



Chương

Bài 2.

TÍCH PHÂN

A

Lý thuyết

1. Hình thang cong

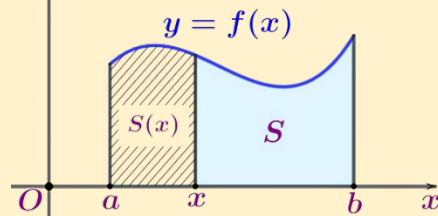


Định nghĩa:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$.

Hình phẳng giới hạn bởi:

- » đồ thị hàm số $y = f(x)$,
- » trục hoành,
- » hai đường thẳng $x = a, x = b$



2. Diện tích hình thang cong



Định nghĩa:

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi:

- » đồ thị hàm số $y = f(x)$,
- » trục hoành,
- » hai đường thẳng $x = a, x = b$

được tính bởi:

$$S = F(b) - F(a)$$

✓ Trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.



3. Định nghĩa tích phân



Định nghĩa:

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì hiệu số $F(b) - F(a)$ gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\int_a^b f(x) dx$.

✓ Viết $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

✓ Gọi $\int_a^b$ là dấu tích phân; a là cận dưới; b là cận trên,
 $f(x)dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân,



Chú ý

» Trường hợp $a=b$: $\int_a^a f(x) dx = 0$

» Trường hợp $a > b$: $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

» Tích phân không phụ thuộc vào biến số x hay t , nghĩa là

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$$

4. Ý nghĩa hình học của tích phân

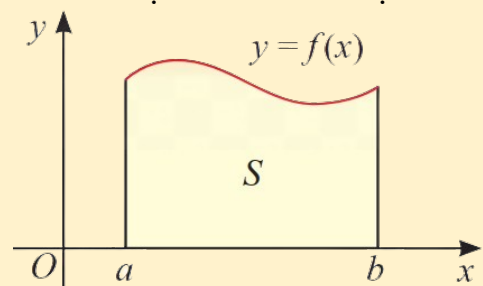


Định nghĩa:

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi:

- » đồ thị hàm số $y = f(x)$,
- » trục hoành,
- » hai đường thẳng $x = a, x = b$

Vậy $S = \int_a^b f(x) dx$.





Chú ý

» Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

» Tốc độ $v(t) \geq 0$ tại mọi thời điểm $t \in [a; b]$ thì quãng đường di chuyển trong khoảng thời gian từ a đến b được tính theo công thức:

$$s = s(b) - s(a) = \int_a^b v(t) dt$$

5. Tính chất tích phân



Tính chất:

(1) Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó:

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

(2) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, k là số thực. Khi đó:

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

(3) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $c \in (a; b)$. Khi đó

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$



Các dạng bài tập

Dạng 1. Áp dụng định nghĩa - tính chất



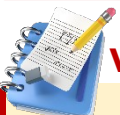
Phương

- ☑ Áp dụng định nghĩa, tính chất và bảng công thức nguyên hàm cơ bản.

1	$\int_a^a f(x)dx = 0$ (Tích phân có hai cận giống nhau thì bằng 0).
2	$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$ (Tích phân đảo cận $\rightarrow$ thêm dấu trừ).
3	$\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}$.
4	$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$.
5	Trong đoạn $[a; b]$, tồn tại $c \in [a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

- ☑ Ý nghĩa hình học của tích phân:

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi: đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$.



Ví dụ 1.1.

Cho $\int_0^3 f(x)dx = 5$ và $\int_0^3 g(x)dx = 2$. Tính:

(1) $\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx$

(2) $\int_0^3 3f(x)dx$

(3) $\int_0^3 [f(x) - g(x)] dx$

(4) $\int_0^3 [2f(x) - 3g(x)] dx$

Lời giải

.....



Ví dụ 1.2.

Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = 1$ $\int_{-2}^4 f(t)dt = -4$ Tính $\int_2^4 f(y)dy$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

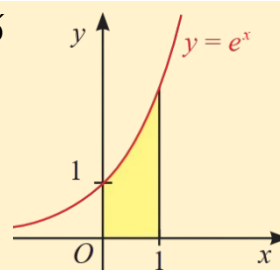
.....

.....



Ví dụ 1.3.

Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.4.

Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thoả $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$,
 $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6$ Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.5.

Cho số thực $a > 1$, tính tích phân $\int_0^a |x - 1|dx$ theo a .



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❏ Cách 1:

$$I = \int_a^{x_1} |f(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx + \int_{x_2}^{x_3} |f(x)| dx + \dots + \int_{x_n}^b |f(x)| dx$$
$$\Leftrightarrow I = \left| \int_a^{x_1} f(x) dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b f(x) dx \right|$$

❑ Cách 2:

→ Xét dấu $f'(x)$ trên $[a; b]$.

→ Tính mỗi tích nhân thành nhân

$$(1) \quad A = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$$

$$C = \int_{-1}^2 |x^3 - 3x + 2| dx$$

$$(2) \quad B = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx$$

$$D = \int_{-2}^2 |x^4 - 3x^2 - 4| dx$$

 **Lời giải**

[illegible]



Tính các tích phân sau:

$$(2) \quad B = \int_{-1}^2 (x + |1 - x| - |x + 2|) dx$$

$$D = \int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} dx$$

 **Lời giải**

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



Dạng 3. Tích phân hàm số cho bởi nhiều công thức



Phương

Bài toán 1:

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{khi } x \leq b \\ h(x) & \text{khi } x > b \end{cases}$ liên tục trên D . Tính $J = \int_a^c f(x)dx$.
Xét $b \in [a; c]$.

→ **Bước 1.** Kiểm tra hàm số $f(x)$ có liên tục tại $x=b$?
Tức là kiểm tra

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = g(b) = f(b) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} h(x) = f(b)$$

$$J = \int_a^c f(x)dx = \underbrace{\int_a^b g(x)dx}_{I_1} + \underbrace{\int_b^c h(x)dx}_{I_2}$$

→ **Bước 2.** Tách cận:

→ **Bước 3.** Tính các tích phân $I_1; I_2$ bằng các phương pháp đã học.

Bài toán 2:

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} g(x; m) & \text{khi } x \leq b \\ h(x; m) & \text{khi } x > b \end{cases}$ liên tục trên D . Tính $J = \int_a^c f(x)dx$.
Xét $b \in [a; c]$.

→ **Bước 1.** Kiểm tra hàm số $f(x)$ có liên tục tại $x=b$?
Tức là kiểm tra:

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} g(x; m) = g(b; m) = f(b) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow b^-} g(x; m) = \lim_{x \rightarrow b^-} h(x; m) = f(b)$$

$$J = \int_a^c f(x)dx = \underbrace{\int_a^b g(x)dx}_{I_1} + \underbrace{\int_b^c h(x)dx}_{I_2}$$



Ví dụ 3.1.

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ Tính tích phân $I = \int_1^3 f(x)dx$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.2.

Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Tính tích phân

$$\int_0^2 f(x) dx$$

?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.3.

Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 0,5x & \text{khi } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{khi } 2 \leq x < 15 \\ 4 - 0,2x & \text{khi } 15 \leq x \leq 20 \end{cases}$$

Tính

$$\int_0^{20} f(x) dx$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.4.

Cho số thực a và hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

liên tục trên $\mathbf{R}$. Tính

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

■ Bài toán chuyển động của một vật

 $v(t)$
$$s = \int_a^b v(t) dt$$
 $a(t)$
$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ là:

» Theo định luật Hooke, lực cần dùng để giữ lò xo giãn thêm x mét từ độ dài tự

$$f(x) = kx$$
 $k \text{ (N / m)}$

là độ cứng của lò xo. Công cần để kéo dãn lò

$$A = \int_{l_1}^{l_2} f(x) dx$$

xo từ đô dài l_1 đến đô dài l_2 là:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$$
 t
$$a(t) = 3t + t^2$$

 Lời giải

[illegible]



Ví dụ 4.2.

Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - 3t + 2$ (m/s). Trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 3$

- (1) Tìm độ dịch chuyển của vật .
- (2) Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.3.

Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (m/s). Trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$

- (1) Tìm độ dịch chuyển của vật .
- (2) Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này.

Lời giải

.....

.....

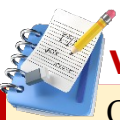
.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.4.

Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0002x + 7,5$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

- (1) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 60 đơn vị sản phẩm.
- (2) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 150 đơn vị sản phẩm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0005x + 12,2$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

(c) Tìm quy hoạch động của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 110 đơn vị.

Lời giải



Giả sử vận tốc v của dòng máu ở khoảng cách r từ tâm của động mạch bán kính R không đổi, có thể được mô hình hóa bởi công thức bên dưới. Tìm vận tốc trung bình (đối với r) của động mạch trong khoảng $0 \leq r \leq R$. So sánh vận tốc trung bình với vận tốc lớn nhất.

(2) $v = k(R^2 - r^2)$, trong đó k là một hằng số.

 Lời giải

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting or typing. There are no margins, text, or other markings on the page.



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$

D. $\int_a^b f(x) dx = F^2(b) - F^2(a)$

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

B. $\int_a^a f(x) dx = 1$

C. $\int_a^a f(x) dx = 0$

D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$

B. $F(b) - F(a) = \int_a^b f'(x) dx$

C. $f(b) - f(a) = \int_a^b F(x) dx$

D. $f'(b) - f'(a) = \int_a^b f'(x) dx$

» **Câu 4.** Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t dt$.

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 1.

» **Câu 5.** Tính tích phân $\int_e^a \frac{1}{t} dt$ với $a > e$.

A. $\ln a + 1$.

B. $1 - \ln a$.

C. $\ln a - 1$.

D. $\ln a$.

» **Câu 6.** Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

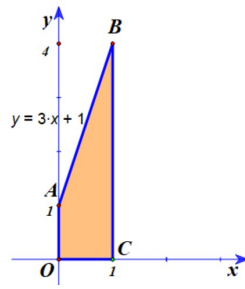
A. 20.

B. 18.

C. 12.

D. 10.

» **Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $OABC$ giới hạn bởi $y = 3x + 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ (như hình vẽ).



Khi đó $\int_0^1 (3x+1)dx$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2 .

» Câu 8. Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = -1$ và $\int_{-2}^2 g(x)dx = 3$. Mệnh đề nào say đây là **đúng**?

- A. $\int_{-2}^2 [f(x) + g(x)] dx = 8$. B. $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)] dx = 4$.
C. $\int_{-2}^2 5f(x)dx = 5$. D. $\int_{-2}^2 [3f(x) - 4g(x)] dx = -15$.

» Câu 9. Tính $I = \int_{-1}^0 (2x+3)^2 dx$.

- A. $I = \frac{13}{3}$. B. $I = \frac{14}{3}$. C. $I = -\frac{13}{3}$. D. $I = \frac{26}{3}$.

» Câu 10. Tích phân $\int_0^1 (e^{3x} + 5x^4)dx$ bằng

- A. $e^3 + \frac{3}{2}$. B. e . C. $\frac{e^3 + 2}{3}$. D. e^3 .

» Câu 11. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 3 . B. 5 . C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

» Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x)dx = -1$; $\int_0^3 f(x)dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$

- A. 3 . B. 6 . C. 5 . D. 4 .

» Câu 13. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.



$$I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$$

- » Câu 14. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?
- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

$$I = \int_{-1}^a |x| dx$$

- » Câu 15. Cho a là số thực dương, tính tích phân $I = \int_{-1}^a |x| dx$ theo a .

A. $I = \frac{a^2 + 1}{2}$ B. $I = \frac{a^2 + 2}{2}$ C. $I = \frac{-2a^2 + 1}{2}$ D. $I = \frac{|3a^2 - 1|}{2}$

- » Câu 16. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$; $\int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính

$$I = \int_{-1}^3 f(|u|) du$$

A. 2. B. 5. C. 10. D. 12.

- » Câu 17. Cho $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $J = \int_{-1}^2 f(x) dx$

A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. 5

- » Câu 18. Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

A. 669 m. B. 696 m. C. 699 m. D. 966 m.

- » Câu 19. Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0004x + 9,3$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm. Khi đó sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là

A. 232,325 triệu đồng. B. 230,315 triệu đồng.
C. 321,385 triệu đồng D. 231,375 triệu đồng.

- » Câu 20. Giả sử vận tốc v của dòng máu ở khoảng cách r từ tâm của động mạch bán kính $R = 9$, có thể được mô hình hóa bởi công thức $v = k(R^2 - r^2)$, trong đó k là một hằng số. Tìm vận tốc trung bình (đối với r) của động mạch trong khoảng $0 \leq r \leq R$.

A. $54k$. B. $45k$. C. $9k$. D. $27k$.

- » Câu 21. Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $\frac{a}{6} - 1$. B. $\frac{2a}{3} + 1$. C. $\frac{a}{6} + 1$. D. $\frac{2a}{3} - 1$.

- » Câu 22. Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường cao tốc với vận tốc 72 km/h thì tài xế bất ngờ đạp phanh làm cho chiếc ô tô chuyển động chậm với gia tốc

$a(t) = -\frac{8}{5}t$ (m/s^2), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hỏi kể từ khi đạp



phanh đến khi ô tô dừng hẳn thì ô tô di chuyển bao nhiêu mét ^(m)? (Giả sử trên đường ô tô di chuyển không có gì bất thường).

- A. 50 (m) B. $\frac{250}{3}$ (m) C. $\frac{200}{3}$ (m) D. $\frac{100}{3}$ (m)

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 23. Cho $\int_{-3}^0 f(x)dx = -4$ và $\int_{-3}^0 g(x)dx = -3$.

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)] dx = -7$		
(b)	$\int_{-3}^0 [f(x) - g(x)] dx = 1$		
(c)	$\int_{-3}^0 -3f(x)dx = 12$		
(d)	$\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)] dx = -51$		

» Câu 24. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (3 - \sin x)dx = ap - \frac{b}{c}$ (trong đó $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$a^3 + b^3 - c = 0$		
(b)	$a^2 + b^2 > c^2$		
(c)	$3a = 2b + c$		
(d)	$c = a + b$		

» Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 3]$. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ thỏa $F(3) = 2$ và $F(0) = 1$.

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Hiệu số $F(3) - F(0)$ gọi là tích phân từ 3 đến 0 của hàm số $f(x)$.		
(b)	$\int_0^3 f(x)dx = - \int_3^0 f(x)dx = F(3) - F(0)$		
(c)	$\int_0^3 f(t)dt = 1$		



- (d) Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=3$ có diện tích bằng 1.

» Câu 26. Cho hàm số $f(x)=6x^5$. Gọi $I = \int_a^b 6x^5 dx$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Gọi $J = \int_a^b x^5 dx$ thì ta có $J=6I$.		
(b)	Biết $\int_a^b (6x^5 + x) dx = 8$ và $\int_a^b x dx = 3$ thì $I = \int_a^b 6x^5 dx = 5$.		
(c)	Với $c \in [a; b]$, thì $\int_a^b 6x^5 dx = \int_a^c 6x^5 dx + \int_c^b 6x^5 dx$		
(d)	$\int_{-1}^1 6x^5 dx = \int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$		

» Câu 27. Cho

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ta có $ x^2 - 2x = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$		
(b)	$I = \int_0^3 x^2 - 2x dx = \int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx$		
(c)	$I = \int_0^3 x^2 - 2x dx = \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$		
(d)	$I = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big _0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big _2^3$		

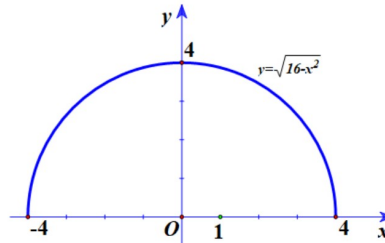
» Câu 28. Cho tích phân $I = \int_{-2}^1 |4x - 1| dx$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích phân $I = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (4x - 1) dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x - 1) dx$.		
(b)	Giá trị của tích phân $I = \frac{45}{4}$		
(c)	Tích phân $I = \left \int_{-2}^1 (4x - 1) dx \right $		



(d) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị:
) $y = 4x - 1; y = 0; x = -2; x = 1$. Khi đó $S = |I|$

» Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đồ thị hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$ bằng diện tích hình tròn có bán kính bằng 4.		
(b)	$\int_{-4}^0 \sqrt{16 - x^2} dx = - \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$		
(c)	$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 4 \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$		
(d)	$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx = 8\pi$		

» Câu 30. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s) , xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.		
(b)	Tại thời điểm $t = 7 \text{ (s)}$, vận tốc của chất điểm là 6 (m/s) .		
(c)	Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m .		
(d)	Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7 \text{ (s)}$.		

» Câu 31. Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.		



(b))	Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.		
(c))	Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.		
(d))	Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.		

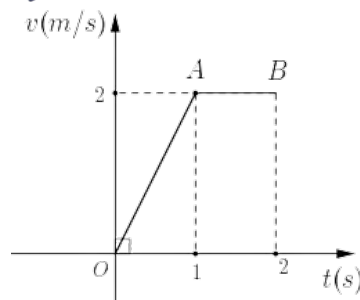
» Câu 32. Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7.10^{-4}y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x=0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1} . Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a))	$f'(x) = -7.10^{-4}$		
(b))	$f(x) = -7.10^{-4}x + \ln(0,05)$		
(c))	$y(30) - y(15) = -6.10^{-4}$		
(d))	Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.		

» Câu 33. Cho hàm số
$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$
 (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -10$.

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a))	$m = -2$		
(b))	$F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x + 8 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$		
(c))	$F(3) = 83$		
(d))	$\int_1^e f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$		

» Câu 34. Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của vật tại thời điểm t được xác định bởi $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$		
(b)	Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$		
(c)	Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức $s(t) = \int_0^2 v(t) dt$		
(d)	Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là $3m$.		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» Câu 35. Nếu $F(x) = \frac{1}{2x}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

👉 Điền đáp số:

» Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Giả sử $y = F(x)$ là một nguyên hàm của $y = f(x)$ và $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $F(0) = 2$. Giá trị $F(2)$ bằng bao nhiêu?

👉 Điền đáp số:

» Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử $\int_0^5 f(x) dx = 6$ và $\int_2^5 f(x) dx = 8$. Giá trị $\int_0^2 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

👉 Điền đáp số:

» Câu 38. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử $\int_2^7 [2f(x) + 3g(x)] dx = 1$ và $\int_2^7 [f(x) - 2g(x)] dx = 4$. Khi đó, $\int_2^7 f(x) dx - 3 \int_7^2 g(x) dx$ bằng bao nhiêu?

👉 Điền đáp số:



» Câu 39. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

» Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

Điền đáp số:

» Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^0 3t^2 f(t) dt$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

Điền đáp số:

» Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \\ x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - 2x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_{-5}^9 \frac{1}{7} f(t) dt$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

Điền đáp số:

» Câu 43. Biết $I = \int_1^3 \left| \frac{x^2 - 6x + 8}{x + 1} \right| dx = \frac{a}{b} + c \ln \frac{d}{e}$ biết a là số nguyên âm và $b, c, d, e \in \mathbb{Q}^*$; $(a, b) = 1$, $(d, e) = 1$. Giá trị của $a + b + c + d + e$ bằng:

Điền đáp số:

» Câu 44. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết giá trị của

$I = \int_{1/e}^e \frac{f(\ln x - 1)}{x} dx = \frac{a}{b} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$, $b \neq 0$ và $(a, b) = 1$ bằng. Giá trị của $a + b + c$

Điền đáp số:

» Câu 45. Một vật chuyển động theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần trăm)

Điền đáp số:

----- Hết -----