|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THỪA THIÊN HUẾ**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ - MÔN TOÁN CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2022-2023**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu 1. (1,5 điểm)** Cho biểu thức (với 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm tất cả các số nguyên  sao cho biểu thức nhận giá trị là số nguyên

**Câu 2. (1,5 điểm)**

1. Trên mặt phẳng tọa độ cho parabol và đường thẳng Gọi là giao điểm của và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của đường thẳng cắt (P) tại hai điểm phân biệt thỏa mãn và 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Tìm m để phương trình (x là ẩn số) có hai nghiệm sao cho biểu thức đạt giá trị lớn nhất
2. Giải phương trình : 

**Câu 4. (3,0 điểm)**Cho đường tròn và dây cố định không đi qua Điểm thay đổi trên cung lớn sao cho tam giác là tam giác nhọn Gọi là các đường cao và H là trực tâm của tam giác Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng và EF; I là giao điểm thứ hai của với ; M là trung điểm BC; N là giao điểm thứ hai của và . Chứng minh

1. Tứ giác là tứ giác nôi tiếp
2. Ba điểm thẳng hàng
3. Tứ giác là tứ giác nội tiếp
4. Đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định khi thay đổi

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả số nguyên thỏa mãn 
2. Cho là các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng :



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức (với **

1. **Rút gọn biểu thức **

****

1. **Tìm tất cả các số nguyên  sao cho biểu thức nhận giá trị là số nguyên**

Ta có :



Để A là số nguyên thì và phải là số nguyên

Ta có 

Thử lại, với 

Vậy x=0 thì A nguyên

**Câu 2. (1,5 điểm)**

1. **Trên mặt phẳng tọa độ** **cho parabol** **và đường thẳng** **Gọi** **là giao điểm của** **và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của đường thẳng** **cắt (P) tại hai điểm phân biệt** **thỏa mãn** **và** 

Vì I là giao điểm của và trục tung nên 

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là :   


Ta có : với mọi k và 

Nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn với mọi k

Theo hệ thức Vi-et, ta có : . Vì 

Mà nên . Ta có :



Vậy thỏa mãn yêu cầu bài toán

1. **Giải hệ phương trình **

Ta có :





  


Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm :



**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. **Tìm m để phương trình (x là ẩn số) có hai nghiệm sao cho biểu thức đạt giá trị lớn nhất**

Ta có nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu

Theo hệ thức Vi-et ta có : . Đặt 

Lúc đó 

Vậy 

1. **Giải phương trình : **

Điều kiện : . Ta có :



Đặt . Phương trình (1) trở thành :





**Câu 4. (3,0 điểm)Cho đường tròn và dây cố định không đi qua Điểm thay đổi trên cung lớn sao cho tam giác là tam giác nhọn Gọi là các đường cao và H là trực tâm của tam giác Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng và EF; I là giao điểm thứ hai của với ; M là trung điểm BC; N là giao điểm thứ hai của và . Chứng minh**

****

1. **Tứ giác là tứ giác nôi tiếp**

Vì tứ giác nội tiếp đường tròn nên 

Dễ thấy tứ giác nội tiếp nên   
Suy ra là tứ giác nội tiếp

1. **Ba điểm thẳng hàng**

Kẻ đường kính của đường tròn (O). Khi đó, 

Xét tứ giác ta có 

Nên tứ giác là hình bình hành

Suy ra là trung điểm thẳng hàng

Tứ giác là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

Ta có tứ giác nội tiếp nên I thuộc đường tròn đường kính AH

Hay 

Từ (1) và (2) suy ra thẳng hàng. Vậy thẳng hàng

1. **Tứ giác là tứ giác nội tiếp**

Ta có : 

Ta có 

Mà nên 

Xét có và nên là tia phân giác góc 

Suy ra 

Từ (3), (4) suy ra 

1. **Đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định khi thay đổi**

Gọi là giao điểm của tiếp tuyến đường tròn (O)tại B và Suy ra S cố định

Ta cần chứng minh thẳng hàng

Gọi L là giao điểm của và đường tròn (O)

Vì vuông nên 

Suy ra tứ giác nội tiếp

Ta có tứ giác và cùng nội tiếp đường tròn ngoại tiếp và cắt (O) tại giao điểm thứ hai là L và N nên N và L trùng nhau

Vậy thẳng hàng hay IN đi qua cố định

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả số nguyên thỏa mãn **

Ta có : 



Biện luận theo ta có các bộ số thỏa mãn 

1. **Cho là các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng :**

****

****

Tương tự : 

Suy ra



Vậy ****