SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ

TRƯỜNG THPT NÔNG CỐNG 2

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

MỘT SỐ THỦ THUẬT SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO ĐỂ ĐỊNH HƯỚNG NHANH CÁCH GIẢI CÁC BÀI TOÁN HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG KÌ THI THPT QUỐC GIA

Người thực hiện: Lê Thị Phương
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc môn: Toán

THANH HOÁ NĂM 2016

MỤC LỤC

I. MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài.

Hệ phương trình là một chuyên đề rất quan trọng trong hệ thống kiến thức chương trình môn Toán THPT nói chung và trong chương trình môn Toán lớp 10 nói riêng. Trước đây trong hầu hết các đề thi đại học, cao đẳng đều có câu Hệ phương trình. Từ năm 2015 đến nay, Hệ phương trình là một trong ba câu phân loại học sinh giỏi trong đề thi THPT Quốc Gia.

Trong quá trình giảng dạy, tôi nhận thấy học sinh rất ngại học chuyên đề hệ phương trình vì các em cho rằng có quá nhiều phương pháp giải hệ phương trình và rất khó định hướng chính xác phương pháp giải cho mỗi bài. Để giải quyết tốt bài toán hệ phương trình học sinh không những chỉ cần nắm vững kiến thức về các phương pháp giải hệ phương trình mà còn phải có đầu óc phân tích nhạy bén để định hướng đúng phương pháp giải. Chính vì thế mà đa số học sinh học yếu chuyên đề này, về phần giáo viên cũng gặp không ít khó khăn khi truyền đạt nội dung kiến thức.

Hiện nay, máy tính cầm tay Casio đã trở nên vô cùng quen thuộc và hữu dụng đối với học sinh phổ thông trong giải toán. Trong SGK hiện hành cũng lồng ghép rất nhiều bài thực hành giới thiệu cách sử dụng máy tính cầm tay Casio. Với tư tưởng dạy học sinh không chỉ dạy kiến thức cho các em mà còn cần phải dạy cả khả năng vận dụng, khả năng kết nối các môn khoa học, bằng những kinh nghiệm giảng dạy của cá nhân mình tôi đã đưa ra một số thủ thuật sử dụng máy tính cầm tay Casio nhằm hỗ trợ định hướng nhanh chóng và chính xác lời giải cho bài toán hệ phương trình. Hy vọng tài liệu nhỏ này sẽ tháo gỡ được những vướng mắc, khó khăn mà học sinh thường hay gặp phải với mong muốn nâng dần chất lượng dạy và học.

2. Mục đích nghiên cứu.

Xuất phát từ thực tế kì thi THPT Quốc gia, với các em học sinh sử dụng kết quả môn Toán để xét tuyển đại học, thì sự cạnh tranh chủ yếu diễn ra ở bộ ba câu phân loại. Một trong bộ ba câu này thường rơi vào chủ đề Hệ phương trình với trọng số 1 điểm. Tôi đã viết tài liệu: *"Một số thủ thuật sử dụng máy tính cầm tay Casio để định hướng nhanh cách giải các bài toán hệ phương trình trong kì thi THPT Quốc Gia"* nhằm mục đích cung cấp thêm cho các em học sinh một tài liệu tham khảo hữu ích, một vũ khí đắc lực, kim chỉ nam mang tính chất định hướng để rút ngắn con đường đi tìm lời giải hệ phương trình.

Ngoài ra, tác giả viết tài liệu này còn mong chờ nó sẽ là một tài liệu hay được bạn bè, đồng nghiệp đón nhận, đánh giá cao, sử dụng làm tài liệu trong quá trình giảng dạy, bồi dưỡng học sinh.

3. Đối tượng nghiên cứu.

Đối tượng nghiên cứu trong đề tài này là các thủ thuật của máy tính cầm tay Casio giúp định hướng nhanh lời giải hệ phương trình.

4. Phương pháp nghiên cứu.

Bằng cách sưu tầm các tài liệu, nghiên cứu và phân loại chúng, kết hợp với kiến thức và kinh nghiệm của bản thân và những trao đổi với bạn bè, đồng nghiệp tôi đã hệ thống hóa nên tài liệu *"Một số thủ thuật sử dụng máy tính cầm tay Casio để định hướng nhanh cách giải các bài toán hệ phương trình trong kì thi THPT Quốc Gia"*.

II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm.

Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm này chính là những kiến thức cơ bản về hệ phương trình. Để tránh dài dòng thì tôi không nhắc lại các phương pháp giải hệ phương trình nữa.

2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.

Khi làm bài tập toán nói chung, bài tập Hệ phương trình nói riêng, học sinh thường tự tìm tòi, vận dụng các kết quả ở phần lý thuyết để giải quyết, ưu điểm là phát huy được tính chủ động, sáng tạo, rèn luyện tư duy. Tuy nhiên, nhiều học sinh nhận định chưa tốt dẫn đến việc mất phương hướng, mất nhiều thời gian, sử dụng giả thiết không triệt để và lời giải thì dài dòng, phức tạp.

Khó khăn khi định hướng lời giải một bài hệ phương trình là phải nhận định được mối liên hệ đơn giản giữa các ẩn. Đa số học sinh cảm thấy khó khăn khi đi tìm mối liên hệ này và từ đó ngại học rồi học kém chuyên đề Hệ phương trình.

Là một giáo viên yêu nghề, thương trò, thực trạng này đã làm cho tôi trăn trở, hao tâm tốn sức không ít. Sau một thời gian tìm tòi, nghiên cứu tài liệu, trao đổi với bạn bè, đồng nghiệp về mối bận tâm này tôi đã hoàn thành sáng kiến kinh nghiệm: *"Một số thủ thuật sử dụng máy tính cầm tay Casio để định hướng nhanh cách giải các bài toán hệ phương trình trong kì thi THPT Quốc Gia"*.

Sẽ có người cho rằng việc sử dụng máy tính sẽ làm hỏng tư duy của học trò. Tuy nhiên để giải được hệ phương trình không phải chỉ cần thành thục các thủ thuật Casio là xong mà còn cần kết hợp với vốn kiến thức toán học tương đối tốt. Kĩ thuật Casio chỉ là giải pháp nhằm định hướng nhanh lời giải để tìm ra những phương pháp ngắn gọn, nhắm đến tối ưu hóa quá trình giải toán.

3. Các sáng kiến kinh nghiệm đã sử dụng để giải quyết vấn đề.

3.1. Một số thủ thuật Casio hỗ trợ giải hệ phương trình.

Chuẩn bị: Máy tính Casio fx-570ES PLUS, fx-570VN PLUS.

<u>3.1.1. Thủ thuật rút gọn biểu thức một ẩn (thủ thuật 1).</u>

<u>Ví dụ 1:</u> Rút gọn biểu thức sau: $A = 2x - 1 - \left(-x^2 + 3x - 1\right)^2$.

<u>Ý tưởng:</u> Làm sao để rút gọn nhanh chóng, chính xác biểu thức này mà không tốn thời gian cầm bút nháp?

Ta sẽ xét biểu thức khi $x = 1000$. Dựa vào chữ số hàng đơn vị, hàng nghìn, hàng triệu, hàng tỉ, … ta sẽ tìm được hệ số tự do, hệ số x, hệ số x^2, …

Ví dụ xét: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thì $f(1000) = \overline{a00b00c00d} \approx 10^9 a$. Suy ra $a \approx \frac{f(1000)}{10^9}$.

Làm thế nào để tính nhanh giá trị biểu thức khi $x = 1000$. Ta sẽ dùng phím CALC, cho $x = 1000$ và ấn "=" thì máy sẽ hiển thị kết quả của biểu thức khi $x = 1000$.

Để hiểu rõ hơn ta hãy xem cách làm ví dụ 1 ở trên:

Thực hiện:

Bước 1: Nhập biểu thức vào máy.

Bước 2: Tính giá trị của $f(1000)$ bằng cách bấm lần lượt: "CALC" "1000" "="

Máy hiển thị: $-9.9410992 \times 10^{11}$.

Vậy $f(1000) = -9.9410992 \times 10^{11} \approx -10^{12} = -x^4$.

Bước 3: Tính giá trị của $f(1000) + x^4$ bằng cách quay lại màn hình nhập biểu thức $f(X) + X^4$. Bấm tiếp: "CALC" "1000" "=". Máy hiển thị: 5989007998.

Vậy $f(1000) + x^4 = 5989007998 \approx 6.10^9 = 6x^3$.

Hoàn toàn tương tự ta tính được:

$f(1000) + x^4 - 6x^3 = -10992002 \approx -11.10^6 = -11x^2$.

$f(1000) + x^4 - 6x^3 + 11x^2 = 7998 \approx 8.10^3 = 8x$·

$f(1000) + x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 8x = -2$.

Vậy $f(x) = -x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2$.

Đáp số: $A = 2x - 1 - (-x^2 + 3x - 1)^2 = -x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2$.

3.1.2. Thủ thuật tìm nghiệm của phương trình (thủ thuật 2).

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$

(Đề thi đại học khối D năm 2006)

Ý tưởng : Thông thường với dạng toán này ta sẽ bình phương hoặc đặt ẩn để đưa về phương trình bậc 4. Ở đây ta làm theo hướng bình phương hai vế:

Điều kiện xác định: $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$

$$\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow 2x - 1 - (-x^2 + 3x - 1)^2 = 0$$

$\Leftrightarrow -x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2 = 0$ (1) (theo ví dụ 1)

Câu hỏi đặt ra là làm sao để tìm các nghiệm của phương trình này? Câu trả lời là ta dùng phím SOLVE để tìm nghiệm, nhưng trong một số trường hợp phím SOLVE cho ta đúng một nghiệm của bài toán. Vậy với bài toán có nhiều nghiệm thì sao? Làm sao để biết bài toán có một nghiệm duy nhất?

Thực hiện :

Bước 1: Nhập biểu thức vào máy.

Bước 2: Tìm nghiệm của phương trình (1) bằng cách bấm tiếp: "SHIFT" "SOLVE" "0" "=".

Kết quả: $x = 0.5857864376$

Ta có thể nhập 1 = hoặc 10 = hoặc -10 = hoặc $\frac{1}{10}$ = hoặc $-\frac{1}{10}$ = hoặc chỉ nhập = thôi cũng được. Nếu nhập 1 = thì kết quả là $x = 1$. Nếu nhập 10 = thì kết quả là: $x = 3,414213562$ (đây là 1 nghiệm khác của phương trình). Nếu nhập -10 = thì kết quả là $x = 0.5857864376$ (giống nghiệm khi nhập 0 =). Ở đây 0 hay 10 hay -10 là các giá trị khởi tạo để máy dò nghiệm xung quanh giá trị đó.

Kết quả : Phương trình (1) có các nghiệm là: $x = 0.5857864376$; $x = 1$; $x = 3,414213562$. Từ đó thay vào phương trình ban đầu loại đi nghiệm $x = 3,414213562$.

3.1.3. Thủ thuật phân tích đa thức thành nhân tử (thủ thuật 3).

Ví dụ 3: Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$A = -x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2$$

Ý tưởng: Ở ví dụ 2 ở trên ta đã dò được một nghiệm của phương trình $-x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2 = 0$ là $x = 1$, vậy ta suy đoán là có thể phân tích đa thức A thành nhân tử mà trong đó có một nhân tử là $(x - 1)$.

Thực hiện:

Ta dùng thủ thuật 1 để rút gọn biểu thức $f(x) = \dfrac{-x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2}{x - 1}$.

Bước 1: Nhập biểu thức.

Bước 2: Tính $f(1000)$: "CALC" "1000" "=" ra kết quả $-995005998 \approx -10^9 = -x^3$.

Bước 3: Tính $f(1000) + x^3$: bấm phím mũi tên sang trái nhập tiếp $+x^3$ vào để trên màn hình hiển thị $\dfrac{-x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2}{x - 1} + x^3$. Bấm "CALC" "1000" "=" ra kết quả: $4994002 \approx 5.10^6 = 5x^2$.

Tương tự ta tính được: $f(1000) + x^3 - 5x^2 = -5998 \approx -6.10^3 = -6x$.

$f(1000) + x^3 - 5x^2 + 6x = 2$. Vậy ta phân tích được:

$$f(x) = \frac{-x^4 + 6x^3 - 11x^2 + 8x - 2}{x - 1} = -x^3 + 5x^2 - 6x + 2.$$

Phương trình $f(x) = 0$ là phương trình bậc 3 nên ta có thể thực hiện như sau để giải: bấm lần lượt "MODE" "5" "4". Nhập $a = -1$; $b = 5$; $c = -6$; $d = 2$ được

$x_1 = 3,414213562$; $x_2 = 1$; $x_3 = 0.5857864376$. Vậy $f(x)$ có thể phân tích thành nhân tử mà trong đó có một nhân tử là $(x-1)$

Dùng thủ thuật 1 để rút gọn : $g(x) = \dfrac{f(x)}{x-1} = \dfrac{-x^3+5x^2-6x+2}{x-1}$.

Ta được $g(x) = -x^2+4x-2$.

Từ các kết quả trên ta có: $A = (-x^2+4x-2)(x-1)^2$.

Kết quả: $A = (-x^2+4x-2)(x-1)^2$.

3.1.4. Thủ thuật chia biểu thức một biến có chứa căn (thủ thuật 4).

a. Trường hợp biểu thức có một căn.

Ví dụ 4: Thực hiện phép chia sau: $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1}{\left(x+\sqrt{2x-1}-1\right)}$.

Phân tích: $f(x) = \left(ax+b+c\sqrt{2x-1}\right)$ hoặc $f(x) = \left(ax+b+(cx+d)\sqrt{2x-1}\right)$

Xác định chỉ có căn thức: $\sqrt{2x-1}$. Chọn x sao cho $\sqrt{2x-1}$ không nguyên. Chọn được $x=2$, $x=3$.

Nhập biểu thức rồi "CALC" với $x=2$ được kết quả: $2-\sqrt{3}$. Tiếp tục "CALC" với $x=3$ được kết quả: $3-\sqrt{5}$. Nhận thấy hệ số của căn đều là -1 vậy $f(x) = \left(ax+b+c\sqrt{2x-1}\right)$ với $c=-1$.

Quay lại biểu thức, để tìm a ta sửa biểu thức thành $\left(\dfrac{\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1}{\left(x+\sqrt{2x-1}-1\right)}+\sqrt{2x-1}\right):x$ rồi "CALC" với x thật to: $x=1000$ ra kết quả là 1. Vậy $a=1$.

Quay lại biểu thức, sửa biểu thức thành $\dfrac{\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1}{\left(x+\sqrt{2x-1}-1\right)}+\sqrt{2x-1}-x$ rồi "CALC" với x tùy ý: $x=2$ ra kết quả là 0. Vậy $b=0$.

Kết quả là $f(x) = \left(x-\sqrt{2x-1}\right)$

b. Trường hợp biểu thức có nhiều căn.

Ví dụ 5: Thực hiện phép chia sau:

$$f(x) = \frac{7x+2+6\sqrt{x+1}-8\sqrt{x-1}-8\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x+1}-2\sqrt{x-1}+1}$$

Phân tích: Tìm x sao cho $\sqrt{x+1}$ không nguyên còn $\sqrt{x-1}$ nguyên. Ta có thể chọn $x=2$, $x=5$.

Nhập biểu thức rồi "CALC" với $x=2$ được kết quả là: $1+3\sqrt{3}$. Tiếp tục "CALC" với $x=5$ được kết quả là: $-1+3\sqrt{6}$. Vậy hệ số của $\sqrt{x+1}$ trong thương là 3.

Tìm x sao cho $\sqrt{x+1}$ nguyên còn $\sqrt{x-1}$ không nguyên. Ta có thể chọn $x=3$, $x=8$.

Quay lại biểu thức, sửa thành $f(x)-3\sqrt{x+1}$ rồi "CALC" với $x=3$ được kết quả là: $3-2\sqrt{2}$. Tiếp tục "CALC" với $x=8$ được kết quả là: $3-2\sqrt{7}$. Vậy hệ số của $\sqrt{x-1}$ trong thương là -2.

Quay lại biểu thức, sửa thành $f(x)-3\sqrt{x+1}+2\sqrt{x-1}$ rồi CALC với x thật lớn: $x=10000$ được kết quả là: 3.

Vậy thương của phép chia là: $3\sqrt{x+1}-2\sqrt{x-1}+3$.

Kết quả: $f(x)=\dfrac{7x+2+6\sqrt{x+1}-8\sqrt{x-1}-8\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x+1}-2\sqrt{x-1}+1}=3\sqrt{x+1}-2\sqrt{x-1}+3$.

3.1.5. Thủ thuật phân tích phương trình vô tỷ một ẩn thành nhân tử (thủ thuật 5) .

a. Trường hợp phương trình có một căn.

Quay trở lại **Ví dụ 2:** Giải phương trình: $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$

(Đề thi đại học khối D năm 2006)

Phân tích:

Điều kiện : $\begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ x^2-3x+1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\le x\le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

Nhập trực tiếp phương trình và giải bằng "SHIFT" "SOLVE" chỉ thu được nghiệm $x=1$.

Trong trường hợp này ta mong muốn giải phương trình $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$ bằng cách phân tích nó thành nhân tử.

Giả sử $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=\left(a_1x+b_1+c_1\sqrt{2x-1}\right)\left(a_2x+b_2+c_2\sqrt{2x-1}\right)$

Vậy nhân tử có dạng chung $\left(ax+b+c\sqrt{2x-1}\right)$ hay $\left(ax+c\sqrt{2x-1}\right)=-b$

Ý tưởng là chọn lần lượt các giá trị c nguyên, dùng TABLE dò a nguyên sao cho b cũng nguyên là được.

Tuy nhiên dùng cách này ta mong muốn phải có 1 nghiệm xấu (không nguyên). Nhưng giải trực tiếp phương trình bằng SHIFT SOLVE lại không thu được nghiệm nào xấu cả. Ta thử đi tìm nghiệm ngoại lai bằng cách đổi dấu trước căn: giải phương trình $-\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$. Ra một nghiệm xấu là 3.414213562, lưu nghiệm này là A.

Thực hiện : Trước hết chọn $c = 1$ nhập vào MODE TABLE biểu thức $f(X) = XA + \sqrt{2A - 1}$. (X là để dò, A là biến chứa nghiệm đã giải được).
Khoảng chạy khuyên dùng là $[-14;14]$ với Step $= 1$
Nhận được $f(-1) = -1$ là đẹp. Suy ra $a = -1$; $b = 1$. Vậy xuất hiện một nhân tử là $\left(-x + \sqrt{2x - 1} + 1\right)$? Nên nhớ ta vừa đổi dấu trước căn nên nhân tử của ta phải là: $\left(-x - \sqrt{2x - 1} + 1\right) = -\left(x + \sqrt{2x - 1} - 1\right)$.
Sử dụng kết quả của Ví dụ 4 trong thủ thuật 4 ta thu được kết quả là:

$$\sqrt{2x - 1} + x^2 - 3x + 1 = \left(x + \sqrt{2x - 1} - 1\right)\left(x - \sqrt{2x-1}\right)$$

Kết quả: $\sqrt{2x - 1} + x^2 - 3x + 1 = \left(x + \sqrt{2x - 1} - 1\right)\left(x - \sqrt{2x-1}\right)$

b. Trường hợp phương trình có nhiều căn.

Ví dụ 6: Phân tích thành nhân tử

$$7x + 2 + 6\sqrt{x + 1} - 8\sqrt{x - 1} - 8\sqrt{x^2 - 1}$$

Phân tích: Điều kiện: $x \ge 1$
Nhập biểu thức rồi SHIFT SOLVE với $x = 10$ ra kết quả 3.398111694. Lưu nghiệm này vào A. Tiếp tục giải với các giá trị khởi tạo khác đều cho ta nghiệm A.
Tìm thêm một nghiệm ngoại lai bằng cách đổi dấu trước các căn $\sqrt{x + 1}$, $\sqrt{x - 1}$ và không đổi dấu trước căn $\sqrt{x^2 - 1}$, ta có phương trình mới $7x + 2 - 6\sqrt{x + 1} + 8\sqrt{x - 1} - 8\sqrt{x^2 - 1} = 0$. Nhập biểu thức rồi SHIFT SOLVE với $x = 10$ ra kết quả 1.046332751. Lưu nghiệm này vào B. Tiếp tục giải với các giá trị khởi tạo khác đều cho ta nghiệm B.
Nhận thấy $A + B = \frac{40}{9}$; $AB = \frac{32}{4}$ và $A > B$. Từ đó tìm được $A = \frac{20 + 4\sqrt{7}}{9}$. Suy ra $\sqrt{x + 1} = \frac{1 + 2\sqrt{7}}{3}$, $\sqrt{x - 1} = \frac{2 + \sqrt{7}}{3}$. Suy ra tiếp được $\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x - 1} + 1 = 0$.
Vậy xuất hiện nhân tử là: $\left(\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x - 1} + 1\right)$.

Thực hiện phép chia $f(x) = \frac{7x + 2 + 6\sqrt{x + 1} - 8\sqrt{x - 1} - 8\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x - 1} + 1}$. Từ kết quả của ví dụ 5 ta được **kết quả:** $7x + 2 + 6\sqrt{x + 1} - 8\sqrt{x - 1} - 8\sqrt{x^2 - 1}$

$$= \left(\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x - 1} + 1\right)\left(3\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x - 1} + 3\right).$$

3.1.6. Thủ thuật phân tích biểu thức hai ẩn thành nhân tử (thủ thuật 6).

Ví dụ 7: Phân tích thành nhân tử biểu thức

$$2x^3 - x^2y + x^2 + y^2 - 2xy - y$$

<u>Ý tưởng:</u> Đa phần các biểu thức hai ẩn có dạng phương trình bậc 2, bậc 3 theo ẩn x hoặc y có thể phân tích thành nhân tử được nhờ tính năng giải phương trình bậc 2, bậc 3 trong MODE EQN

<u>Thực hiện:</u> Gán $y = 1000$ bằng cách bấm "1000" "SHIFT" "STO" "ALPHA" "Y". Vào tính năng giải phương trình bậc 3 bằng cách MODE EQN 4. Lần lượt nhập hệ số của phương trình bậc 3: $a = 2$, $b = -(y-1)$, $c = -2y$, $d = y^2 - y$. Coi như ta giải phương trình bậc 3: $2x^3 - 999x^2 - 2000x + 999000 = 0$. Máy trả về các nghiệm: $x_1 = \frac{999}{2}$; $x_2 = 31,6227766$; $x_3 = -31,6227766$. Vì $\frac{999}{2} = \frac{y-1}{2}$ nên ta được $2x - y + 1$ là nhân tử của bài toán.

Thực hiện phép chia đa thức 2 ẩn bằng cách dùng giới hạn:

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2y + x^2 + y^2 - 2xy - y}{2x - y + 1}$$

Nhận thấy $f(x)$ là một tam thức bậc hai nên $f(x) = ax^2 + bx + c$ với:

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1;\ b = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x) - x^2}{x^2} = 0;\ c = f(x) - x^2 - 0.x = -y$$

Vậy ta được $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2y + x^2 + y^2 - 2xy - y}{2x - y + 1} = x^2 - y$.

Kết luận: $2x^3 - x^2y + x^2 + y^2 - 2xy - y = (2x - y + 1)(x^2 - y)$

Ta cũng có thể làm bằng cách khác như sau:

Nhập biểu thức vào máy. Bấm "SHIFT" "SOLVE". Màn hình máy hiện: Y? (tức là máy hỏi ta muốn giải phương trình vừa nhập với Y bằng bao nhiêu). Đến đây có hai hướng nhập Y.

Hướng thứ nhất là nhập "100" "=" (tức là cho $Y = 100$). Màn hình máy hiện: Solve for X. Các bạn bấm "=". Khi bấm = màn hình máy hiện: $X = 10$ và $L - R = 0$ (có nghĩa là khi $Y = 100$ thì máy tính được $X = 10$ với sai số là 0). Ta dự đoán $Y = X^2$. Vậy khi phân tích phương trình (2) sẽ xuất hiện nhân tử $x^2 - y$?

Hướng thứ hai là mình sẽ lần lượt nhập các giá trị của Y là 0, 1, 2, 3, 4, 5, … để máy tính giá trị của x để lập bảng giá trị rồi từ đó chỉ ra mối quan hệ giữa x và y. Dùng phím mũi tên sang trái hoặc sang phải để quay trở lại phương trình vừa nhập

Máy hỏi Y? ta nhập 0 = Máy hỏi Slove for X ta bấm 0 = được $X = 0$

Máy hỏi Y? ta nhập 1 = Máy hỏi Slove for X ta bấm 0 = được $X = 0$

Máy hỏi Y? ta nhập 2 = Máy hỏi Slove for X ta bấm 0 = được $X = 0.5$

Và ta có bảng:

Y	0	1	2	3	4
X	0	0	0.5	1	1.5

Vậy ta dự đoán $Y = 2X + 1$.
Ta thử phân tích nhé:

$$(2) \Leftrightarrow 2x\left(x^2 - y\right) - y\left(x^2 - y\right) + \left(x^2 - y\right) = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - y\right)\left(2x - y + 1\right) = 0$$

Kết quả hoàn toàn như mong đợi!
Hướng giải quyết thứ hai tuy có lâu hơn hướng 1 nhưng giúp ta dự đoán nhân tử dễ dàng hơn.

3.1.7. <u>Thủ thuật nhẩm nghiệm của hệ phương trình hai ẩn (thủ thuật 7).</u>

<u>Ví dụ 8:</u> Nhẩm nghiệm của hệ $\begin{cases} xy + x + 1 = 7y & (1) \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2 & (2) \end{cases}$

<u>Phân tích:</u> Thật ra cách nhẩm nghiệm này dựa vào phương pháp thế. Từ một phương trình rút 1 ẩn ra theo ẩn còn lại rồi thế vào phương trình thứ hai đưa về phương trình 1 ẩn có thể tìm nghiệm dễ dàng.

<u>Thực hiện:</u> $(1) \Leftrightarrow x = \dfrac{7y - 1}{y + 1}$ do $y = -1$ không thỏa mãn hệ.

Thế vào phương trình hai ta được:

$$y^2\left(\frac{7y - 1}{y + 1}\right)^2 + y\left(\frac{7y - 1}{y + 1}\right) + 1 - 13y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2(7y - 1)^2 + y(y + 1)(7y - 1) + (y + 1)^2\left(1 - 13y^2\right) = 0$$

Dùng thủ thuật 1 đưa về : $36y^4 - 33y^3 - 5y^2 + y + 1 = 0$

Nhập biểu thức vào máy rồi dùng SHIFT SOLVE được nghiệm: $\left[\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow x = 1 \\ y = \dfrac{1}{3} \Rightarrow x = 3 \end{array}\right.$

3.2. Định hướng lời giải hệ phương trình nhờ thủ thuật Casio.

3.2.1. <u>Hệ phương trình đa thức hệ số nguyên.</u>

<u>Ví dụ 9:</u> Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy + x - 2 = 0 & (1) \\ 2x^3 - x^2y + x^2 + y^2 - 2xy - y = 0 & (2) \end{cases}$

(Đại học khối D năm 2012)

<u>Ý tưởng</u>

Ta có thể dùng thủ thuật 7 để nhẩm nghiệm của hệ rồi tìm mối quan hệ giữa x, y nhưng từ phương trình (1) rút y theo x hoặc x theo y rồi thế vào phương trình (2) thì phương trình (2) sẽ trở nên khá cồng kềnh, phức tạp. Vậy ta quay sang xem xét phân tích phương trình (2) thành nhân tử nhờ thủ thuật 6. Ở ví dụ 7 bằng thủ thuật 6 ta đã phân tích phương trình (2) thành nhân tử. Vậy ta có lời giải cho bài toán:

<u>Lời giải</u>

$$(2)\Leftrightarrow 2x\left(x^2-y\right)-y\left(x^2-y\right)+\left(x^2-y\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2-y\right)(2x-y+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x^2 \\ y=2x+1 \end{array}\right.$$

Kết hợp với (1), ta được hệ: $\begin{cases} y=x^2 \\ xy+x-2=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y=2x+1 \\ xy+x-2=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3+x-2=0 \\ y=x^2 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} x^2+x-1=0 \\ y=2x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ y=\sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là $(1;1)$, $\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{5}\right)$, $\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}\right)$

<u>Ví dụ 10:</u> Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 16x^2+4xy+y^2=12 & (1) \\ 8x^2+4xy-28x-5y=-18 & (2) \end{cases}$

(Đề thi học sinh giỏi lớp 12 – TP Hồ Chí Minh năm 2014)

<u>Ý tưởng:</u> Từ mỗi phương trình tìm mối liên hệ giữa x và y là khó. Vậy lấy $PT(1)+kPT(2)$ rồi phân tích thành nhân tử.

Làm cách nào tìm được k? Nhận thấy đây là hệ dạng:

$$\begin{cases} a_1x^2+b_1y^2+c_1xy+d_1x+e_1y+f_1=0 \\ a_2x^2+b_2y^2+c_2xy+d_2x+e_2y+f_2=0 \end{cases}.$$

Nên k là nghiệm của phương trình $cde+4abf=ae^2+bd^2+fc^2$ với $a=a_1+ka_2$; $b=b_1+kb_2;\ldots;\ f=f_1+kf_2$; (cái này bạn có thể tự chứng minh được).

<u>Thực hiện:</u> Áp dụng công thức ở trên để tìm k ta có:

$$4(16+8k)(-12+18k)+140(4+4k)k^2$$
$$=25(16+8k)k^2+784k^2+(4+4k)^2(-12+18k)$$

Dễ dàng dùng thủ thuật 2 tìm được nghiệm $k=2$. Vậy:

$$PT(1)+2PT(2)\Leftrightarrow\ 32x^2+12xy-56x-10y+y^2+24=0$$

Dùng thủ thuật 6 ta có nhân tử là: $(4x+y-4)(8x+y-6)$

<u>Lời giải:</u>

$PT(1)+2PT(2)\Leftrightarrow\ 32x^2+12xy-56x-10y+y^2+24=0$

$$\Leftrightarrow (4x+y-4)(8x+y-6)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y=4-4x & (3) \\ y=6-8x & (4) \end{array}\right.$$

Thế (3) vào (1) rồi dùng thủ thuật 1 để rút gọn ta được: $16x^2 - 16x + 6 = 0$ (vô nghiệm).
Thế (4) vào (1) rồi dùng thủ thuật 1 để rút gọn ta được: $48x^2 - 72x + 24 = 0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -2 \\ x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của hệ là: $(1;-2)$ và $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Ví dụ 11. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 14x^2 - 21y^2 + 22x - 39y = 0 \\ 35x^2 + 28y^2 + 111x - 10y = 0 \end{cases}$

Ý tưởng: Nhận thấy đây là hệ dạng:

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1y^2 + c_1xy + d_1x + e_1y = 0 \\ a_2x^2 + b_2y^2 + c_2xy + d_2x + e_2y = 0 \end{cases}$$

Nên ta có lời giải như sau:

Lời giải

Với $x = 0$ thay vào hệ thấy hệ có nghiệm $(0;0)$.

Với $x \neq 0$ đặt $x = ty$ ta có hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 14x^2 - 21t^2x^2 + 22x - 39tx = 0 \\ 35x^2 + 28t^2x^2 + 111x - 10tx = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{39t - 22}{14 - 21t^2} \\ x = \dfrac{10t - 111}{35 + 28t^2} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{10t - 111}{35 + 28t^2} = \dfrac{39t - 22}{14 - 21t^2} \Leftrightarrow 186t^3 - 421t^2 + 175t + 112 = 0$$

$\Leftrightarrow t = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow x = -3 \Rightarrow y = 1$ (Thay vào hệ phương trình thấy thỏa mãn)

Vậy hệ có nghiệm là $(0;0)$ và $(-3;1)$.

Ví dụ 12. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

(Đại học khối A năm 2012)

Ý tưởng Dùng máy tính, từ phương trình đầu tiên ta tìm được mối quan hệ $x = y + 2$. Vậy có thể phân tích phương trình đầu tiên thành nhân tử:

$$(x - y - 2)(x^2 + y^2 + xy - x + y - 11) = 0.$$

Tuy nhiên phương trình đầu tiên có một sự tương đồng nào đó giữa hai vế, một vế chỉ chứa biến x, một vế chỉ chứa biến y. Vậy ta có thể dùng phương pháp hàm số để giải bằng cách biến đổi nó về dạng: $f(x)=f(y+2)$; hoặc dạng $f(x-1)=f(y+1)$; hoặc dạng: $f(x-2)=f(y)$.

Vậy bài trên có thể giải theo hai cách. Ở đây chỉ trình bày cách thứ hai.

Lời giải: Hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases}(x-1)^3-12(x-1)=(y+1)^2-12(y+1) & (1)\\ \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2=1 & (2)\end{cases}$$

Từ (2), suy ra $-1\le x-\dfrac{1}{2}\le 1$; $-1\le y+\dfrac{1}{2}\le 1 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}\le x-1\le\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\le y+1\le\dfrac{3}{2}$

Xét hàm số $f(t)=t^3-12t$ trên $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right]$, ta có $f'(t)=3t^2-12<0$, suy ra $f(t)$ nghịch biến. Do đó $(1)\Leftrightarrow x-1=y+1 \Leftrightarrow y=x+2$ (3)

Thay vào (2) ta được $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2=1 \Leftrightarrow 4x^2-8x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2};x=\dfrac{3}{2}$.

Thay vào (3), ta được nghiệm của hệ là $\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$ hoặc $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Ví dụ 13. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}y^3+2xy^2-y^2+2x-7y-1=0\\ 2y^2+2xy-7y+1=0\end{cases}$

Ý tưởng: Rõ ràng từ mỗi phương trình trên ta không phân tích được thành nhân tử. Vậy ta dùng thủ thuật 7 nhẩm được nghiệm của hệ là $(2;1)$ hoặc $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{2};2-\sqrt{3}\right)$ hoặc $\left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2};2+\sqrt{3}\right)$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{2};2-\sqrt{3}\right)$ và $\left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2};2+\sqrt{3}\right)$ là $y=3-2x$

Ta cần tìm k để $PT(1)+kPT(2)=0$ có thể phân tích thành nhân tử. Nhận thấy: $k=\dfrac{PT(1)}{PT(2)}=\dfrac{y^3+2xy^2-y^2+2x-7y-1}{2y^2+2xy-7y+1}$.

Thế $y=3-2x$ vào ta được $k=-2$. Khi đó : $PT(1)-2PT(2)=0$ $\Leftrightarrow (2x+y-3)(y-1)^2=0$

Lời giải: Ta có: $PT(1)-2PT(2)=0 \Leftrightarrow (2x+y-3)(y-1)^2=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y=1 & (3) \\ 2x=3-y & (4) \end{array}\right.$$

Thay (3) vào PT(2) ta được $x=2$

Thay (4) vào PT(2) ta được:

$$2y^2+(3-y)y-7y+1=0 \Leftrightarrow y^2-4y+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2+\sqrt{3} \Rightarrow x=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2} \\ y=2-\sqrt{3} \Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy hệ có các nghiệm là $(2;1)$ hoặc $\left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2};2+\sqrt{3}\right)$ hoặc $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{2};2-\sqrt{3}\right)$

3.2.2. Hệ phương trình vô tỉ

Ví dụ 14. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x\sqrt{12-y}+\sqrt{y\left(12-x^2\right)}=12 \\ x^3-8x-1=2\sqrt{y-2} \end{cases}$

(Đề khối A, A_1 năm 2014)

Ý tưởng:

Từ PT2 có thể rút y theo x để nhẩm nghiệm theo thủ thuật 7, tuy nhiên nghiệm khá là xấu. Do điều kiện bài toán $\begin{cases} 2 \le y \le 12 \\ |x| \le \sqrt{12} \end{cases}$ nên ta không thể tìm mối liên hệ x, y bằng cách nhập một số Y lớn. Dùng thủ thuật 6 ta lập được bảng:

y	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	3,162	3	2,828	2,645	2,449	2,236	2	1,732	1,414
x^2	10	9	8	7	6	5	4	3	2

Ta nhận ra mối quan hệ $x^2+y=12$, hay $x=\sqrt{12-y}$. Thay vào PT1, ta được $\sqrt{12-y}\sqrt{12-y}+\sqrt{\left(12-x^2\right)\left(12-x^2\right)}=12$. Nhìn vào đây ta thấy có một sự cân xứng giữa y và $12-x^2$. Sự cân xứng đó thường có mặt trong phương pháp hàm số hoặc đánh giá bằng bất đẳng thức. Có hai căn độc lập nên việc dùng phương pháp hàm số là khó thực hiện. Do đó ta dùng phương pháp đánh giá. Do sau khi đánh giá, ta phải thu được $y=12-x^2$ và $x=\sqrt{12-y}$, do đó ta áp dụng BĐT TBC – TBN riêng biệt cho 2 bộ số $x^2;12-y$ và $y;12-x^2$, chúng có sẵn bên vế trái cả rồi.

$$VT=x\sqrt{12-y}+\sqrt{y\left(12-x^2\right)}=\sqrt{x^2(12-y)}+\sqrt{y\left(12-x^2\right)}$$

$$\le \frac{x^2+(12-y)}{2}+\frac{y+\left(12-x^2\right)}{2}=12=VP$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow y = 12 - x^2$

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} 2 \le y \le 12 \\ |x| \le \sqrt{12} \end{cases}$

Xét PT (1) ta có: $VT = x\sqrt{12 - y} + \sqrt{y(12 - x^2)} = \sqrt{x^2(12 - y)} + \sqrt{y(12 - x^2)}$

$$\le \frac{x^2 + (12 - y)}{2} + \frac{y + (12 - x^2)}{2} = 12 = VP$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow y = 12 - x^2$.

Thay vào PT (2): $x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{10 - x^2}$

$$\Leftrightarrow (x - 3)\left(x^2 + 3x + 1 + \frac{2(x + 3)}{1 + \sqrt{10 - x^2}}\right) = 0 \quad (3)$$

Do $x \ge 0$ nên $x^2 + 3x + 1 + \dfrac{2(x + 3)}{1 + \sqrt{10 - x^2}} > 0$.

Do đó $(3) \Leftrightarrow x = 3$. Thay vào hệ và đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của hệ là $(3;3)$.

<u>Ví dụ 15.</u> Giải phương trình: $\begin{cases} (1 - y)\sqrt{x - y} + x = 2 + (x - y - 1)\sqrt{y} \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x - 2y} - \sqrt{4x - 5y - 3} \end{cases}$

(Đại học khối B năm 2014)

<u>Ý tưởng:</u> Điều kiện: $\begin{cases} y \ge 0 \\ x \ge 2y \\ 4x \ge 5y + 3 \end{cases}$

Nhập phương trình vào máy, nhập $y = 100$; $x = 150$ ta thu được $x = 101$. Dự đoán $x = y + 1$. Vì trong hệ có $\sqrt{x - y}$ nên có thể mối quan hệ đó là $\sqrt{x - y} = 1$.

<u>Lời giải:</u> Điều kiện: $\begin{cases} y \ge 0 \\ x \ge 2y \\ 4x \ge 5y + 3 \end{cases} \quad (*)$

Ta có PT1 $\Leftrightarrow (1 - y)\left(\sqrt{x - y} - 1\right) + (x - y - 1)\left(1 - \sqrt{y}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow (1 - y)(x - y - 1)\left(\frac{1}{\sqrt{x - y} + 1} + \frac{1}{1 + \sqrt{y}}\right) = 0 \ (3)$$

Do $\dfrac{1}{\sqrt{x - y} + 1} + \dfrac{1}{1 + \sqrt{y}} > 0$ nên $(3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = x - 1 \end{array}\right.$

Với $y = 1$, PT2 trở thành $9 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Với $y = x - 1$, điều kiện $(*)$ trở thành $1 \le x \le 2$. PT2 trở thành

$$2x^2 - x - 3 = \sqrt{2 - x} \Leftrightarrow 2\left(x^2 - x - 1\right) + \left(x - 1 - \sqrt{2 - x}\right) = 0$$

$\Leftrightarrow \left(x^2 - x - 1\right)\left[2 + \dfrac{1}{x - 1 + \sqrt{2 - x}}\right] = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. Đối chiếu điều kiện $(*)$ và kết hợp trường hợp trên, ta được nghiệm $(x; y)$ của hệ đã cho là $(3;1)$ và $\left(\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}; \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)$.

4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.

4.1. Hiệu quả đối với hoạt động giáo dục

Tôi đã đem tài liệu này ứng dụng vào giảng dạy cho học sinh lớp 12 A3 năm học 2015 – 2016 và đã thu hoạch được những kết quả rất khả quan. Cụ thể là đa số các em học sinh (70%) đã giải được hệ hữu tỉ bằng phân tích thành nhân tử, khoảng 15% các em học sinh đã tự tin trước hầu hết các loại hệ. Vâng, một kết quả rất đáng mừng cho một lớp không chuyên. Dù sao thì trong thời đại mà công nghệ được ưa chuộng như hiện nay thì việc sử dụng máy tính vào giải toán được các em học sinh hưởng ứng rất nhiệt tình.

4.2. Hiệu quả đối với bản thân

Mang lại chất lượng giáo dục tốt nhất là điều mong muốn của tất cả các nhà giáo. Với thành tựu trong tài liệu này tôi đã hoàn toàn tự tin khi giảng dạy chuyên đề hệ phương trình cho học trò vì tôi biết tôi đã cung cấp cho các em một công cụ lao động vô cùng hữu ích giúp các em gặt hái vinh quang.

4.3. Hiệu quả đối với đồng nghiệp và nhà trường

Đây là những phương pháp không khó, giáo viên nào cũng có thể thực hiện được và có thể áp dụng cho đa số học sinh. Tôi rất mong tài liệu này của tôi sẽ mang đến cho các bạn đồng nghiệp một kiến thức hữu ích, một phương pháp giảng dạy mới khi giảng dạy hệ phương trình.

III. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

1. Kết luận.

Trên đây là những giải pháp mà tôi đúc rút được trong quá trình giảng dạy và nghiên cứu khoa học của bản thân. Tuy cách làm trong tài liệu này không phải là một phương pháp giải hệ phương trình nhưng có thể xem nó là kim chỉ nam mang tính chất định hướng cách làm, đặc biệt nó rất mạnh cho phương pháp phân tích thành tích và hỗ trợ rất nhiều cho các phương pháp khác như phương pháp thế, phương pháp cộng, phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp hàm số và phương pháp giải hệ bằng bất đẳng thức dù cho đề thi ngày càng hướng đến tư duy, suy luận cao và tìm cách hạn chế việc bấm máy.

Một số người có thể cho rằng sử dụng máy tính sẽ mất đi vẻ đẹp toán học của hệ phương trình. Tuy nhiên, qua những ví dụ trong tài liệu này chúng ta thấy vẻ đẹp đó vẫn còn rất nguyên bản và thuần khiết. Máy tính casio chỉ là một công cụ để chúng ta chinh phục, khám phá ra vẻ đẹp tiềm ẩn đó mà thôi.

2. Kiến nghị.

Để chất lượng giáo dục tốt trước hết các nhà giáo phải có kiến thức uyên thâm. Vì vậy tôi đề nghị các cấp lãnh đạo tạo điều kiện tổ chức các buổi trao đổi phương pháp giảng dạy giữa các giáo viên trong mỗi trường, trong huyện, trong tỉnh theo từng chuyên đề. Mời các chuyên gia, các giáo sư tập huấn, giảng dạy trong các chuyên đề này và có tủ sách lưu lại các tài liệu bồi dưỡng trong từng chuyên đề.

Đề nghị nhà trường nâng cao hơn nữa các đầu sách tham khảo trong thư viện để giáo viên có điều kiện nghiên cứu học tập nâng cao kiến thức chuyên môn nghiệp vụ. Đặc biệt trong thư viện nên lưu giữ lại các sáng kiến kinh nghiệm các năm của giáo viên trong trường để tiện cho việc tham khảo

Trên đây là đề tài *"Một số thủ thuật sử dụng máy tính cầm tay Casio để định hướng nhanh cách giải các bài toán hệ phương trình trong kì thi THPT Quốc Gia"* của cá nhân tôi. Kính mong bạn bè đồng nghiệp tham khảo, đánh giá và góp ý kiến lại cho tôi để đề tài ngày càng hoàn thiện hơn nữa. Trân trọng cảm ơn!

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ

Thanh Hóa, ngày 01 tháng 05 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

(Ký và ghi rõ họ tên)

Lê Thị Phương

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đoàn Quỳnh, Nguyễn Huy Đoan, Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng, Trần Văn Vuông (2006), *Đại số 10 nâng cao,* NXBGD.
2. Trần Văn Hạo, Vũ Tuấn, Doãn Minh Cường, Đỗ Mạnh Hùng, Nguyễn Tiến Tài (2006), *Đại số 10 cơ bản,* NXBGD.
3. http://www.facebook.com/thuthuatcasio của bạn Bùi Thế Việt
4. http://www.casiomen.com