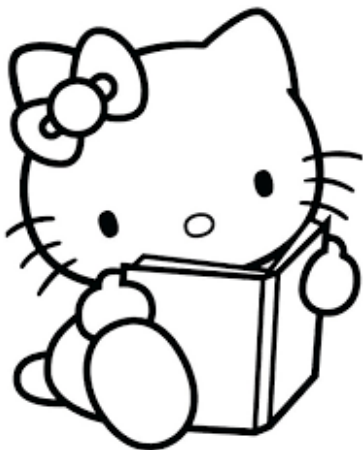


▣ BÀI 2 : HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

▣ BÀI GIẢNG 1 : MỞ ĐẦU VỀ HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

☒ Hoán vị

Câu 51: Trong giờ học thể dục, thầy giáo yêu cầu cả lớp chia thành các nhóm tự luyện tập. Nhóm bạn An có bao nhiêu cách xếp thành một hàng dọc? Biết nhóm của An có 6 người.

 **Lời giải :**

Câu 52: Thầy Hạnh muốn gửi 6 bức thư cho 6 NYC nhân dịp 14/2. Hỏi thầy có bao nhiêu cách xếp 6 lá thư khác nhau vào 6 chiếc phong bì khác nhau (mỗi lá thư vào trong một phong bì)?

 **Lời giải :**

Câu 53: Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau?

 **Lời giải :**

Câu 54: Một tổ có 8 học sinh gồm 4 nữ và 4 nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh trong tổ:
a) Thành một hàng dọc?
b) Thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau?

 **Lời giải :**

 Lời giải :

☒ **Chỉ hợp**

 Lời giải :

 Lời giải :

- Có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng đầu tiên?
- Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ hai?
- Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ ba?

 **Lời giải :**

Câu 59: Một lớp có 40 học sinh chụp ảnh tổng kết năm học. Lớp đó muốn trong bức ảnh có 18 học sinh ngồi ở hàng đầu và 22 học sinh đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

 **Lời giải :**

Câu 60: Trong một buổi kỉ niệm ngày thành lập trường, bí thư Đoàn trường cần chọn 4 tiết mục từ 6 tiết mục hát và 4 tiết mục từ 5 tiết mục múa rồi xếp thứ tự biểu diễn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn và xếp thứ tự sao cho các tiết mục hát và múa xen kẽ nhau?

 **Lời giải :**

 Tổ hợp

Câu 61: Tính số đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong 10 điểm phân biệt.

 Lời giải :

Câu 62: Một lớp có 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn:
a) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp?
b) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam?
c) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam?

 Lời giải :

Câu 63: Một nhóm học sinh gồm 7 nam và 3 nữ. Giáo viên muốn chọn 5 em trong nhóm để làm công tác xã hội. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:
a) Chọn 5 em tùy ý. **ĐS:** b) Phải có ít nhất 1 bạn nữ và bạn 3 nam . **ĐS:**

 Lời giải :

Câu 64: Một nhóm gồm 7 bạn đến trung tâm chăm sóc người cao tuổi làm từ thiện. Theo chỉ dẫn của trung tâm, 3 bạn hỗ trợ đi lại, 2 bạn hỗ trợ tắm rửa và 2 bạn hỗ trợ ăn uống. Có bao nhiêu cách phân công các bạn trong nhóm làm các công việc trên?

 **Lời giải :**

Câu 65: Một hộp đựng 15 viên bi khác nhau gồm 4 bi đỏ, 5 bi trắng và 6 bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 viên bi từ hộp đó sao cho có đủ 3 màu. **ĐS:**

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 66: Có bao nhiêu cách xếp 7 lá thư khác nhau vào 7 chiếc phong bì khác nhau (mỗi lá thư vào trong một phong bì)?

Lời giải

Số cách xếp như vậy chính là số các hoán vị của 6, nghĩa là bằng $P_6 = 7! = 5040$ (cách)

Câu 67: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau?

Lời giải

Mỗi số tự nhiên lập được là một hoán vị của 7 chữ số đã cho. Số các số tự nhiên có thể lập được là: $P_7 = 7! = 5040$.

Câu 68: Trong giờ học thể dục, thầy giáo yêu cầu cả lớp chia thành các nhóm tự luyện tập. Nhóm bạn An có bao nhiêu cách xếp thành một hàng dọc? Biết nhóm của An có 6 người.

Lời giải

Mỗi cách xếp thứ tự vị trí cho 6 bạn là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách xếp nhóm bạn An thành một hàng dọc là: $P_6 = 6! = 720$.

Câu 69: Bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn A, B, C, D, E, F, G vào 1 hàng sao cho

a) A đứng chính giữa?

b) A, B ngồi đứng 2 đầu dãy?

Lời giải

Vì bạn A đứng chính giữa và 6 bạn còn lại sắp xếp tùy ý nên có $6!$ cách sắp xếp một hàng.

Vì bạn A, B đứng 2 đầu dãy nên A, B có 2 cách chọn vị trí đứng. 5 bạn còn lại có $5!$ cách sắp xếp. $5!$ cách sắp xếp.

Vậy có tất cả $2 \cdot 5!$ cách sắp xếp 7 bạn thành 1 hàng sao cho A, B đứng 2 đầu dãy.

Câu 70: Bạn Nam có 4 quyển sách Toán, 6 quyển sách Tiếng Anh (các quyển sách là khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành hàng ngang sao cho:

a) Các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau (không có quyển sách Toán nào nằm giữa hai quyển sách Tiếng Anh và ngược lại)?

b) Các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau?

Lời giải

a) Xếp 4 quyển sách Toán cạnh nhau thành một nhóm có $P_4 = 4! = 24$ (cách).

Xếp 6 quyển sách Tiếng Anh cạnh nhau thành một nhóm có $P_6 = 6! = 720$ (cách).

Có $P_2 = 2! = 2$ cách xếp hai nhóm sách trên.

Vậy số cách xếp các quyển sách sao cho các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau là:

$$24 \cdot 720 \cdot 2 = 34560.$$

b) Xếp 4 quyển sách Toán cạnh nhau thành một nhóm có $P_4 = 4! = 24$ (cách)

Coi nhóm sách Toán là một quyển sách, gọi là A , xếp quyển sách A và 6 quyển sách Tiếng Anh có

$$P_7 = 7! = 5040 \text{ (cách)}$$

Vậy số cách xếp các quyển sách sao cho các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau là:
 $24 \cdot 5040 = 120960$.

Câu 71: Chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau để thử nghiệm. Có bao nhiêu cách thực hiện khác nhau?

Lời giải

Mỗi cách chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 6 giống hoa. Do đó, số cách thực hiện là $A_6^4 = \frac{6!}{4!} = 360$.

Câu 72: Bạn Đan chọn mật khẩu cho email của mình gồm 6 kí tự đôi một khác nhau, trong đó, 2 kí tự đầu tiên là 2 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường, 3 kí tự tiếp theo là chữ số, kí tự cuối cùng là 1 trong 3 kí tự đặc biệt. Bạn Đan có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Lời giải

Có $A_{26}^2 = 650$ cách chọn 2 kí tự đầu. Có $A_{10}^3 = 720$ cách chọn 3 kí tự tiếp theo. Có 3 cách chọn 1 kí tự cuối cùng.

Vậy số cách tạo ra một mật khẩu là: $650 \cdot 720 \cdot 3 = 1404\,000$.

Câu 73: Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, 9, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên:

a) Gồm 10 chữ số đôi một khác nhau? b) Gồm 6 chữ số đôi một khác nhau?

Lời giải

a) Có $10! - 9! = 3265920$ (số).

b) Có $A_{10}^6 - A_9^5 = 136080$ (số).

Câu 74: Một nhóm hành khách, gồm 2 nam và 3 nữ, lên một chiếc xe buýt. Trên xe có 10 ghế trống, trong đó có 5 ghế cạnh cửa sổ.

a) Hỏi họ bao nhiêu cách ngồi?

b) Các hành khách nữ mong muốn ngồi cạnh cửa sổ. Hỏi số cách ngồi của họ là bao nhiêu?

Lời giải

a) Số cách ngồi của nhóm hành khách chính là số cách chọn ra 5 chiếc ghế có xếp thứ tự từ 10 chiếc ghế trống, nghĩa là: $A_{10}^5 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$ (cách)

b) Việc xếp chỗ cho nhóm khách có thể được thực hiện theo 2 công đoạn:

- Công đoạn 1: xếp chỗ cho những hành khách nữ;

- Công đoạn 2: xếp chỗ cho những hành khách nam.

Với công đoạn 1, ta cần xếp chỗ cho 3 hành khách nữ vào 3 trong 5 chiếc ghế cạnh cửa sổ. Số cách xếp là: $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (cách)

Đối với công đoạn 2, ta cần xếp chỗ cho 2 hành khách nam vào 2 trong bất kì $10 - 3 = 7$ chiếc ghế còn lại. Số cách xếp là: $A_7^2 = 7 \cdot 6 = 42$ (cách)

Như vậy, theo quy tắc nhân thì số cách xếp chỗ là: $60 \cdot 42 = 2520$ (cách)

Câu 75: Cho các số tự nhiên 0,1,2,3,4,5,6,7.

a) Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

b) Bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

a) Số có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^4 = 1680$ số.

Số có dạng $\overline{0abc(a,b,c)}$ khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_7^3 = 210$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $A_8^4 - A_7^3 = 1470$ số.

b) Số số có 3 chữ số được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^3 - A_7^2 = 294$ số.

Gọi số cần lập $\overline{abc}$ là số lẻ. Khi đó c có cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn. Vậy số lẻ được thành lập từ các chữ số trên là: $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $294 - 144 = 150$ số.

Câu 76: Tính số đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong 10 điểm phân biệt.

Lời giải

Mỗi đoạn thẳng tương ứng với một cặp điểm (không tính thứ tự) chọn trong 10 điểm phân biệt nên có $C_{10}^2 = 45$ đoạn thẳng.

Câu 77: Có 10 đội tham gia một giải bóng đá. Có bao nhiêu cách xếp trận đấu vòng tính điểm sao cho hai đội chỉ gặp nhau đúng một lần?

Lời giải

Có $C_{10}^2 = 45$ cách xếp trận đấu vòng tính điểm sao cho hai đội chỉ gặp nhau đúng một lần.

Câu 78: Lớp $10A$ có 18 bạn nữ và 20 bạn nam.

a) Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ?

b) Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam?

c) Có bao nhiêu cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam?

Lời giải

- a) Mỗi cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ là một tổ hợp chập 3 của 18 phần tử, do đó có C_{18}^3 cách chọn.
- b) Mỗi cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam là một tổ hợp chập 5 của 20 phần tử, do đó có C_{20}^5 cách chọn.
- c) Số cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam là:

Câu 79: Khối 10 có 16 bạn nữ và 18 bạn nam tham gia đợt tình nguyện Mùa hè xanh. Đoàn trường dự định lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ. Có bao nhiêu cách lập một tổ trồng cây như vậy?

Lời giải

Lớp đó có tổng cộng $16+18=34$ (học sinh)

Có $C_{34}^3=5984$ cách lập một tổ trồng cây gồm các học sinh bất kì.

Có $C_{16}^3=560$ cách lập một tổ trồng cây gồm toàn học sinh nữ.

Có $C_{18}^3=816$ cách lập một tổ trồng cây gồm toàn học sinh nam.

Có $5984 - 560 - 816 = 4608$ cách lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ.

Câu 80: Từ một danh sách gồm 8 người, người ta bầu ra một ủy ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch, một thư kí và một ủy viên. Có bao nhiêu khả năng có thể về kết quả bầu ủy ban này?

Lời giải

Việc chọn bầu ra một ủy ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch, một thư kí và một ủy viên gồm 4 công đoạn:

- CD1: Chọn 1 chủ tịch trong danh sách 8 người là một tổ hợp chập 1 của 8 người

⇒ Có: $C_8^1=8$ (cách chọn)

- CD2: Chọn một phó chủ tịch trong 7 người còn lại là một tổ hợp chập 1 của 7 người

⇒ Có: $C_7^1=7$ (cách chọn)

- CD3: Chọn một thư kí trong 6 người còn lại là một tổ hợp chập 1 của 6 người ⇒ Có: $C_6^1=6$ (cách chọn)

- CD4: Chọn một ủy viên trong 5 người còn lại là một tổ hợp chập 1 của 5 người

⇒ $C_5^1=5$ (cách chọn)

⇒ Áp dụng quy tắc nhân: $8.7.6.5 = 1680$ (cách chọn)

Vậy có 1680 khả năng về kết quả bầu ủy ban này.



Câu 81: Sau khi biên soạn 9 câu hỏi trắc nghiệm, cô giáo có thể tạo ra bao nhiêu đề kiểm tra khác nhau bằng cách đảo thứ tự các câu hỏi đó.

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp thứ tự để tạo một đề ta được một hoán vị của 9 câu hỏi. Do đó, số đề khác nhau có thể tạo ra là $9! = 362880$.

Câu 82: Có bao nhiêu số có 5 chữ số, các chữ số là đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 ?

Lời giải

Mỗi số như vậy tương ứng với một cách sắp xếp có thứ tự các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Như vậy, số các số có 5 chữ số thoả mãn yêu cầu của bài toán bằng số các hoán vị của 5, nghĩa là có

$$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120. \quad (\text{số})$$

Câu 83: Một tổ có 8 học sinh gồm 4 nữ và 4 nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh trong tổ:

- a) Thành một hàng dọc?
- b) Thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau?

Lời giải

- a) Có $8! = 40320$ cách xếp.
- b) Vì số lượng nam và nữ bằng nhau nên có hai trường hợp: nam đứng đầu hàng hoặc nữ đứng đầu hàng.

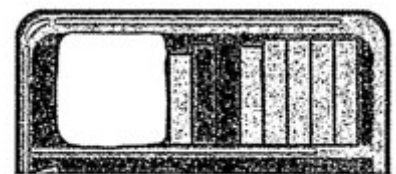
Số cách xếp nếu nam đứng đầu hàng là $4! \cdot 4! = 576$.

Số cách xếp nếu nữ đứng đầu hàng là $4! \cdot 4! = 576$.

Vậy số cách xếp một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau là:
 $576 + 576 = 1152$.

Câu 84: Có 5 cuốn sách Toán học khác nhau và 3 cuốn sách Sinh học khác nhau.

- a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn sách này thành một dãy trên giá sách?
- b) Nếu yêu cầu thêm các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau thì có bao nhiêu cách xếp?



Hình 1

Lời giải

- a) Mỗi cách sắp xếp 8 cuốn sách thành một dãy trên giá là một hoán vị của 8 cuốn sách này. Do đó, có $8! = 40320$ cách sắp xếp.

- b) Có $5!$ cách sắp xếp 5 cuốn sách Toán học cạnh nhau để thành một dãy. Có $3!$ cách sắp xếp 3 cuốn sách Sinh học cạnh nhau để thành một dãy. Có $2!$ cách sắp xếp 2 dãy trên cạnh nhau để thành một dãy mới. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách

sắp xếp các cuốn sách trên thành một dãy sao cho các sách cùng môn được xếp cạnh nhau là $5!3!2! = 1440$ (cách xếp).

Câu 85: Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau?

Lời giải

Ta đánh số vị trí của hàng bằng các số 1 đến 20. Vì các viên bi cùng màu không đứng gần nhau nên các viên bi cùng màu được đánh số cùng chẵn hoặc cùng lẻ. Cách sắp xếp 10 viên bi đỏ vào 10 vị trí cùng chẵn hoặc cùng lẻ có $10!$ cách. Cách sắp xếp 10 viên bi xanh vào 10 vị trí cùng chẵn hoặc cùng lẻ có $10!$ cách. Vậy có tất cả $2 \cdot 10! \cdot 10!$ cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao cho không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau.

Câu 86: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên:

- a) Gồm 9 chữ số đôi một khác nhau? b) Gồm 7 chữ số đôi một khác nhau?

Lời giải

a) Có $P_9 = 9! = 362880$ (số).

b) Có $A_9^7 = 181440$ (số).

Câu 87: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

Lời giải

Mỗi số tự nhiên lập được là một chỉnh hợp chập 5 của 7 chữ số đã cho. Số các số tự nhiên có thể lập được là: $A_7^5 = 2520$.

Câu 88: Có 12 thí sinh tham gia một cuộc thi âm nhạc. Hỏi có bao nhiêu cách trao ba giải cao nhất: Nhất, Nhì và Ba của cuộc thi cho các thí sinh?

Lời giải

Số cách trao giải bằng số cách lấy ra 3 người từ 12 thí sinh và xếp có thứ tự giữa họ, do đó chính là: $A_{12}^3 = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$ (cách)

Câu 89: Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Lời giải

Lập 3 chữ số tự nhiên từ tập các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ là chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử, nên số cách lập là $A_5^3 = 60$ cách.

Tuy nhiên, số có 3 chữ số thì hàng trăm phải khác 0, các số có dạng $\overline{0ab}$, thì số cách lập là: $A_4^2 = 12$ cách.

Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau, lập được từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ là: $60 - 12 = 48$ số.

Câu 90: Để chuẩn bị cho buổi biểu diễn, 3 anh hề phải chọn trang phục biểu diễn cho mình gồm mũ, tóc giả, mũi và quần áo. Đoàn xiếc có 10 chiếc mũ, 6 bộ tóc giả, 5 cái mũi hề và 8 bộ quần áo hề. Hỏi các anh hề có bao nhiêu cách chọn trang phục biểu diễn?

Lời giải

Để chọn trang phục biểu diễn, các anh hề có thể thực hiện 4 công đoạn, gồm:

- Công đoạn 1: chọn mũ;
- Công đoạn 2: chọn tóc giả;
- Công đoạn 3: chọn mũi giả;
- Công đoạn 4: chọn quần áo.

Có 3 anh hề và 10 chiếc mũ nên số cách chọn mũ để đội cho 3 anh hề là:
 $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ (cách)

Tương tự, có $A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ cách chọn tóc giả, có $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách chọn mũi hề và có $A_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ cách chọn quần áo.

Như vậy, theo quy tắc nhân thì số cách chọn trang phục của 3 anh hề là:
 $720 \cdot 120 \cdot 60 \cdot 336 = 1741824000$ (cách)

Câu 91: Bạn Nam đến cửa hàng mua 2 chiếc ghế loại A . Tại cửa hàng, ghế loại A màu xanh có 20 chiếc và ghế loại A màu đỏ có 15 chiếc. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A ?

Lời giải

Tổng số ghế loại A là: $20 + 15 = 35$ (chiếc)

Vậy số cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A là: $C_{35}^2 = 595$.

Câu 92: Một quán nhỏ bày bán hoa có 50 bông hồng và 60 bông cúc. Bác Ngọc muốn mua 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa trên. Bác Ngọc có bao nhiêu cách chọn hoa?

Lời giải

Tổng số bông hoa là: $50 + 60 = 110$ (bông)

Có C_{110}^5 cách chọn 5 bông hoa bất kì.

Có C_{50}^5 cách chọn 5 bông hoa hồng.

Có C_{60}^5 cách chọn 5 bông hoa cúc.

Có $C_{110}^5 - C_{50}^5 - C_{60}^5 = 114811250$ cách chọn 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa

- Câu 93:** Tổ Một có 9 thành viên. Tuần tới là phiên trực nhật của tổ, nên cần phân công 4 bạn đi bê ghế của lớp cho buổi chào cờ.
- a) Tổ có bao nhiêu cách phân công 4 bạn đi bê ghế?
b) Tổ có bao nhiêu cách chọn 5 bạn không phải đi bê ghế?



Lời giải

a) Mỗi cách phân công 4 bạn từ 9 bạn là một tổ hợp chập 4 của 9 bạn. Do đó, số cách phân công 4 bạn của tổ đi bê ghế là

$$C_9^4 = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 126 \quad (\text{cách}).$$

b) Tương tự, số cách chọn 5 bạn từ 9 bạn không phải đi bê ghế là

$$C_9^5 = \frac{9!}{5!4!} = 126 \quad (\text{cách}).$$

- Câu 94:** Một nhóm gồm 7 bạn đến trung tâm chăm sóc người cao tuổi làm từ thiện. Theo chỉ dẫn của trung tâm, 3 bạn hỗ trợ đi lại, 2 bạn hỗ trợ tắm rửa và 2 bạn hỗ trợ ăn uống. Có bao nhiêu cách phân công các bạn trong nhóm làm các công việc trên?

Lời giải

Việc phân công các bạn trong nhóm làm các công việc theo chỉ dẫn của trung tâm gồm 3 công đoạn:

- CD1: Chọn 3 bạn hỗ trợ đi lại trong 7 bạn đến trung tâm là một tổ hợp chập 3 của 7.

$$\Rightarrow \text{Có: } C_7^3 = 35 \quad (\text{cách chọn})$$

- CD2: Chọn 2 bạn hỗ trợ tắm rửa trong 6 bạn còn lại là một tổ hợp chập 2 của 6

$$\Rightarrow \text{Có: } C_6^2 = 15 \quad (\text{cách chọn})$$

- CD3: Chọn 2 bạn hỗ trợ ăn uống trong 4 bạn còn lại là một tổ hợp chập 2 của 4

$$\Rightarrow \text{Có: } C_4^2 = 6 \quad (\text{cách chọn})$$

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân có: $35 \cdot 15 \cdot 6 = 3150$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu đề.

- Câu 95:** Một lớp có 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn:

- a) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp?
b) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam?
c) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam?

Lời giải

a) Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 40 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 40. Số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp là: $C_{40}^3 = 9880$.

b) Mỗi cách chọn 2 học sinh nam trong 24 học sinh nam là một tổ hợp chập 2 của 24.
Số cách chọn 2 học sinh nam trong 24 học sinh nam là: $C_{24}^2 = 276$.

Mỗi cách chọn 1 học sinh nữ trong 16 học sinh nữ là một tổ hợp chập 1 của 16.

Số cách chọn 1 học sinh nữ trong 16 học sinh nữ là: $C_{16}^1 = 16$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam là: $276 \cdot 16 = 4416$.

c) Cách 1:

Để ban cán sự lớp có ít nhất 1 học sinh nam thì xảy ra các trường hợp:

Trường hợp 1:

Chọn 1 học sinh nam và 2 học sinh nữ có $C_{24}^1 \cdot C_{16}^2 = 24 \cdot 120 = 2880$ (cách chọn)

Trường hợp 2:

Chọn 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ có $C_{24}^2 \cdot C_{16}^1 = 276 \cdot 16 = 4416$ (cách chọn)

Trường hợp 3:

Chọn 3 học sinh nam có $C_{24}^3 = 2024$ (cách chọn).

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam là:

$$2880 + 4416 + 2024 = 9320.$$

Cách 2:

Số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp là: $C_{40}^3 = 9880$.

Số cách chọn 3 học sinh nữ làm ban cán sự của lớp là: $C_{16}^3 = 560$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam là:

$$9880 - 560 = 9320.$$



Câu 96: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5 .

B. $5!$.

C. $4!$.

D. 5.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 97: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

A. 60.

B. 120.

C. 24.

D. 48.

Lời giải

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có $5! = 120$ số cần tìm.

Câu 98: Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài là

- A. 120. B. 24. C. 5. D. 1.

Lời giải

Ta có số cách xếp 5 học sinh vào một bàn dài là số các hoán vị của 5 học sinh đó. Vậy kết quả là: $P_5 = 5! = 120$.

Câu 99: Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là

- A. 720. B. 966. C. 696. D. 669.

Lời giải

Chọn C

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, ta tìm được: $6!$ số.

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau nhưng bắt đầu bằng 12, ta tìm được: $4!$ số.

Vậy số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 là $6! - 4! = 696$ số.

Câu 100: Có bao nhiêu các sắp xếp 10 bạn học sinh thành một hàng ngang ?

- A. P_{10} . B. C_{10}^1 . C. A_{10}^1 . D. C_{10}^{10} .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 10 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của tập hợp có 10 phần tử.

Suy ra số cách sắp xếp là P_{10} .

Câu 101: Ban chấp hành chi đoàn lớp 11D có bạn An, Bình, Công. Hỏi có bao nhiêu cách phân công các bạn này vào các chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm?

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách phân công 3 bạn An, Bình, Công vào 3 chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm là một hoán vị của 3 phần tử. Vậy có $3! = 6$ cách.

Câu 102: Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?
A. 120. **B.** 625. **C.** 3125 **D.** 80.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 5 sinh viên vào 5 vị trí thỏa đề là một hoán vị của 5 phần tử.

Suy ra số cách xếp là $5! = 120$ cách.

Câu 103: Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?
A. 625. **B.** 3125. **C.** 120. **D.** 80.

Lời giải

Số cách phân công 5 vị trí trực khác nhau cho 5 người là: $5! = 120$.

Câu 104: Tính số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau.
A. $10!$. **B.** $7! \times 4!$. **C.** $6! \times 4!$. **D.** $6! \times 5!$.

Lời giải:

Chọn B

Sắp xếp 4 nữ sinh vào 4 ghế: $4!$ cách.

Xem 4 nữ sinh lập thành nhóm X, sắp xếp nhóm X cùng với 6 nam sinh: có $7!$ cách
vậy có $7! \times 4!$ cách sắp xếp.

Câu 105: Có một con mèo vàng, 1 con mèo đen, 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím. Xếp 6 con mèo thành hàng ngang vào 6 cái ghế, mỗi ghế một con. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ sao cho mèo vàng và mèo đen ở cạnh nhau.
A. 720. **B.** 120. **C.** 144. **D.** 240.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp con mèo vàng và con mèo đen ở cạnh nhau là: 2.

Xem nhóm con mèo vàng và đen này là một phần tử, cùng với 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím, ta được 5 phần tử. Xếp 5 phần tử này là: $5!$.

Vậy có: $2 \cdot 5! = 240$.

Câu 106: Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

- A. 35. B. 24. C. 720. D. 840.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840$.

Câu 107: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

- A. A_{10}^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^8 . D. 10^2 .

Lời giải

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 108: Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

- A. 55440. B. 120. C. 462. D. 39916800.

Lời giải

Số cách của huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^5 = 55440$.

Câu 109: Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

- A. 13800. B. 5600. C. Một kết quả khác. D. 6900.

Lời giải

Mỗi cách chọn 3 người ở 3 vị trí là một chỉnh hợp chập 3 của 25 thành viên.

Số cách chọn là: $A_{25}^3 = 13800$.

Câu 110: Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

- A. 6^{10} . B. $6!$. C. A_{10}^6 . D. C_{10}^6 .

Lời giải

Mỗi cách chọn 6 ghế từ 10 ghế sắp xếp 6 người là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy có A_{10}^6 cách chọn.

Câu 111: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

- A. C_{10}^2 B. 10^2 C. A_{10}^8 D. A_{10}^2

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 112: Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 90. C. 45. D. 80.

Lời giải

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10 phần tử nên số tập con cần tìm là $C_{10}^8 = 45$.

Câu 113: Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?

- A. 2300. B. 59280. C. 455 D. 9880.

Lời giải

Chọn D

Chọn 3 học sinh trong 40 học sinh nên ta có $C_{40}^3 = 9880$ cách chọn.

Câu 114: Một hộp đựng 50 viên bi gồm 10 viên bi màu trắng, 25 viên bi màu đỏ và 15 viên bi màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn 8 viên bi trong hộp đó mà không có viên bi nào màu xanh?

- A. C_{50}^8 . B. $C_{10}^8 + C_{25}^8$. C. C_{35}^8 . D. $C_{50}^8 - C_{15}^8$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 8 viên bi từ 35 viên bi trắng + đỏ là: C_{35}^8 .

Câu 115: Một đội xây dựng gồm 3 kĩ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kĩ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên:

- A. 420 cách. B. 120 cách. C. 252 cách. D. 360 cách.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 kĩ sư làm tổ trưởng có 3 cách, 1 công nhân làm tổ phó có 7 cách và 3 công nhân làm tổ viên có C_6^3 cách.

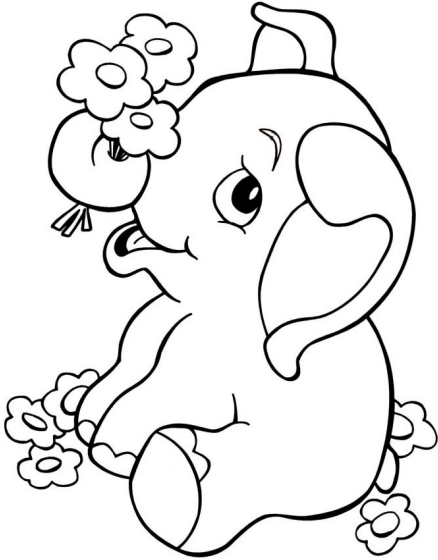
Vậy số cách lập tổ công tác theo yêu cầu là: $3 \times 7 \times C_6^3 = 420$ cách

Khi tắt cả mọi thứ dường như chống lại bạn, hãy nhớ rằng máy bay cất cánh được nhờ ngược chiều gió.

▮ BÀI GIẢNG 2 : XẾP NGƯỜI VÀ ĐỒ VẬT



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 116: Nhóm có 10 học sinh trong đó có 7 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10

học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho 7 học sinh nam phải đứng kề nhau. **ĐS: 120960.**

 **Lời giải :**

Câu 117: Bạn Nam có 4 quyển sách Toán, 6 quyển sách Tiếng Anh (các quyển sách là khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành hàng ngang sao cho:

a) Các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau (không có quyển sách Toán nào nằm giữa hai quyển sách Tiếng Anh và ngược lại)?

b) Các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau?

 **Lời giải :**

Câu 118: Xếp 4 nam và 3 nữ vào 9 ghế sao cho 3 ghế đầu tiên là nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp. **ĐS: 8640**

 **Lời giải :**

Câu 119: Cần xếp 3 nam và 2 nữ vào 1 hàng ghế có 7 chỗ ngồi sao cho 3 nam ngồi kế nhau và 2 nữ ngồi kế nhau. Hỏi có bao nhiêu cách

 **Lời giải :**

Câu 120: Một bàn dài có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để

- a) Bất cứ 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường với nhau.
- b) Bất cứ 2 học sinh nào ngồi đối diện nhau thì khác trường nhau?

ĐS: a) 1036800 cách b) 33177600 cách

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 121: Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kế nhau? **ĐS: $5!.8!$**

Lời giải

Bước 1: Buộc 5 quyển sách văn thành một và xếp chúng có: $5!$ (cách)

Bước 2: Coi 5 quyển bị buộc là một cuốn và xếp với các cuốn Toán còn lại có: $8!$ (cách)

Vậy số cách xếp là : $5!.8! = 4838400$ (cách)

Câu 122: Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam và 5 nữ vào 2 dãy ghế trên, có bao nhiêu cách:

a) Nam và nữ xếp tùy ý. **ĐS: $10!$** b) Nam 1 dãy ghế và nữ 1 dãy ghế. **ĐS: 28800.**

Lời giải

- a) Xếp tùy ý có $10!$ cách
b) Xếp 5 nam vào dãy thứ nhất có $5!$ cách
Xếp 5 nữ vào dãy thứ hai có $5!$ cách
Đảo chỗ hai dãy ghế với nhau có $2!$ cách
Vậy số cách xếp là $5!.5!.2! = 28800$

Câu 123: Có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 4 bạn nữ và 6 bạn nam vào dãy hàng ngang có 10 ghế mà không có hai bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

Lời giải

- Xếp 6 bạn nam thành một hàng có $6!$ cách
6 bạn Nam được xếp tạo ra 7 ô trống, để 4 nữ không có hai bạn nữ ngồi kế thì chúng ta xếp 4 bạn nữ vào 7 ô trống đó có: A_7^4 cách.
Vậy số cách xếp là $6!.A_7^4 = 604800$.

Câu 124: Xếp 3 nam và 2 nữ vào 8 ghế. Có bao nhiêu cách

- a) Xếp 5 người ngồi kế nhau **ĐS: 480.**
b) Xếp 3 nam ngồi kế, 2 nữ ngồi kế và giữa 2 nhóm có ít nhất một ghế trống. **ĐS: 144.**

Lời giải

- a) Buộc 3 nam và hai nữ thành một rồi xếp chúng $5!$ cách
Coi 8 ghế giờ là 4 ghế để xếp 5 người bị buộc vào có C_4^1 cách
Vậy số cách xếp là $5!.4 = 480$
b) Buộc ba nam thành một rồi xếp chúng $3! = 6$ cách
Buộc 2 nữ thành một rồi xếp chúng có $2!$ cách
Giờ công việc trở thành xếp hai bạn vào 5 ghế sao cho có ít nhất một ghế trống
 $A_5^2 - 2!.A_4^1 = 12$.
Vậy số cách xếp là $12.6.2 = 144$

Câu 125: Có 5 nam và 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy ghế có 5 ghế. Hỏi

- a) Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai người đối diện khác phái. **ĐS: 46080** cách
b) Có bao nhiêu cách xếp mà nam và nữ ngồi xen kẽ và đối diện. **ĐS: 28800** cách
ĐS: a) 460800 cách b) 28800 cách

Lời giải

a) Xếp 5 nam vào dãy ghế đầu có $5! = 120$ cách

Xếp 5 nữ vào dãy ghế thứ hai có $5! = 120$ cách

Đổi chỗ hai vị trí đối diện cho nhau có : $2^5 = 32$ cách

Vậy số cách xếp là : $120.120.32 = 460800$

b) Xếp 5 bạn nam vào vị trí 1;3;5;7;9 có $5!$

Xếp 5 nữ vào vị trí 2;4;6;8;10 có $5!$ Cách

Đảo chỗ hai dãy cho nhau có $2!$ Cách

Vậy số cách xếp là $5!.5!.2! = 28800$



Câu 126: Một học sinh có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 2 cuốn Toán, 4 cuốn Văn và 6 cuốn Anh. Hỏi có bao nhiêu cách xếp tất cả các cuốn sách lên một kệ sách dài, nếu các cuốn sách cùng môn được xếp kế nhau. **ĐS: 207360 cách.**

Lời giải

Bước 1: Cột 2 cuốn Toán thành một và xếp chúng có $2!$ cách

Cột 4 cuốn Văn thành một và xếp chúng có $4!$ cách

Cột 6 cuốn Anh thành một và xếp chúng có $6!$ cách

Bước 2: Xếp ba chồng đã cột với nhau có $3!$ cách

Số cách xếp là $2!.4!.6!.3! = 207360$

Câu 127: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn, trong đó có An và Bình vào 10 ghế kê thành hàng ngang sao cho:

a) Hai bạn An và Bình ngồi cạnh nhau. **ĐS: 725760.**

b) Hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau. **ĐS: 2903040.**

Lời giải

a) Buộc An và Bình rồi xếp có $2!$ cách

Coi An và Bình là một bạn rồi xếp với 8 bạn còn lại có $9!$ cách

Số cách xếp là $2!.9! = 725760$

b) Số cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau là : $10! - 725760 = 2903040$

Câu 128: Xếp 3 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh giống nhau vào một dãy 7 ô trống. Hỏi

a) Có bao nhiêu cách xếp khác nhau? **ĐS: 840 cách.**

b) Có bao nhiêu cách xếp khác nhau sao cho 3 viên bi đỏ xếp cạnh nhau và 3 viên bi xanh xếp cạnh nhau. **ĐS: 36 cách.**

Lời giải

a) Số cách xếp 6 viên khác nhau vào 7 ô trống là A_7^6

Vì 3 viên bi xanh giống nhau nên sự đổi chỗ của 3 bi xanh không được tính là cách

xếp khác nhau. Nên số cách xếp là $\frac{A_7^6}{3!} = 840$ (cách).

b) Buộc 3 viên bi đỏ thành một và xếp chúng có $3! = 6$ (cách)

Buộc ba viên bi xanh giống nhau thành một có 1 cách xếp

Xếp các viên đã buộc vào 3 vị trí có $A_3^2 = 6$ cách

Vậy số cách xếp là $6.6 = 36$ cách.

Câu 129: Thầy Hạnh đẹp zai có 12 cuốn sách đôi một khác nhau trong đó có 5 cuốn Văn, 4 cuốn Nhạc và 3 cuốn Họa. Thầy muốn lấy ra 6 cuốn và tặng cho 6 học sinh A, B, C, D, E, F mỗi em một cuốn.

a) Giả sử thầy giáo chỉ muốn tặng cho các học sinh trên những cuốn sách thuộc về 2 thể loại Văn và Nhạc. Hỏi có bao nhiêu cách tặng. **ĐS: 60480.**

b) Giả sử thầy giáo muốn rằng sau khi tặng sách xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn lại ít nhất 1 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn. **ĐS: 579600.**

Lời giải

a) Thầy tặng học sinh 9 cuốn trong 2 thể loại Văn và Nhạc cho 6 bạn là $A_9^6 = 60480$ cách.

b) Số cách tặng 6 cuốn từ 12 cuốn là : $A_{12}^6 = 665280$

TH1: Thầy tặng hết sách Văn có: $A_6^5 \cdot 7 = 5040$

TH2: Thầy tặng hết sách Nhạc có : $A_6^4 \cdot A_8^2 = 20160$

TH3: Thầy tặng hết sách Họa có : $A_6^3 \cdot A_9^3 = 60480$

Vậy số cách tặng là : $665280 - (5040 + 20160 + 60480) = 579600$ cách

Câu 130: Cần xếp 3 nam và 2 nữ vào một hàng ghế có 7 chỗ ngồi sao cho 3 nam ngồi kế nhau và 2 nữ ngồi kế nhau. Hỏi có bao nhiêu cách. **ĐS: 144 cách**

Lời giải

Buộc hai nam thành một và xếp chúng có $3! = 6$ cách.

Buộc hai nữ thành một và xếp chúng có $2! = 2$ cách.

Coi ba nam là một bạn và hai nữ là một bạn xếp vào bốn ghế trống $A_4^2 = 12$.

Số cách xếp là : $2.6.12 = 144$ cách



Câu 131: Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

A. 24.

B. 72.

C. 12.

D. 48.

Lời giải

Chọn B

+) Xếp 5 bạn vào 5 chỗ ngồi có $5!$ cách.

+) Xếp An và Dũng ngồi cạnh nhau có 2 cách. Xem An và Dũng là 1 phần tử cùng với 3 bạn còn lại là 4 phần tử xếp vào 4 chỗ. Suy ra số cách xếp 5 bạn sao cho An và Dũng luôn ngồi cạnh nhau là: $2.4!$ cách.

Vậy số cách xếp 5 bạn vào 5 ghế sao cho An và Dũng không ngồi cạnh nhau là:

$$5! - 2.4! = 72.$$

Câu 132: Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

A. 5760.

B. 2880.

C. 120.

D. 362880.

Lời giải

Xếp 4 học sinh nam thành hàng dọc có $4!$ cách xếp.

Giữa 4 học sinh nam có 5 khoảng trống ta xếp các bạn nữ vào vị trí đó nên có $5!$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $4!5! = 2880$ cách xếp thỏa mãn bài ra.

Câu 133: Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600.

B. 518400.

C. 725760.

D. 103680.

Lời giải

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng: $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $5!$.

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!.4!.5!.3! = 103680$ cách.

Câu 134: Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kế nhau?

- A. $5!.8!$. B. $5!.7!$. C. $2.5!.7!$. D. $12!$.

Lời giải

Chọn A

Vì các sách Văn phải xếp kế nhau nên ta xem 5 cuốn sách Văn là một phần tử.

Xếp 7 cuốn sách toán lên kệ có $7!$ cách.

Giữa 7 cuốn sách Toán có 8 khoảng trống, ta xếp phần tử chứa 5 cuốn sách Văn vào 8 vị trí đó có 8 cách.

5 cuốn sách Văn có thể hoán đổi vị trí cho nhau ta được $5!$ cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $8.7!.5! = 8!.5!$.

Câu 135: Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

- A. A_{11}^5 . B. C_{11}^5 . C. $A_{11}^2.5!$. D. C_{10}^5 .

Lời giải

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^5

Câu 136: Trong một lớp có 30 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

- A. 30^2 B. A_{30}^{28} C. A_{30}^2 D. C_{30}^2

Lời giải

Mỗi cách chọn một bạn làm lớp trưởng và một bạn làm lớp phó là chỉnh hợp chập 2 của 30 phần tử nên số cách chọn là A_{30}^2 .

Câu 137: Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?

- A. 30240 cách. B. 720 cách. C. 362880 cách. D. 1440 cách.

Lời giải

Chọn A

Xếp 8 người thành hàng ngang có P_8 cách.

Xếp 8 người thành hàng ngang sao cho 2 thầy giáo đứng cạnh nhau có $7.2!.6!$ cách.

Vậy số cách xếp cần tìm là: $P_8 - 7.2!.6! = 30240$ cách.

Câu 138: Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế (số ở ghế). Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

- A. $4! \cdot 4! \cdot 2^4$. B. $4! \cdot 4!$. C. $4! \cdot 2$. D. $4! \cdot 4! \cdot 2$.

Lời giải

Chọn A

Xếp 4 bạn nam vào một dãy có $4!$ (cách xếp).

Xếp 4 bạn nữ vào một dãy có $4!$ (cách xếp).

Với mỗi một số ghế có 2 cách đổi vị trí cho bạn nam và bạn nữ ngồi đối diện nhau.

Số cách xếp theo yêu cầu là: $4! \cdot 4! \cdot 2^4$ (cách xếp).

- Câu 139:** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là
- A. 10^3 . B. 3×10 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^3 .

Lời giải

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3 .

- Câu 140:** Lớp 11A có 38 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 3 bạn học sinh để sắp xếp làm Lớp trưởng, Lớp phó và Thư kí. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra như vậy?
- A. 50616. B. 8436. C. 114. D. 41.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 học sinh trong 38 học sinh và sắp xếp ba học sinh vào ba chức vụ khác nhau: Lớp trưởng, Lớp phó, Bí thư. Mỗi cách chọn ra 3 học sinh như vậy là một chỉnh hợp chập 3 của 38 phần tử.

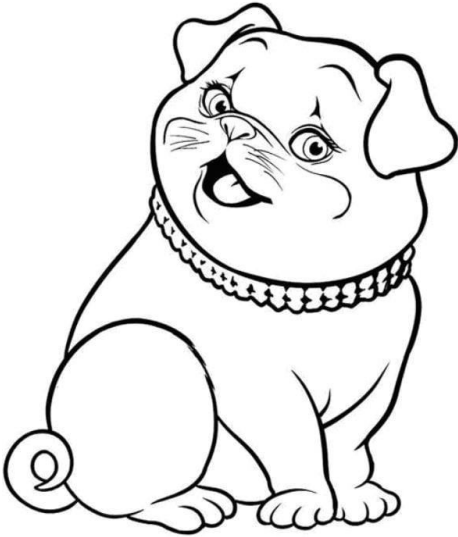
Vậy số cách chọn là: $A_{38}^3 = 50616$.

Đừng cố cân bằng giữa học tập và vui chơi. Thay vào đó hãy biến học tập thành niềm vui của bạn.

▣ BÀI GIẢNG 3 : CHỌN NGƯỜI VÀ ĐỒ VẬT



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 141: Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó

nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác. **ĐS: 111300 cách**

 **Lời giải :**

Câu 142: Một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 6 viên bi vàng. Người ta chọn 4 viên từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong số bi lấy ra không có đủ 3 màu. **ĐS: 645 cách**

 **Lời giải :**

Câu 143: Một tổ gồm 8 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một nhóm 5 người trong đó có không quá 3 nữ? **ĐS: 1876 cách.**

 **Lời giải :**

Câu 144: Một bó hoa có 14 bông hoa gồm 3 bông hồng, 5 bông xanh còn lại là bông vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông trong đó phải có đủ ba màu? **ĐS: 630630**

 **Lời giải :**

Câu 145: Trong một bài thi bằng hình thức trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 và mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Nếu thí sinh chọn ngẫu nhiên đáp án của tất cả câu hỏi thì số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là bao nhiêu ?

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 146: Một tổ công nhân 9 người làm vệ sinh cho một toà nhà lớn. Cần phân công 3 người lau cửa sổ, 4 người lau sàn và 2 người lau cầu thang. Tổ có bao nhiêu cách phân công?

Lời giải

Có C_9^3 cách chọn 3 trong 9 người để lau cửa sổ. Tiếp theo, có C_6^4 cách chọn 4 trong 6 người còn lại để lau sàn. Cuối cùng, có C_2^2 cách chọn 2 người trong 2 người còn lại để lau cầu thang.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $C_9^3 C_6^4 C_2^2 = 84 \cdot 15 \cdot 1 = 1260$ cách phân công.

Câu 147: [B-2005] Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam, 1 nữ. **ĐS: 207900 cách**

Lời giải

Số cách phân công về tỉnh thứ nhất $C_{12 \cdot 3}^{4 \cdot 1} = 1485$

Số cách phân công về tỉnh thứ hai $C_{8 \cdot 2}^{4 \cdot 1} = 140$

Số cách phân công về tỉnh thứ ba $C_{4 \cdot 1}^{4 \cdot 1} = 1$

Số cách phân công là $140 \cdot 1485 = 207900$

Câu 148: [D 2006] Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Tính số cách chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. **ĐS: 225 cách**

Lời giải

Chọn 4 học sinh bất kì trong 12 học sinh: $C_{12}^4 = 495$

Chọn 4 học sinh thuộc cả ba lớp có : $C_5^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1 + C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2 = 210$

Vậy số cách chọn 4 học sinh không quá 2 trong 3 lớp: $495 - 210 = 225$

Câu 149: [B-2004] Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình, 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (Khó, TB, Dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2. **ĐS: 56875 đề.**

Lời giải

Số cách ra đề $C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1 + C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2 + C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1 = 56875$

Câu 150: Một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 6 viên bi vàng. Người ta chọn ra 4 viên bi từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong số bi lấy ra không có đủ cả 3 màu. **ĐS: 1344 cách.**

Lời giải

Số cách chọn bốn viên tùy ý : $C_{15}^4 = 1365$

Số cách chọn bốn viên đủ ba màu: $C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2 = 720$

Số cách chọn trong số bi lấy ra không đủ ba màu là : $1365 - 720 = 645$



Câu 151: Có hai chuồng gà, chuồng 1 nhốt 3 gà trống và 4 gà mái, chuồng 2 nhốt 4 gà trống và 5 gà mái. Hỏi có bao nhiêu cách bắt một lần 3 con gà từ một trong hai chuồng đã cho, trong đó có hai gà trống và một gà mái. **ĐS: 42 cách**

Lời giải

Số cách chọn 3 con trong đó hai trống và một mái là : $C_3^2 \cdot C_4^1 + C_4^2 \cdot C_5^1 = 42$ cách

Câu 152: Một tổ công nhân 9 người làm vệ sinh cho một toà nhà lớn. Cần phân công 3 người lau cửa sổ, 4 người lau sàn và 2 người lau cầu thang. Tổ có bao nhiêu cách phân công?

Lời giải

Có C_9^3 cách chọn 3 trong 9 người để lau cửa sổ. Tiếp theo, có C_6^4 cách chọn 4 trong 6 người còn lại để lau sàn. Cuối cùng, có C_2^2 cách chọn 2 người trong 2 người còn lại để lau cầu thang.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $C_9^3 C_6^4 C_2^2 = 84 \cdot 15 \cdot 1 = 1260$ cách phân công.

Câu 153: Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ tham gia vào đội y tế cứu trợ thiên tai.

- Cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?
- Cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

Lời giải

a) Mỗi cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa là một tổ hợp chập 3 của 12 bác sĩ này. Do đó, có C_{12}^3 cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa. Có C_{10}^2 cách chọn 2 trong 10 bác sĩ ngoại khoa. Áp dụng quy tắc nhân, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa là: $C_{12}^3 C_{10}^2 = 220 \cdot 45 = 9900$ (cách).

b) Có hai phương án thực hiện.

Phương án 1: Chọn 2 bác sĩ nội khoa và 3 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^2 C_{10}^3$ cách chọn.

Phương án 2: Chọn 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 C_{10}^2$ cách chọn. Áp dụng quy tắc cộng, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa là: $C_{12}^2 C_{10}^3 + C_{12}^3 C_{10}^2 = 66 \cdot 120 + 220 \cdot 45 = 17820$ (cách).

Câu 154: Có 10 quyển sách Toán giống nhau, 11 quyển sách Lý giống nhau và 9 quyển sách Hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất khối A trong kì thi, biết phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

ĐS: 630630

Lời giải

Chia phần quà thành hai cuốn khác loại. giả sử có x phần quà Toán + Lý, y phần

$$\begin{cases} x + z = 10 \\ x + y = 11 \\ y + z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}$$

quà Lý+Hóa, z phần quà Hóa+Toán:

Vậy có 6 phần quà Toán+Lý, 5 phần quà Lý+Hóa, và 4 phần quà Hóa+Toán.

Số cách phát quà là: $C_{15}^6 \cdot C_9^5 \cdot C_4^4 = 630630$

Câu 155: Từ một nhóm gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B, 5 học sinh khối C. Chọn ra 15 học sinh sao cho có ít nhất 5 học sinh khối A và đúng 2 học sinh khối C. Tính số cách chọn. **ĐS:**

Lời giải

Loại 1: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A có $C_5^2 \cdot C_{25}^{13}$ (cách)

Loại 2: Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B và khối A không thỏa yêu cầu

TH1: Chọn 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 \cdot C_{10}^{10} \cdot C_{15}^3$ (cách)

TH2: Chọn 2 học sinh khối C, 9 học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2 \cdot C_{10}^9 \cdot C_{15}^4$ (cách)

Vậy có $C_5^2 \cdot (C_{25}^{13} - C_{10}^{10} \cdot C_{15}^3 - C_{10}^9 \cdot C_{15}^4) = 51861950$ (cách)



Câu 156: Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

- A. 2256. B. 2304. C. 1128. D. 96.

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong 48 là một tổ hợp chập 2 của 48 phần tử.

Suy ra số cách chọn là $C_{48}^2 = 1128$.

Câu 157: Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

- A. 720. B. 10^3 . C. 120. D. 210.

Lời giải

Số cách phân công là: $C_{10}^3 = 120$.

Câu 158: Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

- A. 10. B. 20. C. 5. D. 6.

Lời giải

Số cách lấy ra hai viên bi là $C_5^2 = 10$.

Câu 159: Một hộp đựng 50 viên bi gồm 10 viên bi màu trắng, 25 viên bi màu đỏ và 15 viên bi màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn 8 viên bi trong hộp đó mà không có viên bi nào màu xanh?

- A. C_{50}^8 . B. $C_{10}^8 + C_{25}^8$. C. C_{35}^8 . D. $C_{50}^8 - C_{15}^8$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 8 viên bi từ 35 viên bi trắng + đỏ là: C_{35}^8 .

Câu 160: Số cách chia 12 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất hai phần quà là
A. 28 . B. 36 . C. 56 . D. 72 .

Lời giải

+ Chia trước cho mỗi học sinh một phần quà thì số phần quà còn lại là 9 phần quà.

+ Chia 9 phần quà cho 3 học sinh sao cho học sinh nào cũng có ít nhất một phần quà:

Đặt 9 phần quà theo một hàng ngang, giữa các phần quà sẽ có 8 khoảng trống, chọn 2 khoảng trống trong 8 khoảng trống đó để chia 9 phần quà còn lại thành 3 phần quà mà mỗi phần có ít nhất một phần quà, có C_8^2 . Vậy tất cả có $C_8^2 = 28$ cách chia.

Câu 161: Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

A. $C_{10}^3 C_8^2$. B. $A_{10}^3 A_8^2$. C. $A_{10}^3 + A_8^2$. D. $C_{10}^3 + C_8^2$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 3 học sinh nam từ 10 học sinh nam là: C_{10}^3 .

Số cách chọn ra 2 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ là: C_8^2 .

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu là: $C_{10}^3 C_8^2$.

Câu 162: Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự, mỗi ông bắt tay với một người trừ vợ mình, các bà không ai bắt tay nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay.

A. 234 . B. 312 . C. 78 . D. 185 .

Lời giải

Chọn A

Số cái bắt tay của 13 cặp vợ chồng không có điều kiện gì là $C_{26}^2 = 325$.

Số cái bắt tay của 13 bà vợ với nhau là $C_{13}^2 = 78$.

Số cái bắt tay của 13 cặp vợ chồng với nhau (chồng bắt tay với vợ) là 13 .

Số cái bắt tay thỏa mãn yêu cầu bài toán là $325 - 78 - 13 = 234$.

Câu 163: Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

A. 6 . B. 16 . C. 20 . D. 32 .

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 học sinh tùy ý từ nhóm 6 học sinh có: C_6^3 cách.

Chọn 3 học sinh nam từ 4 học sinh nam có: C_4^3 cách.

Do đó, số cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ là: $C_6^3 - C_4^3 = 16$ cách.

Câu 164: Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lí thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lí thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau.

A. 100.

B. 36.

C. 96.

D. 60.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: 2 câu lí thuyết, 1 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$ (đề)

Trường hợp 2: 1 câu lí thuyết, 2 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^1 \cdot C_6^2 = 60$ (đề)

Vậy có thể tạo được số đề khác nhau là: $36 + 60 = 96$ (đề)

Câu 165: Một đội xây dựng gồm 3 kĩ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kĩ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên:

A. 420 cách.

B. 120 cách.

C. 252 cách.

D. 360 cách.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 kĩ sư làm tổ trưởng có 3 cách, 1 công nhân làm tổ phó có 7 cách và 3 công nhân làm tổ viên có C_6^3 cách.

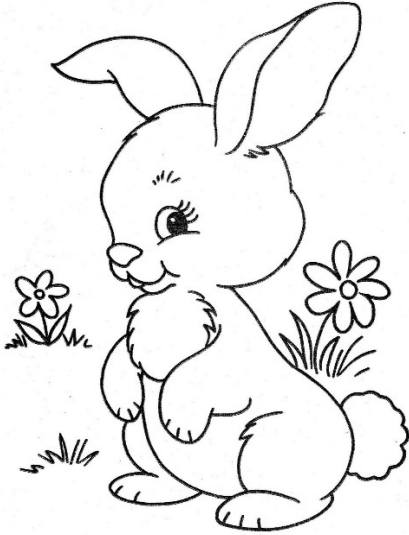
Vậy số cách lập tổ công tác theo yêu cầu là: $3 \times 7 \times C_6^3 = 420$ cách

Cuộc sống như chiếc gương, bạn chỉ nhận được kết quả tốt đẹp nhất khi mỉm cười với nó.

▮ BÀI GIẢNG 4 : BÀI TOÁN ĐẾM LIÊN QUAN HÌNH HỌC



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 166: Cho 8 điểm sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác với 3 đỉnh là 3 điểm trong 8 điểm đã cho?

 **Lời giải :**

Câu 167: Tính số đường chéo của một đa giác lồi có 12 đỉnh.

 **Lời giải :**

Câu 168: Cho hai đường thẳng song song $d_1 // d_2$, trên d_1 có 10 điểm phân biệt và trên d_2 có n điểm phân biệt. Biết rằng có 2800 tam giác được tạo thành từ các đỉnh trên d_1, d_2 . **ĐS: 20**

 **Lời giải :**

Câu 169: Cho đa giác đều $A_1A_2 \dots A_{2n}$ nội tiếp (C) tâm O . Số tam giác có 3 đỉnh trong $2n$ đỉnh gấp 20 lần số hình chữ nhật có 4 đỉnh trong $2n$ đỉnh của đa giác. Tìm n . **ĐS:**

 **Lời giải :**

Câu 170: Cho một đa giác lồi có 10 cạnh, tính số tam giác có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác mà các cạnh không phải là các cạnh của đa giác. **ĐS:**

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 171: Cho một đa giác lồi (H) 15 cạnh

- Có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của (H)
- Có bao nhiêu đoạn thẳng có hai đầu mút là các đỉnh của (H)

Lời giải

- Số vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của (H) : $A_{15}^2 = 210$ vectơ.
- Số đoạn thẳng có hai đầu mút là các đỉnh của (H) : $C_{15}^2 = 105$ (đoạn thẳng)

Câu 172:[D-2014] Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Tìm n biết đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Lời giải

$$C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Số đoạn thẳng tạo ra từ n đỉnh là :

Trong số đoạn thẳng đó thì có đường chéo và cạnh của đa giác.

$$\frac{n(n-1)}{2} - n = 27$$

Số đường chéo là :

Câu 173: Cho 10 đường thẳng song song lần lượt cắt 8 đường thẳng song song khác. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo thành từ các đường thẳng trên. **ĐS: 1260.**

Lời giải

Cứ hai đường thẳng song song trong nhóm A và hai đường thẳng song song trong nhóm B tạo thành một hình bình hành.

Chọn 2 đường thẳng trong 10 đường thẳng của nhóm A có C_{10}^2 cách.

Chọn 2 đường thẳng trong 8 đường thẳng của nhóm B có C_8^2 cách.

Vậy số hình bình hành tạo thành là $C_{10}^2 \cdot C_8^2 = 1260$ hình.

Câu 174: Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 . **ĐS: 5950**

Lời giải

Số tam giác tạo thành từ 3 điểm trong 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 là :

$$C_{17}^1 \cdot C_{20}^2 + C_{17}^2 \cdot C_{20}^1 = 5950$$

Câu 175: Cho tam giác ABC . Xét tập hợp 4 đường thẳng song song với AB , 5 đường thẳng song song với BC và 6 đường thẳng song song với CA . Hỏi các đường thẳng này tạo được bao nhiêu tam giác, có bao nhiêu hình thang (không kể các hình bình hành) với điều kiện không có 3 đường nào của họ đường thẳng không đồng quy. **ĐS: 720**

Lời giải

Gọi $d_1, \dots, d_4$ là 4 đường thẳng song song với BC

Gọi $\Delta_1, \dots, \Delta_5$ là 5 đường thẳng song song với AC

Gọi $a_1, \dots, a_6$ là 6 đường thẳng song song với AB

Cứ 2 đường thẳng song song và hai đường thẳng không song song tạo thành một hình thang.

Vậy số hình thang là: $C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2$.



Câu 176: Một hình đa giác đều gồm 20 cạnh. Hỏi có thể lập được

a) Bao nhiêu hình chữ nhật từ các đỉnh của đa giác trên?

b) Bao nhiêu hình tam giác từ các đỉnh của tam giác trên?

c) Bao nhiêu đường chéo?

Lời giải

a) Nhận thấy các hình chữ nhật được tạo thành có 2 đường chéo đi qua tâm O của đa giác. Ta có số đường chéo của đa giác đi qua tâm O là 10 . Chọn 2 trong 10 đường chéo thì lập được một hình chữ nhật.

Vậy $C_{10}^2 = 45$ hình chữ nhật.

b) Một tam giác có 3 đỉnh không sắp thứ tự nên số tam giác: $C_{20}^3 = 1140$.

c) Một đường chéo được tạo thành từ hai điểm và trừ các cạnh của đa giác đó nên số đường chéo: $C_{20}^2 - 20 = 170$

Câu 177: Cho n điểm phân biệt ($n > 1$). Biết rằng, số đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho bằng 78. Tìm n .

Lời giải

Số đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho là $C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$. Theo đề bài, ta có:

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = 78 \Rightarrow \frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!} = 156 \Rightarrow n^2 - n - 156 = 0$$

Giải phương trình $n^2 - n - 156 = 0 (n > 1)$ ta có: $n = 13$ hoặc $n = -12$ (loại). Vậy $n = 13$.

Câu 178: Cho đa giác đều có n cạnh, số đường chéo gấp đôi số cạnh. Tính số cạnh đa giác đó?
ĐS: 7

Lời giải

Số đoạn thẳng tạo ra từ n đỉnh là: $C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$
Trong số đoạn thẳng đó thì có đường chéo và cạnh của đa giác.

Số đường chéo gấp đôi số cạnh là: $\frac{n(n-1)}{2} - n = 2n \Leftrightarrow n^2 - 7n = 0 \Leftrightarrow n = 7$

Câu 179: Cho đa giác đều $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{Z}^+$). Gọi a là số đường chéo của đa giác và b là số hình chữ nhật có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác. Tìm n biết $6a = 23b$. **ĐS:** 13.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác $2n$ đỉnh là: $C_{2n}^2 - n = \frac{2n!}{(2n-2)!2!} - 2n = (2n-1)n - 2n = 2n^2 - 3n$

Cứ 2 đường chéo qua tâm của của đa giác đều sẽ tạo thành 1 hình chữ nhật. vậy số hình chữ nhật có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác: $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$.

$$6a = 23b \Leftrightarrow 6(2n^2 - 3n) = 23 \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n = 13$$

Theo đề:

Câu 180: Cho n điểm trong mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác mà đỉnh với các điểm đã cho gấp đôi số đoạn thẳng nối từ các điểm ấy.

Lời giải

Số đoạn thẳng: $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$

Số tam giác: $C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

Số tam giác mà đỉnh với các điểm đã cho gấp đôi số đoạn thẳng nối từ các điểm ấy:

$$2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow n = 8$$



Câu 181: Cho một đa giác đều có 10 cạnh. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh thuộc các đỉnh của đa giác đã cho.

- A. 720. B. 35. C. 120. D. 240.

Lời giải

Ta có đa giác đều có 10 cạnh nên đa giác đều có 10 đỉnh.

Mỗi tam giác là một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.

Vậy có $C_{10}^3 = 120$ tam giác.

Câu 182: Cho 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên ?

- A. 336. B. 56. C. 168. D. 84.

Lời giải

Ta có số tam giác tạo thành từ 8 điểm trên là số tổ hợp chập 3 điểm của 8 điểm. Suy ra kết quả là: $C_8^3 = 56$.

Câu 183: Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

- A. 170. B. 190. C. 360. D. 380.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác đều n cạnh là $C_n^2 - n$.

Với $n = 20$ thì $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Câu 184: Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo

- A. 15. B. 5. C. 9. D. 24.

Lời giải

Số đường chéo của lục giác đều (6 cạnh là) : $(x - 1)^6$

Câu 185: Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

- A. 50. B. 100. C. 120. D. 45.

Lời giải

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 186: Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

- A. A_{20}^3 . B. $3!C_{20}^3$. C. 10^3 . D. C_{20}^3 .

Lời giải

Số tam giác bằng với số cách chọn 3 phần tử trong 20 phần tử. Do đó có C_{20}^3 tam giác.

Câu 187: Cho 20 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm này?

- A. 8000. B. 6480. C. 1140. D. 600.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 điểm từ 20 điểm ta có một tam giác nên số tam giác tạo thành từ 20 điểm đã cho là $C_{20}^3 = 1140$.

Câu 188: Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O?

- A. C_{12}^4 . B. 3. C. 4!. D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: Số cách lấy 4 điểm phân biệt bất kì từ 12 điểm phân biệt trên đường tròn tâm O sẽ là số tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O được tạo thành. Vậy có C_{12}^4 tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O được tạo thành.

Câu 189: Cho đa giác đều có 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho?

- A. C_{2018}^4 . B. C_{1009}^4 . C. C_{2018}^2 . D. C_{1009}^2 .

Lời giải

Chọn D

Số đường chéo qua tâm là 1009.

Số hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho bằng số cách lấy hai đường chéo qua tâm, do đó số hình chữ nhật là C_{1009}^2 .

Câu 190: Trong mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập điểm đã cho?

A. 6^3 .

B. 3^4 .

C. A_6^3 .

D. C_6^3 .

Lời giải

Chọn D

Lấy 3 điểm trong 6 điểm lập thành tam giác có C_6^3 cách.

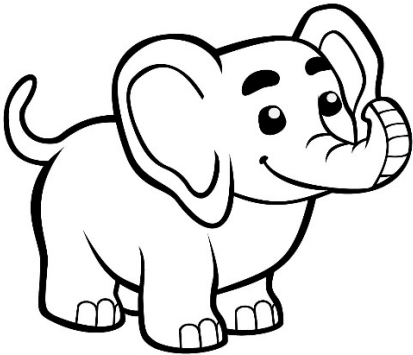
Một hôm thầy Hạnh trêu bạn Pi của mình : "Nhà mình sắp nuôi một con lợn, cần phân chia công việc, một người sẽ cho nó ăn mỗi ngày, một người thì dọn phòng nó, một người thì tắm cho nó. Con chọn việc gì? "Pi đáp ngay:" Con làm lợn."

CEO NCH: Sự lựa chọn mà bạn đưa ra cho người khác là thứ mà bạn muốn họ làm, nhưng đó không hẳn là thứ họ mong muốn. Thế nên đôi khi dù bạn đã cố hết sức, cứ nghĩ rằng điều bạn làm là tốt cho đối phương, nhưng họ lại từ chối lòng tốt của bạn.

▮ BÀI GIẢNG 5 : BÀI TOÁN ĐẾM SỐ



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 191: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau sao cho các số 1; 2; 3 luôn đứng cạnh nhau. **ĐS: 684 số.**

 Lời giải :

Câu 192: Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ A có thể :

- Lập được bao nhiêu số có 4 chữ số . **ĐS: 6.7^3 số**
- Lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 . **ĐS: 660 số.**
- Lập bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau và là số lẻ . **ĐS: 300 số.**
- Lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 3. **ĐS: 68 số.**
- Lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau sao cho số liền sau lớn hơn số liền trước.
- Lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau sao cho số chẵn xen kẽ với chữ số lẻ.

 **Lời giải :**

Câu 193: Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên :

a) Có 4 chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt chữ số 0 và 5. **ĐS: 108 số.**

b) Có 3 chữ số khác nhau từ A sao cho tích các chữ số là một số chẵn. **ĐS: 94 số.**

 **Lời giải :**

Câu 194: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số sao cho chữ số 2 có mặt hai lần, chữ số 3 có mặt ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá 1 lần. **ĐS: 11340 số.**

 **Lời giải :**

Câu 195: Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Từ A lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và :
a) Hai chữ số 1; 2 không đứng cạnh nhau. **ĐS: 240 số.**
b) Số đó lớn hơn 2015. **ĐS: 237 số**

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 196: Phân tích số 10125 ra thừa số nguyên tố rồi tìm số ước nguyên dương của nó.

Lời giải

Ta có: $10125 = 3^4 \cdot 5^3$. Một ước nguyên dương của 10125 thì có dạng $3^m \cdot 5^n$, trong đó m, n là hai số tự nhiên sao cho $0 \leq m \leq 4, 0 \leq n \leq 3$.

Như vậy, để tạo ra một ước nguyên dương của 10125 ta làm như sau:

- Chọn số tự nhiên m mà $0 \leq m \leq 4$ có 5 cách chọn.
- Chọn số tự nhiên n mà $0 \leq n \leq 3$ có 4 cách chọn.
- Lấy tích $3^m \cdot 5^n$.

Vì vậy, số ước nguyên dương của 10125 là: $5 \cdot 4 = 20$ (số).

Câu 197: Từ các chữ số sau đây, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau?

a) 1; 2; 3; 4; 5; 6

b) 0; 1; 2; 3; 4; 5

Lời giải

a) Chọn 4 chữ số trong 6 chữ số đã cho lập thành số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Do đó, số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau là:

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = 360$$

số có 4 chữ số khác nhau.

b)

- CĐ1: Chọn chữ số hàng nghìn là chữ số khác 0 $\Rightarrow$ Có 5 cách chọn.

- CĐ2: Chọn 3 chữ số trong 5 chữ số còn lại là một chỉnh hợp chập 3 của 5 $\Rightarrow$ Có $A_5^3 = 60$ cách chọn.

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân, có $5 \cdot 60 = 300$ số thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 198: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên:

a) Có bốn chữ số khác nhau?

b) Có bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

c) Có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 4500 ?

Lời giải

a) Để lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ 6 chữ số đã cho, ta chọn 4 trong 6 chữ số đó và sắp xếp theo một thứ tự. Do đó, có thể coi mỗi số đó là một chỉnh hợp chập 4 của 6 chữ số đó. Do đó, có $A_6^4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ số như vậy.

b) Để số lập được chia hết cho 5, chữ số tận cùng của nó phải chia hết cho 5. Vậy chữ số tận cùng là 5. Có A_5^3 cách chọn 3 trong 5 chữ số còn lại để viết các chữ số còn lại. Một số chia hết cho 5 thì $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

c) Kí hiệu $\overline{abcd}$ là số tự nhiên có bốn chữ số thỏa mãn yêu cầu.

Vì $m > 4500$ nên $a \geq 4$

Trường hợp 1: $a = 4$. Khi đó, để $m > 4500$ điều kiện cần và đủ là $b \geq 5$. Có hai cách chọn chữ số b (5 hoặc 6). Có A_4^2 cách chọn hai chữ số còn lại.

Do đó, trường hợp này có $2 \cdot A_4^2 = 2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ số thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 2: $a \geq 5$. Khi đó, đương nhiên $m > 4500$. Có hai cách chọn chữ số a (5 hoặc 6). Có A_5^3 cách chọn ba chữ số còn lại.

Do đó, trường hợp này có $2 \cdot A_5^3 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 120$ số thỏa mãn yêu cầu. Áp dụng quy tắc cộng, có $24 + 120 = 144$ số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 199: Cho các số tự nhiên 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

a) Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

b) Bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

a) Số có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^4 = 1680$ số.

Số có dạng $\overline{0abc(a,b,c)}$ khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_7^3 = 210$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là:
 $A_8^4 - A_7^3 = 1470$ số.

b) Số số có 3 chữ số được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^3 - A_7^2 = 294$ số.

Gọi số cần lập $\overline{abc}$ là số lẻ. Khi đó c có cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn.
Vậy số lẻ được thành lập từ các chữ số trên là: $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $294 - 144 = 150$ số.

Câu 200: Trong các số tự nhiên từ 1 đến 999 999, có bao nhiêu số chứa đúng một chữ số 1 và đúng một chữ số 2 ?

Lời giải

Các số từ 1 đến 999999 có thể được viết một cách duy nhất dưới dạng $\overline{abcdef}$, trong đó mỗi kí hiệu a, b, c, d, e, f nhận một trong các giá trị $0; 1; 2; \dots; 9$. Chẳng hạn số $\overline{001234}$ được hiểu là số 1234.

Để tạo thành một số $\overline{abcdef}$ thoả mãn yêu cầu ta có thể tiến hành qua hai công đoạn:

- Công đoạn 1: chọn ra 2 kí hiệu trong số a, b, c, d, e, f để thay bằng các chữ số 1; 2 ;
- Công đoạn 2: thay 4 kí hiệu còn lại, mỗi kí hiệu bằng một chữ số bất kì trong số tám chữ số còn lại $0; 3; 4; \dots; 9$.

Có $A_6^2 = 6 \cdot 5 = 30$ cách chọn ra 2 kí hiệu từ 6 kí hiệu để thay chúng tương ứng bằng 1; 2.

Mỗi kí hiệu còn lại có thể được thay bằng 8 cách khác nhau. Do đó có tổng cộng $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$ (cách)

Theo quy tắc nhân, số các số từ 1 đến 999999 cần tìm là: $30 \cdot 4096 = 122880$ (số)

Câu 201: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có bốn chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số có 4 chữ số cần tìm có dạng:

$\overline{abcd}$ và $a, b, c, d \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, a \neq 0, a \neq b \neq c \neq d$.

Để $\overline{abcd}$ chia hết cho 5 thì d phải thuộc tập hợp $\{0; 5\}$.

- Chọn c có 2 cách,

- Chọn 3 số a, b, c và sắp thứ tự từ tập $A \setminus d$, nên số cách: $A_9^3 = 504$ cách.

⇒ Số cách lập là: $504.2 = 1008$ cách.

Ta tìm các số có dạng: $\overline{0bc5}$,

Chọn b, c và sắp thứ tự từ tập $A \setminus \{0; 5\}$, số cách là: $A_8^2 = 56$ cách.

Vậy số các số tự nhiên chia hết cho 5 mà có bốn chữ số khác nhau là: $1008 - 56 = 952$ số.

Câu 202: Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho 2 chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau

Lời giải

Xét số có 5 chữ số gồm 0, 1, 2, 5 và chữ số “kép” là (3,4).

+ Loại 1: chữ số hàng trăm ngàn có thể là 0.

- Bước 1: sắp 5 chữ số vào 5 vị trí có $5! = 120$ cách.

- Bước 2: với mỗi cách sắp chữ số kép có 2 hoán vị chữ số 3 và 4.

Suy ra có $120.2 = 240$ số.

+ Loại 2: chữ số hàng trăm ngàn là 0.

- Bước 1: sắp 4 chữ số vào 4 vị trí còn lại có $4! = 24$ cách.

- Bước 2: với mỗi cách sắp chữ số kép có 2 hoán vị chữ số 3 và 4.

Suy ra có $24.2 = 48$ số. Vậy có $240 - 48 = 192$ số.

Câu 203: Từ các chữ Số: $1; 2; 3; 4; 5; 6$.

a) Có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau?

b) Có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3 ?

Lời giải

a) Lập số có 3 chữ số khác nhau là việc lấy 3 phần tử từ tập chữ số đã cho rồi sắp xếp, nên số cách là: $A_6^3 = 120$ cách.

b) Số chia hết cho 3 thì tổng các chữ số phải chia hết cho 3. Ta có các bộ ba: (1 ; 2;3), (1; 2;6), (1;3;5), (1;5;6), (2;3;4), (2;4;6), (3;4;5), (4;5;6)

Mỗi bộ ba có $3!$ cách sắp xếp

Nên số cách lập số có 3 chữ số khác nhau, chia hết cho 3 là: $8.3! = 48$ cách.

Câu 204: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đều có mặt hai chữ số 8 và 9.

Lời giải

Gọi số cần lập là $n = \overline{abcd}$, với $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Xét các trường hợp xảy ra sau :

• Trường hợp 1: $d = 0$, chọn 2 vị trí trong 3 vị trí $\overline{abc}$ để xếp hai chữ số 8 và 9 có A_3^2 cách. Vị trí còn lại có 7 cách (bỏ 3 chữ số là 0,8,9). Vậy có $A_3^2.7 = 42$ số.

• Trường hợp 2 : $d = 8$

Nếu $a = 9$, chọn 2 chữ số từ tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ xếp vào hai vị trí $\overline{bc}$ có A_8^2 cách.

Nếu $a \neq 9$, có 2 cách xếp chữ số 9 vào hai vị trí b,c. Vị trí a có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số là 0,8,9). Vị trí còn lại có 7 cách (bỏ 3 chữ số là 8,9,a). Vậy có $2.7.7 = 98$ số.

• Trường hợp 3 : $d \in \{2, 4, 6\}$ vậy d có 3 cách chọn. Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí $\overline{abc}$ để xếp hai chữ số 8 và 9 có A_3^2 cách. Vị trí còn lại có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số là d, 8, 9). Vậy có $3 \cdot A_3^2 \cdot 7 = 126$ số, trong 126 số này có những số chữ số 0 đứng ở vị trí a. Số trường hợp số 0 ở vị trí a là $3 \cdot 2 = 6$ số.

Kết luận vậy có $42 + A_8^2 + 98 + 126 - 6 = 316$ số cần tìm.

Câu 205: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số có nghĩa, biết rằng chữ số 2 có mặt đúng 2 lần, chữ số 3 có mặt đúng 3 lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Lời giải

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 7 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_7^2 cách.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 3, có C_5^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 số trong 8 số còn lại là $\{0, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ để xếp vào hai vị trí còn lại có A_8^2 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_7^2 \cdot C_5^3 \cdot A_8^2$ số thỏa mãn, nhưng trong những số này có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Trường hợp chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_6^2 cách.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 4 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 3, có C_4^3 cách.

Bước 3: Chọn 1 số trong 7 số còn lại là $\{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ để xếp vào một vị trí còn lại có 7 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_6^2 \cdot C_4^3 \cdot 7 = 420$ số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Kết luận có $C_7^2 \cdot C_5^3 \cdot A_8^2 - C_6^2 \cdot C_4^3 \cdot 7 = 11340$ số thỏa mãn yêu cầu.



Câu 206: Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

A. 256.

B. 720.

C. 120.

D. 24.

Lời giải

Số cách lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho là số hoán vị của 6 phần tử, do đó có $6! = 720$

Câu 207: Cho các số 1, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho.

A. 64.

B. 24.

C. 256.

D. 12.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho là: $4! = 24$ số.

- Câu 208:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau:
A. 120. **B.** 720. **C.** 16. **D.** 24.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 phần tử đó. Nên số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P_5 = 5! = 120$ (số).

- Câu 209:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?
A. C_7^2 . **B.** 7^2 . **C.** A_7^2 . **D.** 2^7 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau thành lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là một chỉnh hợp chập 2 của 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Vậy số các số tự nhiên thành lập được là A_7^2 .

- Câu 210:** Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?
A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

- Câu 211:** Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.
A. 384. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 600.

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2 \cdot 5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2 \cdot 5! - 4!) = 384$.

- Câu 212:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?
A. 48. **B.** 72. **C.** 54. **D.** 36.

Lời giải

Cứ hai số được chọn từ trong chín chữ số đã cho chỉ lập được duy nhất một số theo yêu cầu, nghĩa là ta được một tổ hợp chập 2 của 9 phần tử.

Vậy số các số cần lập là $C_9^2 = 36$.

- Câu 213:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 72.

C. 69.

D. 54.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abcd}$, từ yêu cầu bài toán ta có:

$d \in \{1; 2; 3\}$: có 3 cách chọn

a : có 3 cách chọn ($a \neq 0, a \neq d$)

Trong 3 số còn lại chọn ra 2 số lần lượt đặt vào các vị trí b, c có A_3^2 cách.

Số các số thỏa yêu cầu bài toán là $S = 3.3.A_3^2 = 54$ số.

Câu 214: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số.

B. 249 số.

C. 2942 số.

D. 7440 số.

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321 .

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123 .

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123 .

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn số b, c, d .

Theo quy tắc nhân có $6.4.A_6^3 = 2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321 .

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$

Câu 215: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 7056.

B. 120.

C. 5040.

D. 15120.

Lời giải

Chọn A

Gọi số đó có dạng $\overline{abcde}$ ($a, b, c, d, e \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $a \neq 0$).

TH1: $e = 0$

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là: A_9^4 (số).

TH2: $e \neq 0$.

Khi đó e có 4 cách chọn (vì e được lấy từ các số 2, 4, 6, 8).

Có 3 cách để xếp chữ số 0 vào 3 vị trí b, c, d.

Số cách lấy 3 số trong 8 số còn lại và sắp xếp là A_8^3 .

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là: $4.3.A_8^3$ (số).

Vậy số các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0 là: $A_9^4 + 4.3.A_8^3 = 7056$ (số)

$\Rightarrow$ số có ba chữ số là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$.

Câu 216: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.

A. 2802.

B. 2280.

C. 65.

D. 2520.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$ với $a, b, c, d, e \in A$ và $a > 0$, các chữ số khác nhau.

TH1: $a = 1$. Số cách xếp các chữ số còn lại là $A_7^4 = 840$.

TH2: $a \neq 1$.

Để chọn vị trí cho chữ số 1 có 2 cách.

Để chữ số a có 6 cách.

Để các chữ số còn lại có A_6^3 .

Do đó có $2.6.A_6^3$ số lập được.

Vậy có $A_7^4 + 2.6.A_6^3 = 2280$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 217: Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

A. 160.

B. 156.

C. 752.

D. 240.

Lời giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcd}$ (với $b, c, d \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$).

* **Trường hợp 1:**

Chọn $d = 0$, nên có 1 cách chọn.

Chọn $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ nên có 5 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 3 cách chọn.

Suy ra, có $1.5.4.3 = 60$ số.

* **Trường hợp 2:**

Chọn $d \in \{2, 4\}$, nên có 2 cách chọn.

Chọn $a \neq 0$ nên có 4 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 3 cách chọn.

Suy ra, có $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy có tất cả: $60 + 96 = 156$ số.

Câu 218: Xếp 6 chữ số 1, 1, 2, 2, 3, 4 thành hàng ngang sao cho hai chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách

- A. 120 cách. B. 96 cách. C. 180 cách. D. 84 cách.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp sáu chữ số thành hàng một cách tùy ý là $\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$.

*) Tìm số cách xếp sáu chữ số sao cho có hai chữ số giống nhau đứng cạnh nhau

+) TH1: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau $5 \cdot \frac{4!}{2!} = 60$.

+) TH2: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 2 đứng cạnh nhau $5 \cdot \frac{4!}{2!} = 60$.

+) TH3: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau và hai chữ số 2 đứng cạnh nhau

-) Nếu hai chữ số 1 ở vị trí (1;2) và (5;6) ta có số cách xếp là $2.3.2 = 12$.

-) Nếu hai chữ số 1 ở ba vị trí còn lại thì số các xếp là $3.2.2 = 12$.

Vậy số cách xếp hai chữ số giống nhau đứng cạnh nhau là $60 + 60 - 12 - 12 = 96$.

$\Rightarrow$ Số cách xếp không có hai chữ số giống nhau nào đứng cạnh nhau là $180 - 96 = 84$.

Câu 219: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ?

- A. 320. B. 144. C. 180. D. 60.

Lời giải

Chọn A

➤ Trường hợp 1: 3 chữ số đều lẻ. Có $A_5^3 = 60$ số thỏa mãn.

➤ Trường hợp 2: số đó gồm 2 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ

- Chọn 2 chữ số chẵn khác nhau có $C_5^2 = 10$ cách.

- Chọn 1 chữ số lẻ có 5 cách.

- Từ 3 số đã chọn đó lập được $3! = 6$ số.

Do đó có $10.5.6 = 300$ dãy gồm 3 chữ số phân biệt, trong đó có 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ kể cả chữ số 0 đứng đầu.

Xét dãy số có 3 chữ số phân biệt, gồm 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ mà chữ số đầu bằng 0

- Chọn 1 chữ số lẻ có 5 cách.

- Chọn 1 chữ số chẵn khác chữ số 0 có 4 cách.

Vậy có $4.5.2! = 40$ số có 3 chữ số phân biệt, gồm 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ mà chữ số đầu bằng 0.

Do đó có $60 + 300 - 40 = 320$ số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ.

Câu 220: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5, 6, 7, 8, 9$. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .
A. 9333420. B. 46666200. C. 9333240. D. 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ $5, 6, 7, 8, 9$ là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số $5, 6, 7, 8, 9$ xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4) = 9333240$.

Người duy nhất không mắc sai lầm chính là người không làm gì cả. Đừng sợ sai lầm, miễn là bạn
đừng mắc cùng một sai lầm hai lần

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>