

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA  
CUỐI HK2 LỚP 12**

(Đề gồm có ... trang)

**KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 – LỚP 12**

**Bài thi môn: TOÁN**

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

**PHẦN I. Câu trả lời** **nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$  là
- A.  $6\cot x + C$       B.  $\tan x + C$       C.  $-\cot x + C$       D.  $-\tan x + C$

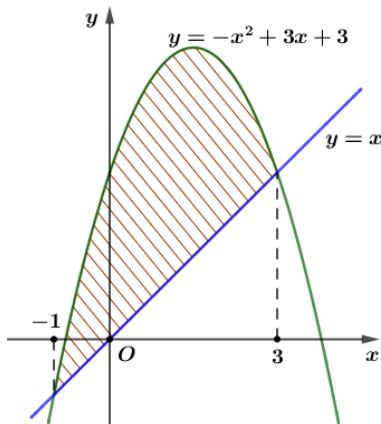
- Câu 2.** Tích phân  $\int_0^1 x^{2024} dx$  có kết quả là
- A.  $\frac{1}{2024}$       B. 2024.      C. 2025.      D.  $\frac{1}{2025}$ .

- Câu 3.** Hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) và trục Ox. Khi quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích tính bằng công thức sau

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$$

A.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$       B.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$       C.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$       D.  $V = \int_a^b f(x) dx$

- Câu 4.** Diện tích hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau bằng



- A.  $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$       B.  $S = \int_{-1}^3 (x^2 - 2x - 3) dx$   
 C.  $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x - 3) dx$       D.  $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 4x + 3) dx$

- Câu 5.** Trong không gian Oxyz, một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $3x + 2y - z + 1 = 0$  là
- A.  $\underline{n}_3 = (3; 2; -1)$       B.  $\underline{n}_4 = (3; -2; -1)$       C.  $\underline{n}_2 = (-2; 3; 1)$       D.  $\underline{n}_1 = (3; 2; 1)$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

- Câu 6.** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $\Delta$ ?
- A.  $(2; 3; -1)$       B.  $(-1; -4; 3)$       C.  $(-1; 1; -2)$       D.  $(2; -2; 4)$

- Câu 7.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $I(2; 4; -1)$  và  $A(0; 2; 3)$ . Phương trình mặt cầu có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$  là

A.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{6}$

C.  $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 24$

B.  $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{6}$

D.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024$ ,  $P(B) = 0,2025$ . Xác suất của biến cố  $A \setminus B$  là

A. 0,7976

B. 0,7975

C. 0,2025

D. 0,2024

**Câu 9.** Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{2}{5}$

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ,  $P(A|B) = 0,7$ ,  $P(A|\bar{B}) = 0,45$ . Xác suất của biến cố  $A$  là

A. 0,25

B. 0,65

C. 0,55

D. 0,5

**Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x(2^{-x} + 5)$  là

A.  $\frac{2^x}{\ln 2} \left( -\frac{2^x}{\ln 2} + 5^x \right) + C$

B.  $1 + 5 \left( \frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$

C.  $x + 5 \left( \frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$

D.  $x + 5 \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$

**Câu 12.** Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; -2; 2)$  và có véc-tơ pháp tuyến  $n = (3; -1; -2)$  có phương trình là

A.  $3x - y - 2z - 1 = 0$

B.  $x - 2y + 2z + 1 = 0$

C.  $3x - y - 2z + 1 = 0$

D.  $x - 2y + 2z - 1 = 0$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho  $f(x)$ ,  $g(x)$  là hai hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

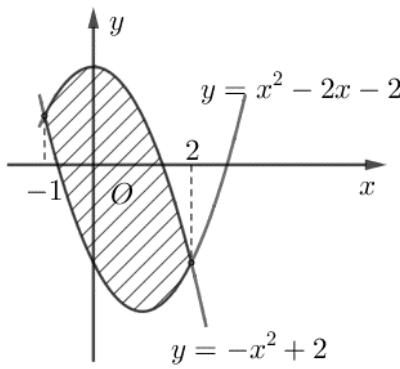
a)  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$

b)  $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ .

c)  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$

d)  $\int_a^b (f(x)g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$ .

**Câu 2.** Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



- a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị  $y = x^2 - 2x - 2$ ,  $y = -x^2 + 2$ ,  $x = -1, x = 2$

$$S = \int_{-1}^2 (-x^2 + 2x + 4) dx$$

- b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$$S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$$

- c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

- d) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị  $y = x^2 - 2x - 2$ ,  $y = -x^2 + 2$ ,  $x = 0, x = 2$

$$\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$$

Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng d có phương trình

### Câu 3.

$$u = (4; 1; 3)$$

- a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

- b) Đường thẳng d đi qua điểm  $M(-4; -3; 3)$

$$d': \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 - 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$$

- c) Đường thẳng song song với đường thẳng d.

- d) Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng  $(P): mx + y + z + 5m + 1 = 0 \ (m \in \mathbb{R})$  song song với đường thẳng d là  $m = -1$

**Câu 4.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ có đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

- a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

- b) Số viên bi không đánh số là 35.

- c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $\frac{3}{5}$ .

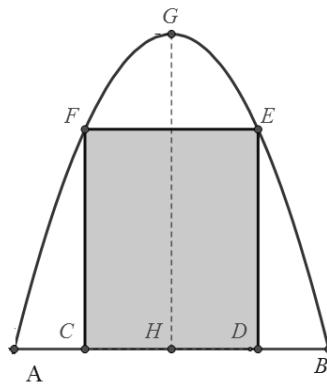
- d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không đánh số là  $\frac{7}{16}$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $10 \text{ m/s}$  thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 10 (\text{m/s})$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.



**Câu 2.** Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao  $GH = 4\text{m}$ , chiều rộng  $AB = 4\text{m}$ ,  $AC = BD = 0,9\text{m}$ . Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật  $CDEF$  tô đậm có giá là  $1.200.000 \text{ đồng}/\text{m}^2$ , còn các phần để trang làm xiên hoa có giá là  $900.000 \text{ đồng}/\text{m}^2$ . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên bao nhiêu (Làm tròn đến hàng trăm ngàn) ?



**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$  và điểm  $A(2; 4; -1)$ . Trên mặt phẳng  $(P)$  lấy điểm M. Điểm B thoả mãn  $\frac{AB}{AM} = 3 \cdot \frac{AM}{AB}$ . Tính khoảng cách d từ điểm B đến mặt phẳng  $(P)$

**Câu 4.** Một công ty sản xuất đèn LED trang trí cho các lễ hội. Một trong những sản phẩm mới là một đèn LED hình cầu với các dây đèn nằm đều bên trong. Để đảm bảo ánh sáng tỏa ra đều từ mọi hướng, tâm của đèn LED cần được đặt đúng tại vị trí của tâm hình cầu. Giả sử một quả cầu đèn LED có phương trình mặt cầu là:  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 49$ . Một bóng đèn nhỏ nằm tại điểm  $(4; 7; -2)$ . Tính khoảng cách từ bóng đèn nhỏ đến tâm quả cầu đèn LED.

**Câu 5.** Bạn An làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất An làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu An làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 còn nếu An làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng

bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất An làm đúng cả hai bài biết An làm đúng ít nhất một bài.( kết quả cuối cùng làm tròn đến hai chữ số thập phân).

**Câu 6.** Dựa trên dữ liệu lịch sử, ba trung tâm chấn thương của ba bệnh viện lần lượt xử lý 50%, 30%, và 20% số ca. Xác suất một ca dẫn đến vụ kiện về sơ suất y tế tại mỗi trong ba trung tâm chấn thương của ba bệnh viện trên tương ứng là 0,001, 0,005, và 0,008 . Nếu một vụ kiện về sơ suất y tế được nộp, xác suất nó bắt nguồn từ trung tâm chấn thương của bệnh viện thứ nhất là bao nhiêu? ( kết quả cuối cùng làm tròn đến hai chữ số thập phân).

---- HẾT ----

## ĐÁP ÁN

### PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	C	A	A	B	D	D	C	B	C	A

### PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ⇒ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ⇒ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ⇒ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- ⇒ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	55	11,4	6	5	0,74	0,14

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$  là
- A.  $6\cot x + C$       B.  $\tan x + C$       C.  $-\cot x + C$       D.  $-\tan x + C$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

- Câu 2.** Tích phân  $\int_0^1 x^{2024} dx$  có kết quả là

A.  $\frac{1}{2024}$       B. 2024.      C. 2025.      D.  $\frac{1}{2025}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int_0^1 x^{2024} dx = \frac{x^{2025}}{2025} \Big|_0^1 = \frac{1}{2025}$

**Câu 3.** Hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) và trục Ox. Khi quay (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích tính bằng công thức sau

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$$

A.

$$V = \pi \int_a^b f(x) dx$$

B.

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

C.

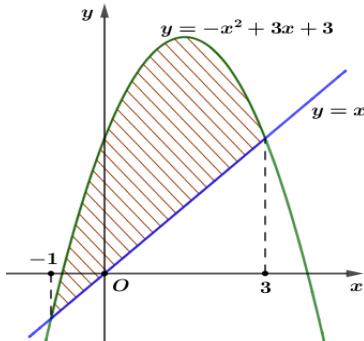
$$V = \int_a^b f(x) dx$$

D.

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 4.** Diện tích hình phẳng (phản gạch sọc) trong hình sau bằng



A.  $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$

B.  $S = \int_{-1}^3 (x^2 - 2x - 3) dx$

C.  $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x - 3) dx$

D.  $S = \int_{-1}^3 (x^2 + 2x - 3) dx$

E.  $S = \int_{-1}^3 (-x^2 + 4x + 3) dx$

Lời giải

**Chọn A**

Từ đồ thị ta thấy  $-x^2 + 3x + 3 \geq x$ ,  $\exists x \in [-1; 3]$  nên ta có diện tích miền phẳng (gạch sọc) là

$$S = \int_{-1}^3 |(-x^2 + 3x + 3) - x| dx = \int_{-1}^3 |-x^2 + 2x + 3| dx = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$$

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $3x + 2y - z + 1 = 0$  là  
A.  $n_3 = (3; 2; -1)$       B.  $n_4 = (3; -2; -1)$       C.  $n_2 = (-2; 3; 1)$       D.  $n_1 = (3; 2; 1)$

Lời giải

**Chọn A**

Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $3x + 2y - z + 1 = 0$  là  $n_3 = (3; 2; -1)$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$ :  
A.  $(2; 3; -1)$       B.  $(-1; -4; 3)$       C.  $(-1; 1; -2)$       D.  $(2; -2; 4)$ .  
Điểm nào dưới đây thuộc  $\Delta$ ?

Lời giải

**Chọn B**

$$\begin{cases} x = 1 + 2(-1) = -1 \\ y = -1 + 3(-1) = -4 \Rightarrow M(-1; -4; 3) \in \Delta \\ z = 2 - (-1) = 3 \end{cases}$$

Nhận thấy với  $t = -1$  thay vào đường thẳng  $\Delta$ :

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $I(2; 4; -1)$  và  $A(0; 2; 3)$ . Phương trình mặt cầu có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$  là

A.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{6}$

C.  $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 24$

B.  $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{6}$

D.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$

Lời giải

**Chọn D**

$$IA = (-2; -2; 4) \Rightarrow IA = |IA| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{24}$$

Ta có:

Mặt cầu có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$  nên bán kính của mặt cầu bằng  $IA = \sqrt{24}$ .

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 24$$

Phương trình mặt cầu là:

**Câu 8.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, với  $P(A) = 0,2024$ ,  $P(B) = 0,2025$ . Xác suất của biến cố  $A \setminus B$  là

A. 0,7976

B. 0,7975

C. 0,2025

D. 0,2024

Lời giải

**Chọn D**

$$P(A \mid B) = P(A) = 0,2024$$

$A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập nên:

**Câu 9.** Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{2}{5}$

Lời giải

**Chọn C**

Gọi  $C$  là biến cố: “Lấy được một viên bi đỏ ở lần thứ hai”. Vì một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất nên còn lại trong bình 4 viên bi trong đó số viên bi đỏ là 2 và số viên bi xanh cũng là

$$P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

2. Do đó, xác suất cần tìm là :

**Câu 10.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B) = 0,8$ ,  $P(A \mid B) = 0,7$ ,  $P(A \mid \bar{B}) = 0,45$ . Xác suất của biến cố  $A$  là

A. 0,25

B. 0,65

C. 0,55

D. 0,5

Lời giải

**Chọn B**

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A) = P(B) \cdot P(A \mid B) + P(\bar{B}) \cdot P(A \mid \bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45 = 0,65$$

**Câu 11.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x (2^{-x} + 5)$  là

A.  $\frac{2^x}{\ln 2} \left( -\frac{2^x}{\ln 2} + 5^x \right) + C$

B.  $1 + 5 \left( \frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$

C.  $x + 5 \left( \frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$

D.  $x + 5 \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$

Lời giải

**Chọn C**

$$\int f(x) dx = \int (2^x (2^{-x} + 5)) dx = \int (1 + 5 \cdot 2^x) dx = \int dx + \int 5 \cdot 2^x dx = x + 5 \left( \frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$$

Ta có

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; -2; 2)$  và có véc-tơ pháp tuyến  $\mathbf{n} = (3; -1; -2)$  có phương trình là

- A.  $3x - y - 2z - 1 = 0$     B.  $x - 2y + 2z + 1 = 0$   
 C.  $3x - y - 2z + 1 = 0$     D.  $x - 2y + 2z - 1 = 0$

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình của mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(1; -2; 2)$  với véc-tơ pháp tuyến  $\mathbf{n} = (3; -1; -2)$  là  $3(x - 1) - (y + 2) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 2z - 1 = 0$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho  $f(x)$ ,  $g(x)$  là hai hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

a)  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$

b)  $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ .

c)  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$

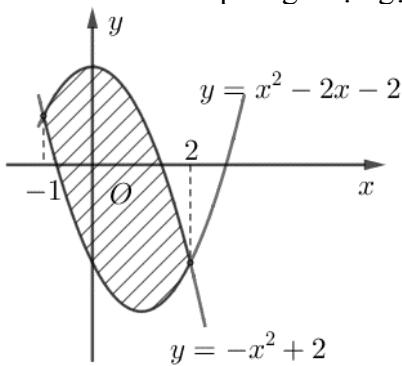
d)  $\int_a^b (f(x)g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$ .

**Lời giải**

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	Đ	S	S

Áp dụng tính chất của tích phân.

**Câu 2.** Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị  $y = x^2 - 2x - 2$ ,  $y = -x^2 + 2$ ,  $x = -1, x = 2$

$$S = \int_{-1}^2 (-x^2 + 2x + 4)dx$$

b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$$S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$$

c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

d) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị  $y = x^2 - 2x - 2$ ,  $y = -x^2 + 2$ ,  $x = 0, x = 2$

### Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>S</b>

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị  $y = x^2 - 2x - 2$ ,  $y = -x^2 + 2$ ,  $x = 1, x = 2$ .

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là:

$$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

$$\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$$

Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng d có phương trình

### Câu 3.

$$u = (4; 1; 3)$$

- a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là  
b) Đường thẳng d đi qua điểm M(-4; -3; 3)

$$d': \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 - 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$$

- c) Đường thẳng song song với đường thẳng d.

$$(P): mx + y + z + 5m + 1 = 0 \quad (m \in \mathbb{R})$$

song song với đường thẳng d là

- d) Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng  $m = -1$

### Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	<b>S</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>S</b>

$$u = (4; 3; 1)$$

- a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là  
b) Đường thẳng d đi qua điểm M(-4; -3; 3)

$$d': \begin{cases} x = -4t \\ y = -3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$$

- c) Đường thẳng song song với đường thẳng d.

Đường thẳng d đi qua M(-4; -3; 3) và có vectơ chỉ phương  $u = (4; 3; 1)$

Đường thẳng d' đi qua M'(2; 3; 0) và có vectơ chỉ phương  $\overset{\circ}{u}' = (-4; -3; -1)$

Ta thấy:  $u = (4; 3; 1)$  và  $\overset{\circ}{u}' = (-4; -3; -1)$  cùng phương và điểm M không thuộc đường thẳng d'

Vậy d//d'

- d) Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng  $(P): mx + y + z + 5m + 1 = 0 \quad (m \in \mathbb{R})$  song song với đường thẳng d là  $m = -1$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là  $n = (m; 1; 1)$

Đường thẳng d đi qua M(-4;-3;3) và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (4;3;1)$

Điều kiện cần và đủ để đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot 4 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \\ m \cdot (-4) + (-3) + (3) + 5m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

**Câu 4.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) Số viên bi không đánh số là 35.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $\frac{3}{5}$ .

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không đánh số là  $\frac{7}{16}$ .

**Lời giải**

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	<b>D</b>	<b>D</b>	S	<b>D</b>

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là  $60\%.50 = 30$ .

b) Số viên bi màu đỏ không đánh số là  $40\%.50 = 20$

Số viên bi màu vàng không đánh số là  $50\%.30 = 15$

Số viên bi không đánh số là  $20+15=35$

c) Gọi  $A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi  $B$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”,

suy ra  $\bar{B}$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính  $P(A)$  theo công thức:  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8} \quad P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5} \quad P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

Vậy

d)  $A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

Ta có:

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $10 \text{ m/s}$  thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 10 (\text{m/s})$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.



### Lời giải

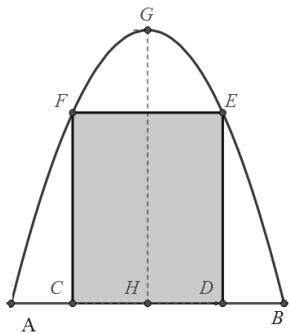
**Trả lời:** 55(m)

Ta có  $-2t + 10 = 0 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow$  Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây. Vậy trong 8 giây cuối cùng có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc  $10m/s$  và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 10 (m/s)$

$$S = 3 \cdot 10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55m$$

Khi đó quãng đường ô tô di chuyển là

**Câu 2.** Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao  $GH = 4m$ , chiều rộng  $AB = 4m$ ,  $AC = BD = 0,9m$ . Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật  $CDEF$  tô đậm có giá là  $1200000$  đồng/ $m^2$ , còn các phần để trang làm xiên hoa có giá là  $900000$  đồng/ $m^2$ . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên bao nhiêu (Làm tròn đến hàng trăm ngàn) ?



### Lời giải

**Trả lời:** 11,4

Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $AB$  trùng  $Ox$ ,  $A$  trùng  $O$  khi đó parabol có đỉnh  $G(2; 4)$  và đi qua gốc tọa độ.

Phương trình của parabol có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vì parabol có đỉnh là  $G(2; 4)$  và đi qua điểm  $O(0; 0)$  nên ta có

Suy ra pt parabol là  $y = f(x) = -x^2 + 4x$

$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^4 = \frac{32}{3} (m^2)$$

Diện tích của cả cổng là

Mặt khác chiều cao  $CF = DE = f(0,9) = 2,79(m)$ ,  $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2(m)$

Diện tích hai cánh cổng là  $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 (m^2)$

$$S_{ch} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} (m^2)$$

Diện tích phần xiên hoa là

$$6,138.1200000 + \frac{6793}{1500}.900000 = 11.441.400$$

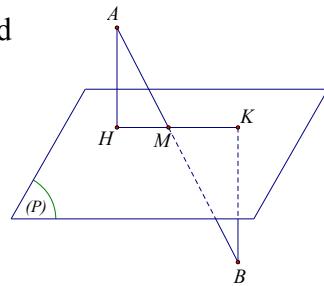
Vậy tổng số tiền để làm cỗ là

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$  và điểm  $A(2; 4; -1)$ . Trên mặt phẳng  $(P)$  lấy điểm M. Điểm B thoả mãn  $\overline{AB} = 3\overline{AM}$ . Tính khoảng cách d từ điểm B đến mặt phẳng  $(P)$

**Lời giải**

**Trả lời:** 6

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{AB} &= 3\overline{AM} \Rightarrow BM = 2\overline{AM} \Rightarrow \frac{d(B, (P))}{d(A, (P))} = \frac{BM}{AM} = 2 \\ \Rightarrow d(B, (P)) &= 2.d(A, (P)) = 2 \cdot \frac{|3.2 + 4.4 - 12.(-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-12)^2}} = 2.3 = 6 \end{aligned}$$



**Câu 4:** Một công ty sản xuất đèn LED trang trí cho các lễ hội. Một trong những sản phẩm mới là một đèn LED hình cầu với các dây đèn nằm đều bên trong. Để đảm bảo ánh sáng tỏa ra đều từ mọi hướng, tâm của đèn LED cần được đặt đúng tại vị trí của tâm hình cầu. Giả sử một quả cầu đèn LED có phương trình mặt cầu là:  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 49$ . Một bóng đèn nhỏ nằm tại điểm  $(4; 7; -2)$ . Tính khoảng cách từ bóng đèn nhỏ đến tâm quả cầu đèn LED.

**Lời giải**

**Trả lời:** 5

Mặt cầu có tâm I( $1; 3; -2$ )

Điểm A( $4; 7; -2$ ) nên  $IA = 5$

**Câu 5.** Bạn An làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất An làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu An làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 còn nếu An làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất An làm đúng cả hai bài biết An làm đúng ít nhất một bài.( kết quả cuối cùng làm tròn đến hai chữ số thập phân).

**Lời giải**

**Trả lời:** 0,74

A: “An làm đúng bài 1”

B: “An làm đúng bài 2”

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P(A) &= 0.7; & P(B|A) &= 0.8; & P(\bar{B}|A) &= 1 - P(B|A) = 0.2 \\ P(\bar{A}) &= 0.3; & P(B|\bar{A}) &= 0.2; & P(\bar{B}|\bar{A}) &= 1 - P(B|\bar{A}) = 0.8 \\ P(AB|(A \cup B)) &= \frac{P(AB \cdot (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(AB)}{P(A) + P(B) - P(AB)} = \frac{P(AB)}{P(A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.8}{0.7 + 0.3 \cdot 0.2} \approx 0.74 \end{aligned}$$

**Câu 6.** Dựa trên dữ liệu lịch sử, ba trung tâm chấn thương của ba bệnh viện lần lượt xử lý 50%, 30%, và 20% số ca. Xác suất một ca dẫn đến vụ kiện về sơ suất y tế tại mỗi trong ba trung tâm chấn thương của ba bệnh viện tương ứng là 0,001, 0,005, và 0,008. Nếu một vụ kiện về sơ suất y tế được nộp, xác suất nó bắt nguồn từ trung tâm chấn thương của bệnh viện thứ nhất là bao nhiêu? ( kết quả cuối cùng làm tròn đến hai chữ số thập phân).

**Lời giải**

**Trả lời:** 0,14

A : “Một vụ kiện về sơ suất y tế được nộp”.

$B_i$  : “Bệnh nhân được điều trị tại trung tâm chấn thương i” ( $i = \overline{1,3}$ ).

$$P(B_1)=0,5; \quad P(A|B_1)=0,001$$

$$P(B_2)=0,3; \quad P(A|B_2)=0,005$$

$$P(B_3)=0,2; \quad P(A|B_3)=0,008$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(AB_1) + P(AB_2) + P(AB_3)} = \frac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3)} \approx 0,14$$