1(x)$ chia cho x – 1 nên 2a + b + 4 = 0
– Tiếp tục chia $P_2(x)$ cho x – 1 được thương $P_3(x)$ và dư a + 6
Vì $P_2(x)$ chia cho x – 1 nên a + 6 = 0
Suy ra a = -6 ; b = 8 ; c = -3

Câu 3 (4,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H.

e. Tính tổng: $\dfrac{HD}{AD}+\dfrac{HE}{BE}+\dfrac{HF}{CF}$
f. Chứng minh: $BH.BE + CH.CF = BC^2$
g. Chứng minh: H cách đều ba cạnh tam giác DEF.
h. Trên các đoạn HB,HC lấy các điểm M,N tùy ý sao cho HM = CN.
Chứng minh đường trung trực của đoạn MN luôn đi qua một điểm cố định.

5		
	a	Trước hết chứng minh: $\dfrac{HD}{AD}=\dfrac{S(HBC)}{S(ABC)}$

		Tương tự có: $\dfrac{HE}{BE}=\dfrac{S(HCA)}{S(ABC)}$; $\dfrac{HF}{CF}=\dfrac{S(HAB)}{S(ABC)}$ Nên $\dfrac{HD}{AD}+\dfrac{HE}{BE}+\dfrac{HF}{CF}=\dfrac{S(HBC)+S(HCA)+S(HAB)}{S(ABC)}$ $\Rightarrow \dfrac{HD}{AD}+\dfrac{HE}{BE}+\dfrac{HF}{CF}=1$
	b	Trước hết chứng minh $\Delta BDH \sim \Delta BEC$ $\Rightarrow BH.BE = BD.BC$ Và $\Delta CDH \sim \Delta CFB \Rightarrow$ CH.CF = CD.CB. $\Rightarrow BH.BE + CH.CF = BC.(BD + CD) = BC^2$ *(đpcm)*
	c	Trước hết chứng minh: $\Delta AEF \sim \Delta ABC \Rightarrow AEF = ABC$ Và $\Delta CDE \sim \Delta CAB \Rightarrow CED = CBA$ $\Rightarrow AEF = CED$ mà $EB \perp AC$ nên EB là phân giác của góc DEF. Tương tự: DA, FC là phân giác của các góc EDF và DFE. Vậy H là giao điểm các đường phân giác của tam giác DEF nên H cách đều ba cạnh của tam giác DEF *(đpcm)*
	d	Gọi O là giao điểm của các đường trung trực của hai đoạn MN và HC, ta có $\Delta OMH =$ ΔONC ($c.c.c$) $\Rightarrow OHM = OCN$.(1) Mặt khác ta cũng có ΔOCH cân tại O nên: $OHC = OCH$.(2) Từ (1) và (2) ta có: $OHC = OHB \Rightarrow$ HO là phân giác của góc BHC Vậy O là giao điểm của trung trực đoạn HC và p/giác của góc BHC nên O là điểm cố định. Hay trung trực của đoạn MN luôn đi qua một điểm cố định là O.

Câu 4 (1,0 điểm): Cho a , b , c là 3 cạnh của một tam giác . Chứng minh rằng :

$$A = \frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{a+c-b}+\frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

Đặt b+c-a=x >0; c+a-b=y >0; a+b-c=z >0

Từ đó suy ra a=$\dfrac{y+z}{2}; b=\dfrac{x+z}{2}; c=\dfrac{x+y}{2}$; 0,5

Thay vào ta được A=$\dfrac{y+z}{2x}+\dfrac{x+z}{2y}+\dfrac{x+y}{2z}=\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}\right)+\left(\dfrac{x}{z}+\dfrac{z}{x}\right)+\left(\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{y}\right)\right]$ 0,25

Từ đó suy ra $A \geq \dfrac{1}{2}(2+2+2)$ hay $A \geq 3$

Hết