a) Điểm $B(100;25)$ thuộc đô thị của hàm số nên $25=a\cdot 100^2$, suy ra $a=\frac{1}{400}$. Vậy dây cáp của cây cầu có dạng đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{400}x^2$.

b) Do M ở bên phải điểm O nên $M(50;0)$, do đó $N(50;y_N)$.

Điểm N thuộc đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{400}x^2$ nên $y_N=\frac{1}{400}\cdot 50^2=6,25$.

Vậy chiều cao MN của dây cáp là $6,25\ m$.

3. Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ và hai điểm $M(1;2),N(-2;4)$.

Hai điểm M và N có cùng thuộc đồ thị của một hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ không? Vì sao?

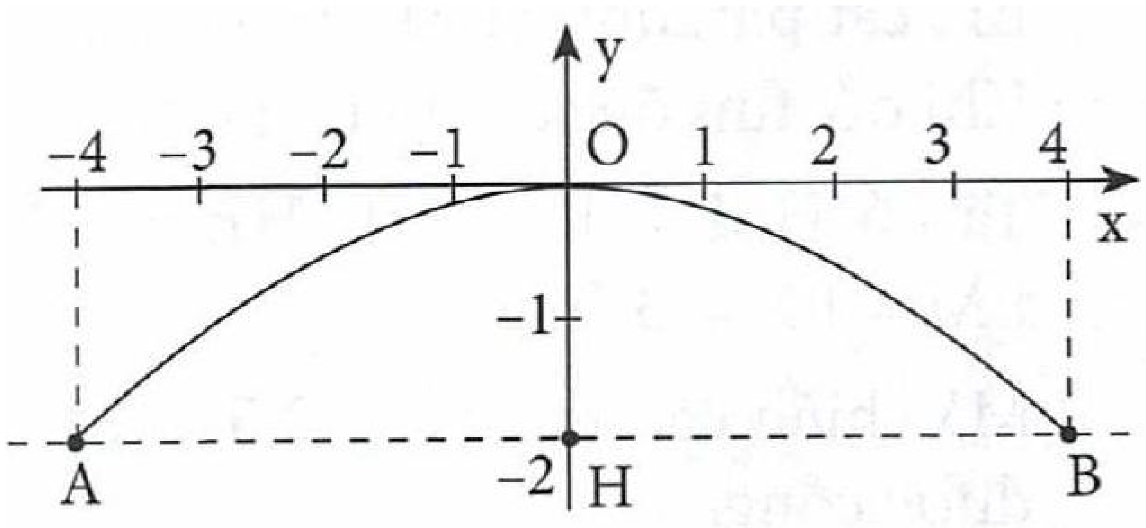
Bài 2. Cho hàm số $y=(m^2+1)x^2$. Tìm giá trị của m biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $E(-1;10)$.

Bài 3. Công thức $E=\frac{1}{2}mv^2(\ J)$ được dùng để tính động năng của một vật có khối lượng $m(kg)$, chuyển động với vận tốc $v(m/s)$.

a) Một quả bóng đá có khối lượng $1,2\ kg$ và bay với vận tốc $4\ m/s$ sẽ tạo ra động năng bằng bao nhiêu?

b) Giả sử quả bóng đó tạo ra động năng 15 J . Tính vận tốc của nó.

Bài 4. Một cây cầu bê tông bắc qua một con kênh có dạng đồ thị của hàm số $y=ax^2$ $(a\neq 0)$. Biết đỉnh O của cây cầu cách mặt nước một khoảng OH là 2 m . Khoảng cách AB của hai chân cầu là 8 m như Hình 4. Một chiếc bè có bề rộng 3 m , có chiều cao so với mặt nước là 1 m . Hỏi



Hình 4 chiếc bè có đi qua gầm cầu được không?

Bài 5. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh bằng $x\,(cm)\,(x>0)$, đường cao là $h=30\ cm$.

a) Tìm x để hình chóp có thể tích là $640\ cm^3$.

b) Tăng thể tích của hình chóp bằng cách giữ nguyên chiều cao và cạnh đáy gấp lên 3 lần. Hỏi thể tích mới của hình chóp thay đổi thế nào so với thể tích cũ?

Hướng dẫn - Lời giải - Đáp số

Bài 1. Xét hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$.

Để điểm $M(1;2)$ thuộc đồ thị của hàm số khi $2=a\cdot 1^2$ hay $a=2$. Vậy M thuộc đồ thị của hàm số $y=2x^2$.

Thay toạ độ của điểm N vào biểu thức $y=2x^2$ ta thấy $4\neq 2\cdot(-2)^2=8$.

Vậy N không thuộc đồ thị của hàm số $y=2x^2$.

Do đó M và N không cùng thuộc đồ thị của một hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$.

Bài 2. Đồ thị của hàm số $y=(m^2+1)x^2$ có $m^2+1\neq 0$ với mọi giá trị của m . Đồ thị của hàm số đi qua điểm $E(-1;10)$ nên ta có $10=(m^2+1)\cdot(-1)^2$, do đó $m^2=9$. Từ đây tìm được $m=\pm 3$.

Vậy $m\in\{-3;3\}$ thì đồ thị của hàm số $y=(m^2+1)x^2$ đi qua điểm E .

Bài 3. a) Ta có $E=\frac{1}{2}\cdot 1{,}2\cdot 4^2=9{,}6$ (J).

b) Quả bóng đó tạo ra động năng bằng 15 J nên $15=\frac{1}{2}\cdot 1,2\cdot v^2$ hay $0,6v^2=15$, do đó $v^2=25$, suy ra$v=5$ (vì $v>0$).

Vậy vận tốc quả bóng đó là 5 m/s.

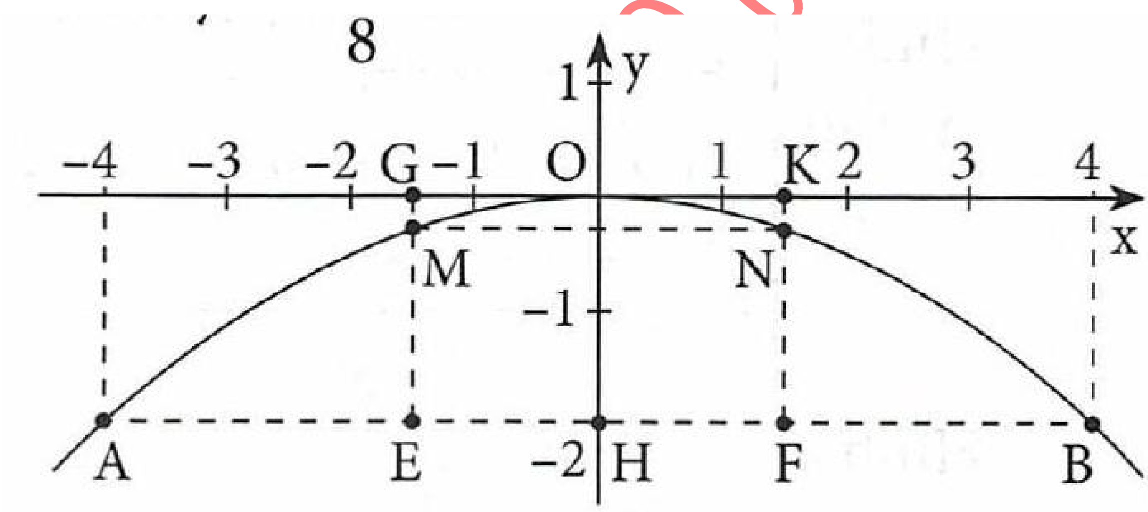
Bài 4. (h.5)

Điểm $A(4;-2)$ thuộc đồ thị của hàm số $y=ax^2$ nên $-2=a\cdot 4^2$, suy ra $a=\frac{-1}{8}$.

Vậy hình dạng của cầu là đồ thị của hàm số $y=\frac{-1}{8}x^2$.

Gọi EF là chiều rộng của chiếc bè.

Ta có $EF=3$ m với $E(-1,5;-2)$, $F(1,5;-2)$. Gọi G và K là hình chiếu của E và F trên Ox, khi đó $G(-1,5;0), K(1,5;0)$. EG cắt parabol tại M, FK cắt parabol tại N .



Hình 5

Do M và N thuộc đồ thị của hàm số $y=\frac{-1}{8}x^2$ nên $y_M=\frac{-1}{8}\cdot(-1,5)^2=\frac{-9}{32}$, tương tự có $y_N=\frac{-9}{32}$.

Do đó $GM=KN=\left|\frac{-9}{32}\right|=\frac{9}{32}$, suy ra $EM=FN=2-\frac{9}{32}=\frac{55}{32}>1$.

Do đó chiếc bè qua được gầm cầu.

Bài 5. a) Thể tích của hình chóp tứ giác đều đã cho là $V_1 = \frac{1}{3}x^2 \cdot 30 = 10x^2\left(\ cm^3\right)$.

Thể tích hình chóp là $640\ cm^3$ khi $10x^2 = 640$ hay $x^2 = 64$, mà $x > 0$ nên $x = 8$.

Vậy độ dài cạnh đáy của hình chóp là 8 cm thì thể tích của hình chóp là $640\ cm^3$.

b) Thể tích mới của hình chóp là $V_2 = \frac{1}{3}(3x)^2 \cdot 30 = 90x^2$.

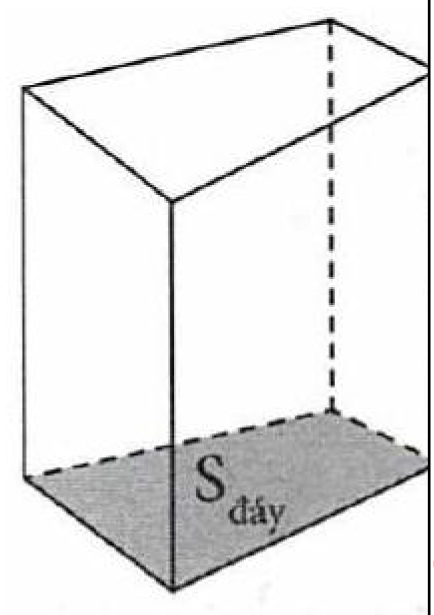
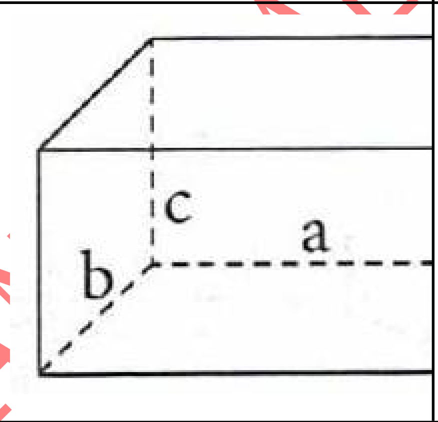
Ta có $\frac{V_2}{V_1} = \frac{90x^2}{10x^2} = 9$. Vậy $V_2 = 9\ V_1$.

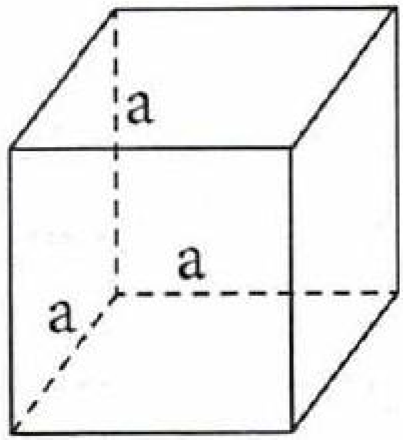
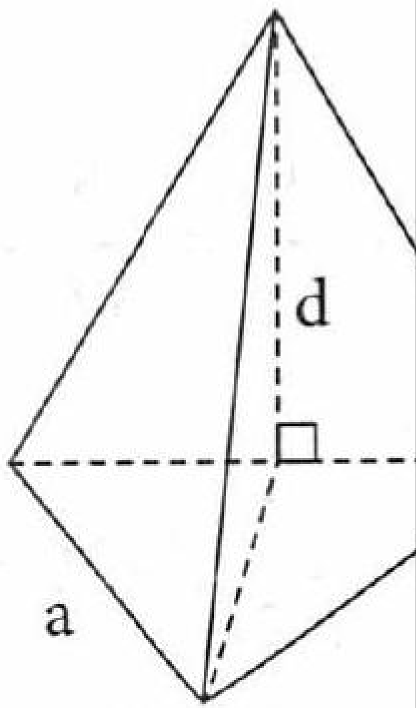
Chủ đề 5

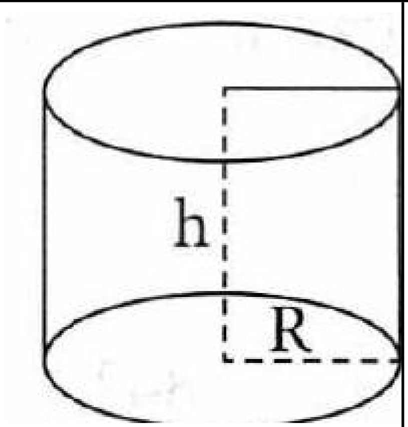
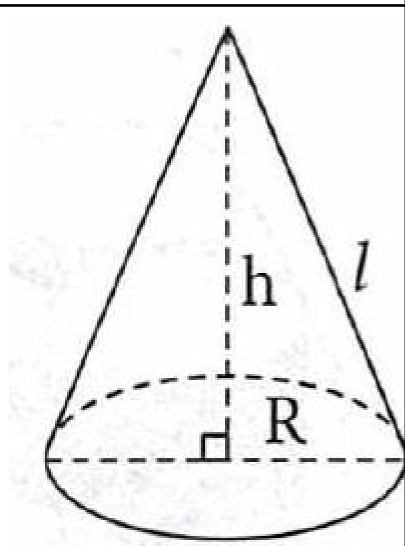
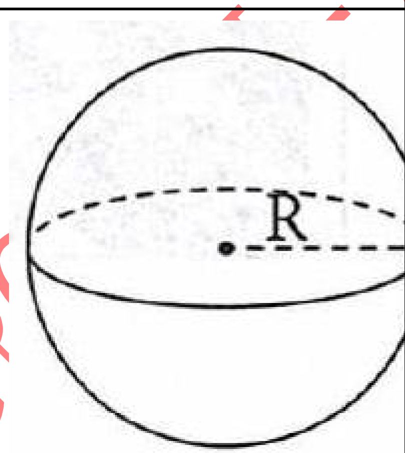
MỘT SỐ DẠNG TOÁN THỰC TẾ VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

1. Kiến thức cần nhớ

Hình	Hình vẽ	Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích

Hình lăng trụ đưng		$S_{xq}=C$ (Clà chu vi một đáy của hình lăng trụ đứn g, h là chiêuu cao của hình lăng trụ đứn g)	$S_{tp}=S_{xq}+2S_{day}$	$V=S_{day}$
Hình hộp chữ nhật		$S_{xq}=2$	$S_{tt}=S_{xq}+2S_{dáy}$ $¿2(a+b)c+2ab$	$V=abc$

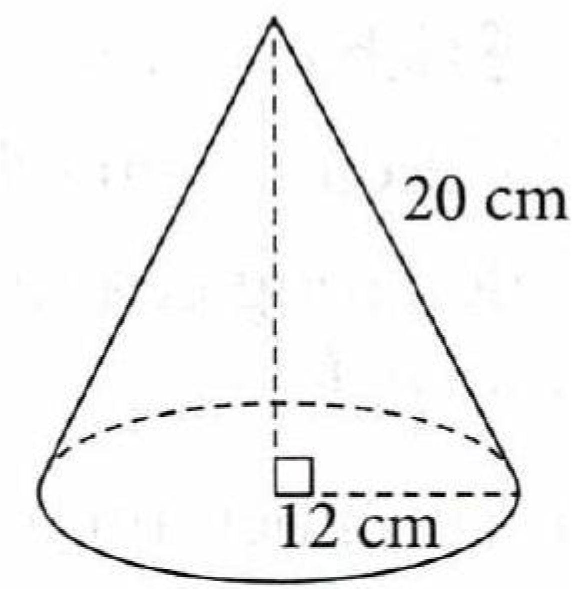
Hình lập phương		$S_{xq}=4$	$S_{tp}=6a^2$	$V=a^3$
Hình chóp đều		$S_{xq}=p$ (p là nửa chu vi đáy, d là trung đoạn)		$V=\frac{1}{3}S$

Hìn h trụ		$S_{xq}=2\pi$	$S_{tp}=S_{xq}+2\ S_{day}$ ¿ $2\pi Rh+2\pi R^2$ ¿ $2\pi R(\ h+R)$	V ¿ ¿ $S_{diay}\cdot h$ ¿
Hìn h nón		$S_{xq}=\pi R$ (R là bán kính đáy, l là độ dà đường sinh)	$S_{tq}=S_{xq}+S_{day}$ ¿ $\pi Rl+\pi R^2$ ¿ $\pi R(l+R)$	V ¿ ¿ $\frac{1}{3}\ S_{day}\cdot h$ ¿
Hìn h cầu		Diện tích mặt cour	u: $S=4\pi R^2$	Thể tích hình cầu: $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

2. Bài tập minh hoạ

Bài 1. Cho một hình nón có bán kính đáy $r=12\ \ cm$, độ dài đường sinh $l=20\ \ cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Giải. Diện tích xung quanh của hình nón là

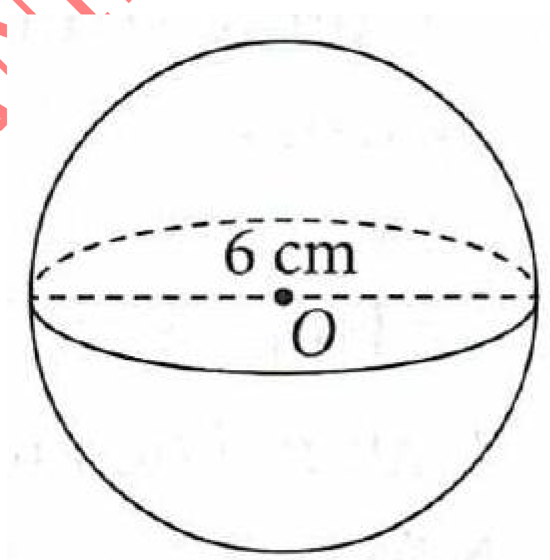


$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 12 \cdot 20 = 240\pi\left(cm^2\right)$.

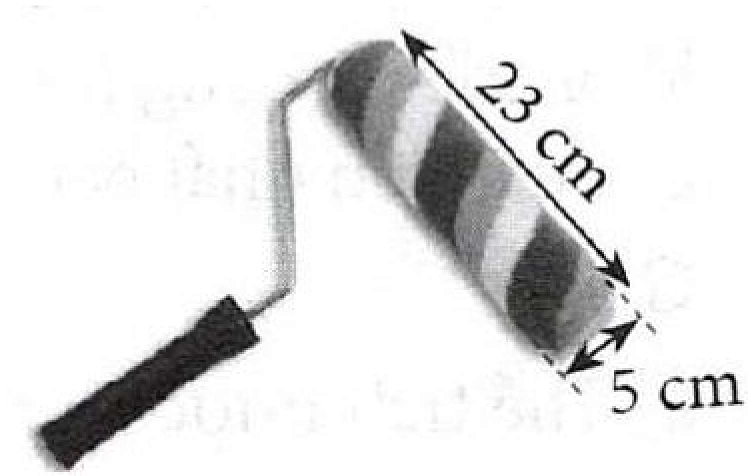
Bài 2. Cho hình cầu có đường kính $d = 6\ cm$. Tính thể tích của hình cầu.

Giải. Bán kính của hình cầu là $R = 6 : 2 = 3\left(cm\right)$.

Thể tích của hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi\left(cm^3\right)$.



Bài 3. Một cái trục lăn sơn có dạng hình trụ với đường kính đáy là 5 cm , chiều dài của trục lăn là 23 cm . Sau khi lăn hết một vòng thì phần sơn mà trục lăn tạo trên bức tường phẳng có diện tích là bao nhiêu?



Giải.

Diện tích xung quanh của trục lăn sơn có dạng hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 2,5 \cdot 23 = 115\pi \left(cm^2 \right).$$

Khi trục lăn sơn quay một vòng sẽ quét được một diện tích bằng diện tích xung quanh của trục lăn hình trụ.

Vậy sau khi lăn hết một vòng thì phần sơn mà trục lăn tạo trên bức tường phẳng có diện tích bằng $115\pi \ cm^2$.

Bài 4. Một chiếc bánh quế có dạng hình nón với chiều cao là $12,5 \ cm$ và đường kính đáy là $5,8 \ cm$. Tính thể tích của chiếc bánh đó.

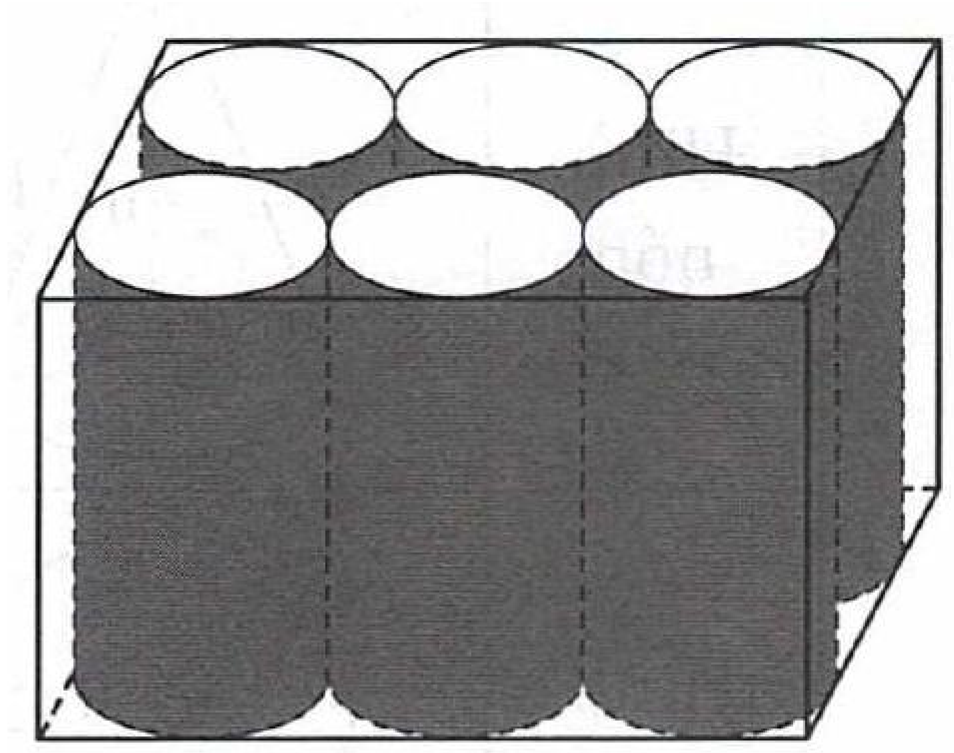
Giải. Ta có $r = \dfrac{5,8}{2} = 2,9 \ cm; h = 12,5 \ cm$.

Thể tích của chiếc bánh là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \ h = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 2,9^2 \cdot 12,5 = \dfrac{841}{24}\pi \left(cm^3 \right)$.

Bài 5. Một lon nước ngọt có dạng hình trụ với chiều cao 14 cm , đường kính đáy 6 cm .

a) Tính thể tích của lon nước ngọt.

b) Nhà sản xuất thường làm các lốc gồm 6 lon nước được đóng gói và đặt vừa khít trong một thùng carton có dạng hình hộp chữ nhật (như hình bên). Tính diện tích giấy để làm thùng carton (coi diện tích các mép dán là không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$).



Giải.

a) Ta có bán kính đáy của lon nước ngọt là $6:2$ ¿ $3\,(cm)$.

Thể tích của lon nước ngọt là $V=\pi\cdot 3^2\cdot 14\approx 3,14\cdot 9\cdot 14=395,64\,(cm^3)$.

b) Chiều dài của thùng carton là $3\cdot 6=18\,(cm)$.

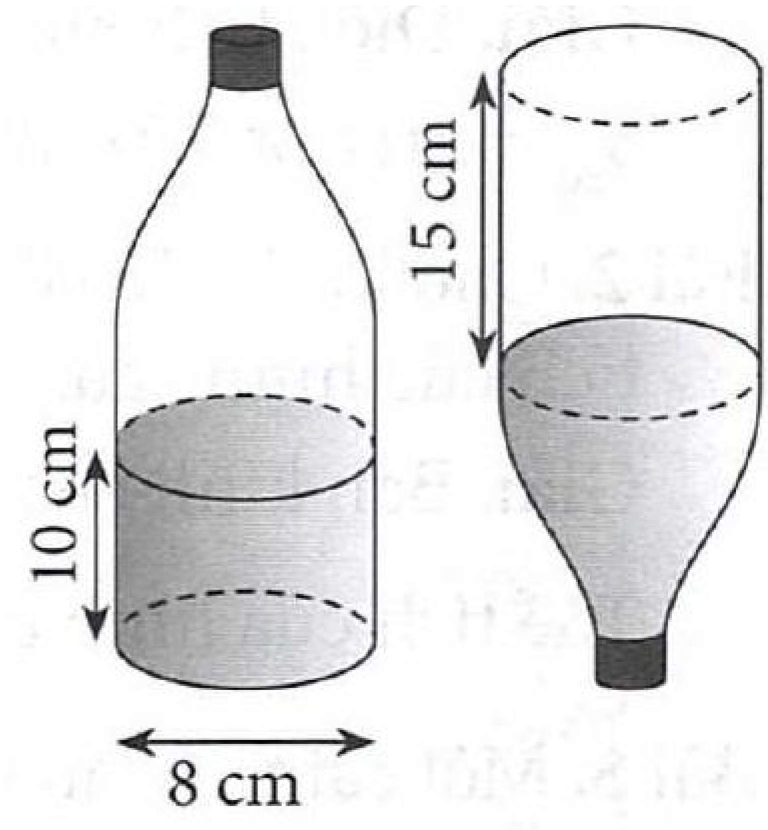
Chiều rộng của thùng carton là $2\cdot 6=12\,(cm)$.

Diện tích giấy để làm thùng carton là $S=(12+18)\cdot 2\cdot 14+2\cdot 12\cdot 18=1272\,(cm^2)$.

Bài 6. Hình bên mô tả một chiếc chai có chứa nước khi đặt thẳng đứng (Hình A) và khi úp ngược (Hình B). Khối nước trong Hình A có dạng hình trụ với đường kính đáy 8 cm và chiều cao bằng 10 cm . Phần không chứa nước trong Hình B có dạng hình trụ với chiều cao bằng 15 cm .

a) Tính thể tích nước trong chai.

b) Nếu đổ đầy chai nước rồi rót đầy vào các cốc mà trong lòng cốc có dạng hình lập phương với cạnh 4 cm thì rót được nhiều nhất bao nhiêu cốc như vậy? (Lấy $\pi\approx 3,14$).



Hình A Hình B

Giải.

a) Thể tích nước trong chai là $\pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi \left(cm^3 \right)$.

b) Thể tích phần không chứa nước trong Hình B là $\pi \cdot 4^2 \cdot 15 = 240\pi \left(cm^3 \right)$.

Thể tích của chai nước là $160\pi + 240\pi = 400\pi \left(cm^3 \right)$.

Thểtích của chiếc cốc mà trong lòng cốc có dạng hình lập phươnglà $4^3 = 64 \left(cm^3 \right)$.

Số cốc nước có thể rót đầy được là $400\pi : 64 \approx 19{,}625$ (cốc).

Vậy rót đầy được nhiều nhất 19 cốc như vậy.

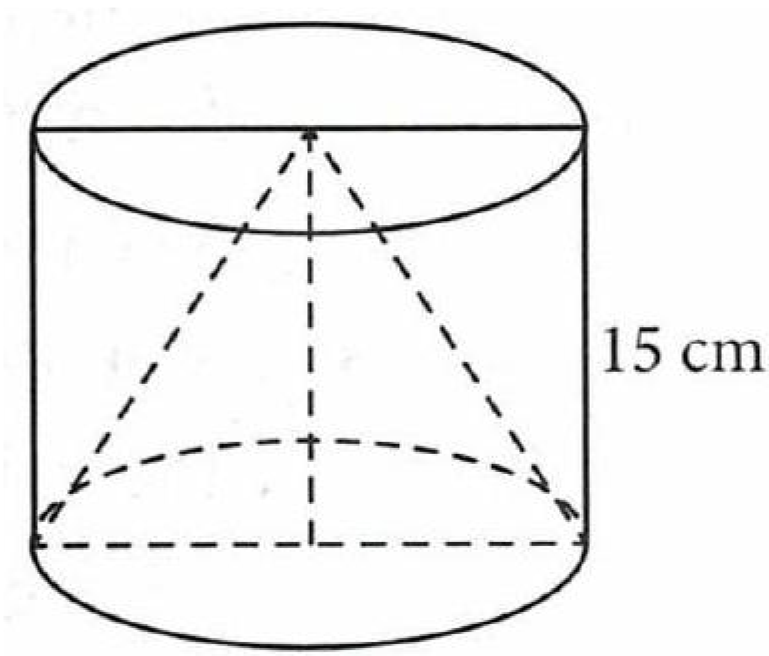
3. Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho một hình nón có bán kính đáy $r = 5\ cm$, diện tích xung quanh của hình nón bằng $65\pi\ cm^2$. Tính thể tích của hình nón.

Bài 2. Một hình cầu có bán kính R. Người ta tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu cùng cho ra một kết quả. Tính bán kính của hình cầu đó.

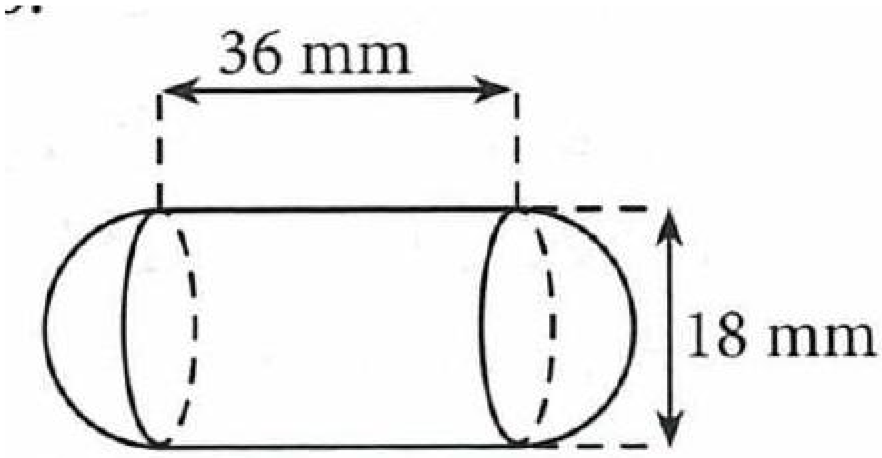
Bài 3. Một hình cầu có bán kính bằng 3 cm . Một hình nón có bán kính đáy bằng 3 cm và có diện tích toàn phần bằng diện tích mặt cầu. Tính chiều cao của hình nón.

Bài 4. Từ một khúc gỗ có dạng hình trụ cao 15 cm , người ta tạo ra một khối gỗ hình nón có chiều cao bằng chiều cao của khúc gỗ ban đầu và đường kính đáy bằng đường kính đáy của khúc gỗ hình trụ (như hình bên). Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi \ cm^3$. Tính thể tích của khối gỗ hình nón.

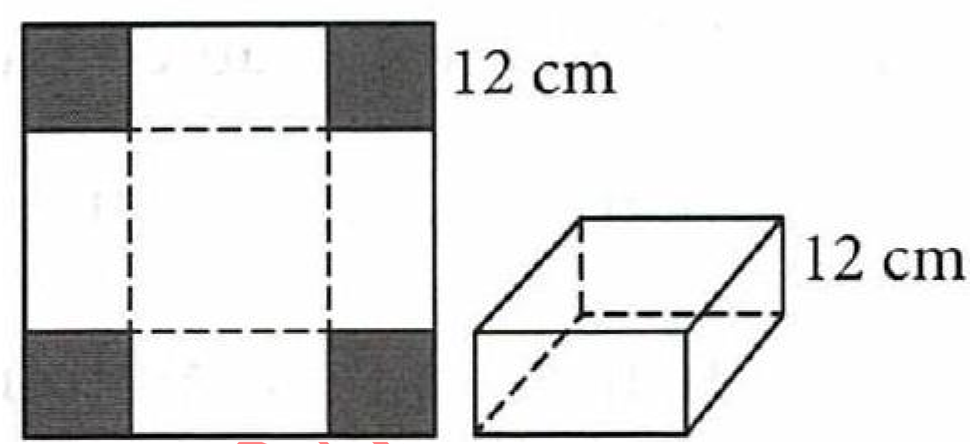


Bài 5. Một hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích của hình trụ là $54\pi \ cm^3$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

Bài 6. Một viên thuốc được thiết kế gồm hai nửa hình cầu ở hai đầu và thân có dạng hình trụ (các kích thước như hình bên). Tính thể tích của viên thuốc đó.



Bài 7. Từ một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc của tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không nắp (như hình bên). Nếu thể tích của hộp bằng 4800 cm^3 thì độ dài cạnh của tấm bìa

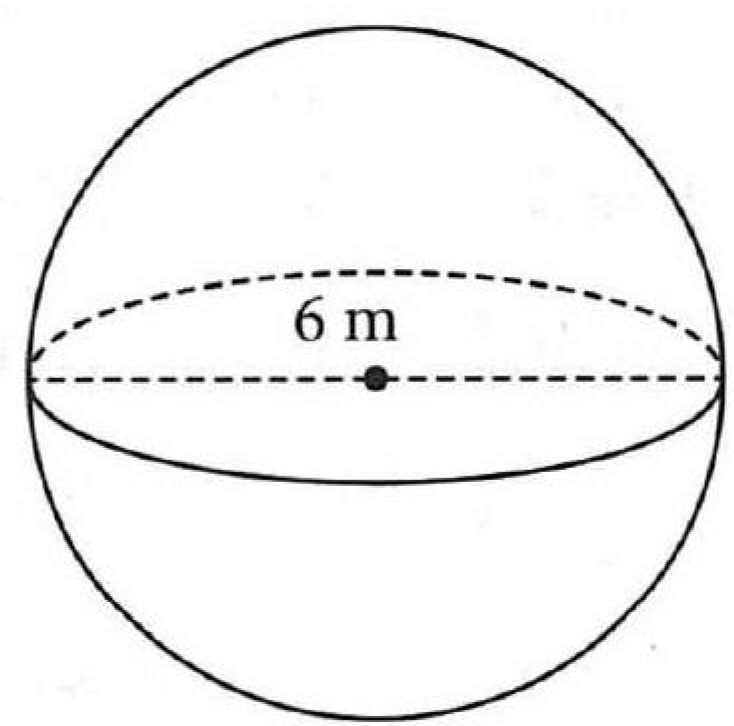


ban đầu bằng bao nhiêu?

Bài 8. Một tháp nước có bể chứa nước dạng hình cầu với đường kính 6 m .

a) Hỏi bể chứa được bao nhiêu lít nước?

b) Biết rằng khi bể chứa đầy nước thì lượng nước đó đủ dùng cho một khu dân cư có 1304 người trong năm ngày. Hỏi trong một ngày, trung bình mỗi người dùng bao nhiêu lít nước?



(Lấy $\pi \approx 3,14$; làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất, biết $1\ m^3 = 1000\, l$).

Hướng dẫn - Lời giải - Đáp số

Bài 1. Ta có $S_{xq} = \pi rl$ suy ra $l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{65\pi}{\pi \cdot 5} = 13\ (cm)$.

Ta có $r^2 + h^2 = l^2$ hay $5^2 + h^2 = 13^2$. Suy ra $h^2 = 144$ hay $h = 12\ (cm)$.

Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2\ h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi\ (cm^3)$.

Bài 2. Gọi bán kính hình cầu là R. Ta có $4\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi R^3$ suy ra $R = 3$.

Bài 3. Ta có bán kính của hình cầu và bán kính đáy của hình nón là $r = 3\ cm$.

Ta có $4\pi r^2 = \pi rl + \pi r^2$, suy ra $l = 9\ (cm)$.

Khi đó, chiều cao của hình nón là $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\ (cm)$.

Bài 4. Gọi S là diện tích đáy của khúc gỗ. Khi đó, thể tích của khúc gỗ hình trụ là $V_1 = 15\ S\ (cm^3)$, thể tích của khối gỗ hình nón là $V_2 = 5\ S\ (cm^3)$.

Ta có $V_1 - V_2 = 15S - 5S = 10S = 640\pi$, suy ra $S = 64\pi\ (cm^2)$.

Thể tích của khối gỗ hình nón là $V_2=320\pi\left(cm^3\right)$.

Bài 5. Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình trụ lần lượt là r và h. Thể tích của hình trụ là $V=\pi r^2 h=54\pi$.

Vì chiều cao của hình trụ bằng đường kính đáy nên $h=2r$.

Từ (1) và (2) suy ra $2r^3=54$ hay $r^3=27$, do đó $r=3\left(cm\right)$.

Từ đó $h=2\cdot 3=6\left(cm\right)$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi\cdot 3\cdot 6+2\pi\cdot 3^2=54\pi\left(cm^2\right)$.

Bài 6. Hai nửa hình cầu có bán kính là $r=18:2=9\left(mm\right)$.

Thể tích của hai nửa hình cầu ở hai đầu viên thuốc là $\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 9^3=972\pi\left(mm^3\right)$.

Thể tích phần thân hình trụ của viên thuốc là $\pi\cdot 9^2\cdot 36=2916\pi\left(mm^3\right)$.

Thể tích của viên thuốc là $972\pi+2916\pi=3888\pi\left(mm^3\right)$.

Bài 7. Diện tích của đáy hộp là $4800:12=400\left(cm^2\right)$, suy ra cạnh của đáy của hộp là 20 cm . Cạnh của tấm bìa hình vuông là $20+2\cdot 12=44\left(cm\right)$.

Bài 8. Bán kính của bể chứa nước hình cầu là $R=6:2=3\left(m\right)$.

a) Thể tích của bể chứa nước là

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3\approx\frac{4}{3}\cdot 3,14\cdot 3^3=113,04\left(m^3\right)=113040(l).$$

b) Mỗi ngày khu dân cư dùng hết số lít nước là $113040:5=22608(l)$.

Vậy trong một ngày, trung bình mỗi người dùng số lít nước là

$$22608:1304\approx 17,3(l).$$

Chủ đề 6

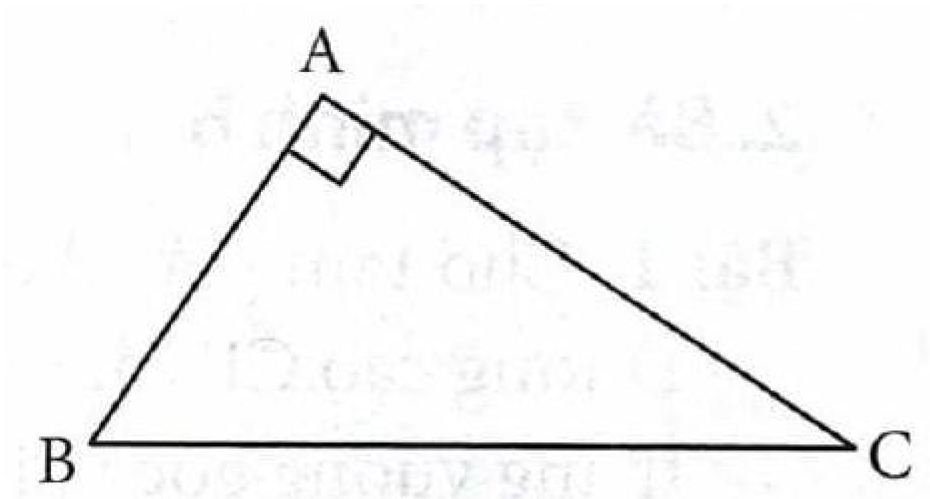
MỘT SỐ DẠNG TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG

1. Kiến thức cần nhớ

1.1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn và hệ thức lượng trong tam giác vuông

a) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , ta có:

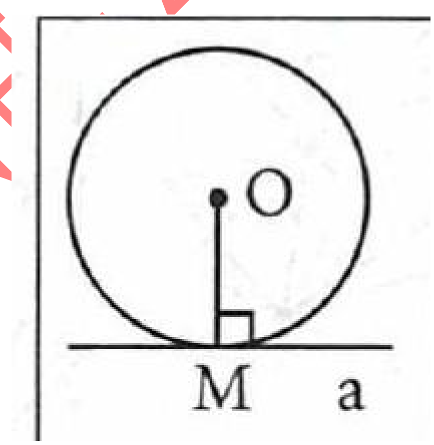
- $\sin C=\frac{AB}{BC};\cos C=\frac{AC}{BC};\tan C=\frac{AB}{AC};\cot C=\frac{AC}{AB}$.
- $AB=BC\sin C=BC\cos B;AB=AC\tan C=AC\cot B$.
-



b) α là góc nhọn thì $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

c) α,β là 2 góc nhọn và $\alpha+\beta=90^\circ$ thì $\sin\alpha=\cos\beta;\tan\alpha=\cot\beta$.

1.2. Tiếp tuyến của đường tròn



Đường thẳng a là

tiếp tuyến cua

đưỡng tròn $(O;R)$

khi $a \perp OM$ taii M

với $M \in (O;R)$

MA và MB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) thì

$$\begin{cases} MA = MB \\ \widehat{AMO} = \widehat{BMO} \\ \widehat{AOM} = \widehat{BOM}. \end{cases}$$

1.3. Vị trí tương đối của hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';r)(R \geq r)$, đặt $d = OO'$

- Hai đường tròn cắt nhau khi $R - r < d < R + r$.
- Hai đường tròn tiếp xúc ngoài khi $d = R + r$.
- Hai đường tròn tiếp xúc trong khi $d = R - r$.
- Hai đưởng tròn không giao nhau khi $d > R + r$ hoặc $d < R - r$.
- 1.4. Công thức tính:
- Dộ dài đường tròn
- $C = 2\pi R$.

1.5. Góc nội tiếp. Tứ giác nội tiếp

- Góc nội tiếp của đường tròn là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó. Cung nằm bên trong góc là cung bị chắn. Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.
- Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên một đường tròn gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp). Trong một tứ giác nội tiếp, tổng hai góc đối diện bằng 180°.

2. Bài tập minh hoạ

Bài 1. Cho tam giác $ABC(AB > AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Đường cao CE cắt đường tròn (O) tại M . Gọi I là trung điểm của MB . Kẻ đường thẳng vuông góc với OE tại E cắt AC tại P , cắt MB tại Q . Chứng minh:

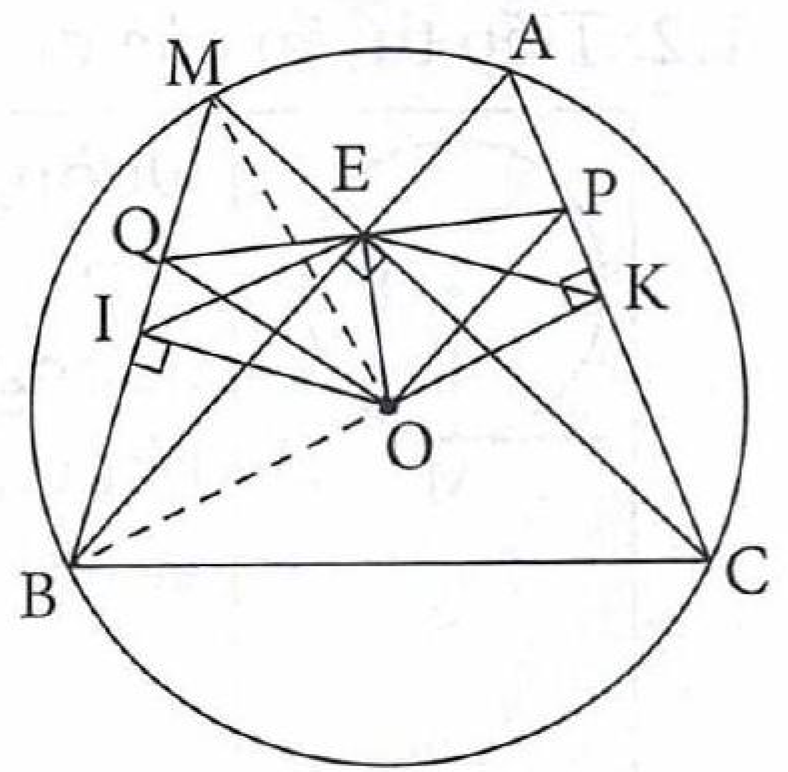
a) $OIQE$ là tứ giác nội tiếp.

b) $MB \cdot EC = AC \cdot EB$.

c) $OP = OQ$.

Giải. (h.6)

a) Vì $OM = OB = R$ nên $\triangle OMB$ cân tại O . Mà I là trung điểm MB nên $OI \perp MB$ (tính chất tam giác cân). Tương tự, gọi K là trung điểm của AC , ta có $OK \perp AC$. Ta có $OE \perp PQ$, các tam giác IOQ và EOQ vuông tại I và E . Suy ra bốn điểm O, I, Q, E thuộc đường tròn đường kính OQ hay OIQE là tứ giác nội tiếp.



Hình 6

b) Ta có $\widehat{MBA} = \widehat{MCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MA), mà $\widehat{MEB} = \widehat{AEC}$ (hai góc đối đỉnh). Suy ra $\triangle EMB \backsim \triangle EAC$ (g.g). Do đó $\frac{MB}{AC} = \frac{EB}{EC}$ (cặp cạnh tương ứng), suy ra $MB \cdot EC = AC \cdot EB$.

c) Vì OIQE là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{EOQ} = \widehat{EIQ}$ (cùng chắn cung EQ).

Chứng minh tương tự ta có OEPK là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{EOP} = \widehat{EKP}$ (cùng chắn cung EP).

Do $\triangle EMB \backsim \triangle EAC$ nên $\frac{MB}{AC} = \frac{ME}{AE}$ hay $\frac{2MI}{2AK} = \frac{ME}{AE}$, do đó $\frac{MI}{AK} = \frac{ME}{AE}$, lại có $\widehat{BMC} = \widehat{BAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

Suy ra $\triangle MIE \propto \triangle AKE$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{EIM} = \widehat{EKA}$ (hai góc tương ưng).

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{EOQ} = \widehat{EOP}$.

Mà $OE \perp PQ$ (giả thiết) nên $\triangle OPQ$ cân tại O hay $OP = OQ$.

Bài 2. Cho đường tròn (O) đường kính AQ . Điểm H thuộc OQ . Vẽ dây $MN \perp AQ$ tại H . Điểm D thuộc cung nhỏ MQ . Đường thẳng DQ cắt AM, AN lần lượt tại B và C . Đường thẳng vuông góc với BC tại Q cắt MN tại I .

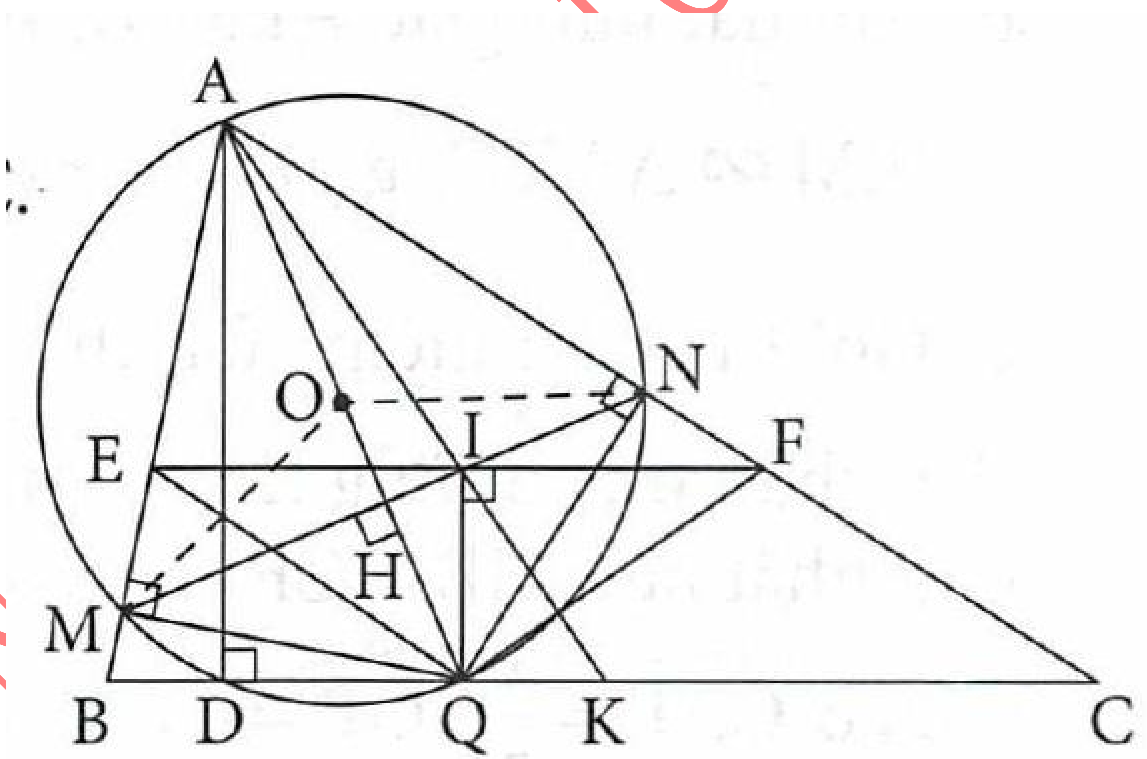
a) Chứng minh AQ là phân giác của góc BAC.

b) Chứng minh $BM \cdot BA = BD \cdot BQ$.

c) Nối AI cắt BC tại K . Chứng minh $KB = KC$.

Giải. (h.7)

a) Có $OM = ON = R$ nên $\triangle OMN$ cân tại O. Mà $OH \perp MN$ nên $HM = HN$ (tính chất tam giác cân). Do đó $\triangle AMN$ cân tại A suy ra AH là phân giác của góc MAN hay AQ là phân giác của góc BAC .



Hình 7

b) Có $\widehat{AMQ}=\widehat{ADQ}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $\widehat{BDA}=\widehat{BMQ}=90^\circ$, lại có góc B chung, suy ra $\triangle BDA \propto \triangle BMQ$ (g.g), do đó $\dfrac{BD}{BM}=\dfrac{BA}{BQ}$ hay $BM \cdot BA = BD \cdot BQ$.

c) Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với QI tại I, cắt AB và AC lần lượt tại E và F. Ta có $\widehat{QIE}=\widehat{QME}=90^\circ$ nên bốn điểm Q, M, E, I thuộc đường tròn đường kính QE . Tương tự, ta có $\widehat{ANQ}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ANQ}=90^\circ$. Suy ra $\widehat{QIF}=\widehat{QNF}=90^\circ$ nên bốn điể Q, I, N, F thuộc đường tròn đường kính QF . Do đó $\widehat{EQI}=\widehat{EMI}$ (cùng chắn cung EI) và $\widehat{FQI}=\widehat{ANI}$ (cùng bù với $\widehat{INF}$). Mà $\triangle AMN$ cân (chứng minh trên) nên $\widehat{AMI}=\widehat{ANI}$.

Do đó $\widehat{EQI}=\widehat{FQI}$. Lại có $QI \perp EF$ nên $\triangle QEF$ cân tại Q . Suy ra $IE=IF$.

Ta có EF/¿BC (cùng vuông góc với QI) nên $\triangle AEI \subset \triangle ABK$ và $\triangle AIF \subset \triangle AKC$ suy ra $\dfrac{EI}{BK}=\dfrac{AI}{AK}=\dfrac{IF}{KC}$ mà $IE=IF$, suy ra $KB=KC$.

Bài 3. Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M thuộc đoạn OA . Kẻ $ME \perp AC$ tại E , kẻ $MF \perp BC$ tại F , kẻ $MH \perp EF$ tại H . Chứng minh:

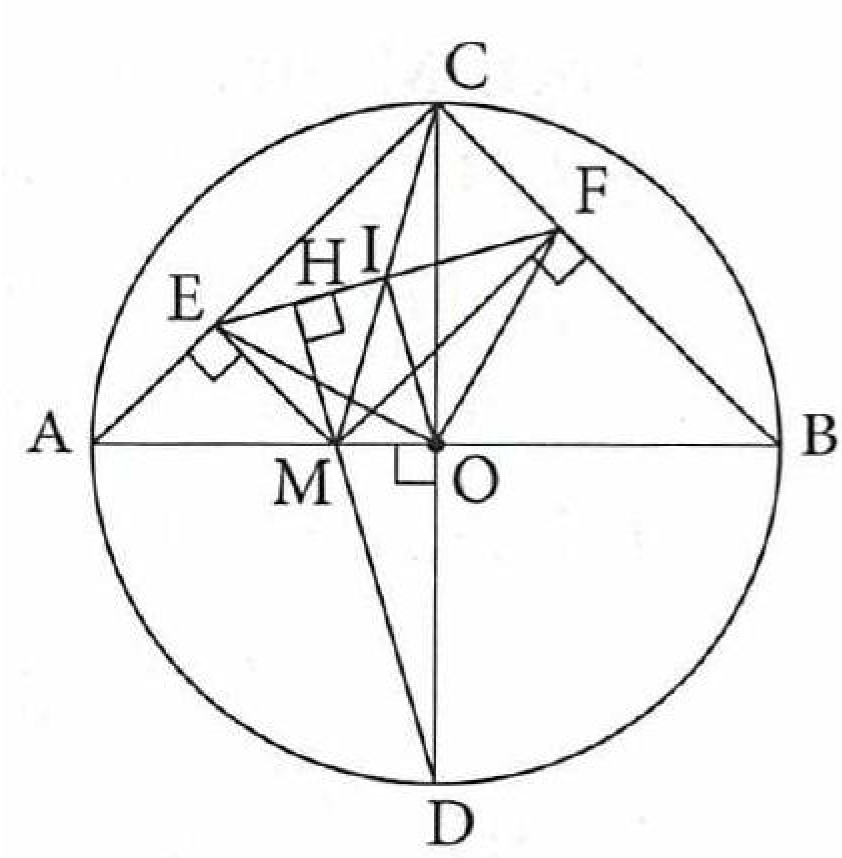
a) $OMEC$ là tứ giác nội tiếp.

b) $AE \cdot AC = AM \cdot AO$.

c) $OE=OF$ và H, M, D là ba điểm thẳng hàng.

Giải. (h.8)

a) Ta có $\triangle EMC$ vuông tại E nên E thuộc đường tròn đường kính MC . Vì $AB \perp CD$ tại O nên $\triangle OMC$ vuông tại O nên O thuộc đường tròn đường kính MC . Vậy bốn điểm O, C, E, M cùng thuộc đường tròn đường kính MC , do đó OMEC là tứ giác nội tiếp.



Hinh 8