

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

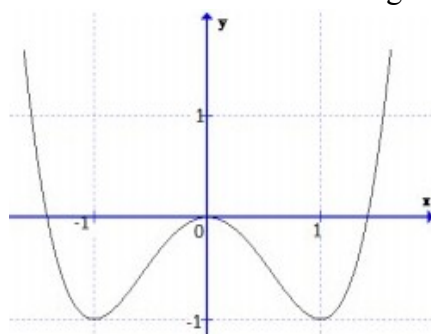
ĐỀ SỐ 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

- A. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.
- B. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.
- C. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.
- D. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 0)$ C. $(0; 1)$ D. $(0; +\infty)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 2}{4 - x}$ là:

- A. $y = 2$. B. $y = \frac{3}{4}$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 6: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng:

- A. 0. B. 2. C. $\frac{14}{27}$. D. -7.

Câu 7: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -3$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$)

có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		2
	2				$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 1$.

B. $m \leq -3$.

C. $m < 1$.

D. $m < -3$.

Câu 10: Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

A. $x_{CD} = -\sqrt{2}$.

B. $x_{CD} = 0$.

C. $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$.

D. $x_{CD} = \sqrt{2}$.

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ và $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{BC'}$ theo các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

A. $-\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

C. $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{\vec{c}}$

D. $\frac{\vec{a}}{\vec{b} - \vec{c}}$

Câu 12: Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$

B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$

C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1

(I) Có 4 vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện

(II) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(III) Vì tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 1$

(IV) Hai vectơ cùng phương là hai vectơ có giá song song và không được trùng nhau

Câu 2: Cho hàm số $x \ln x$

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$

(III) Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$

(IV) Hàm số có tập xác định $D = (0; +\infty)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-		+	0	-		-
$f(x)$			5		10		2		+ ∞	3

(I) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng

(III) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ bằng 3

(IV) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 4

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$

(I) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4

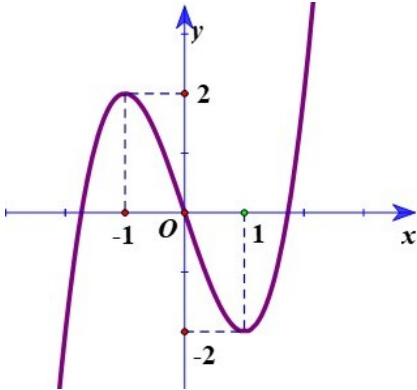
(II) Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2

(III) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

(IV) Hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng $(\sqrt{2};+\infty)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x+2)-2022$ có đồ thị như hình bên dưới.

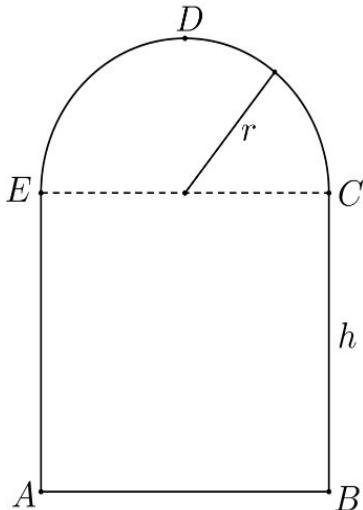


Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(2x^3-6x+m+1)$ có 6 điểm cực trị là:

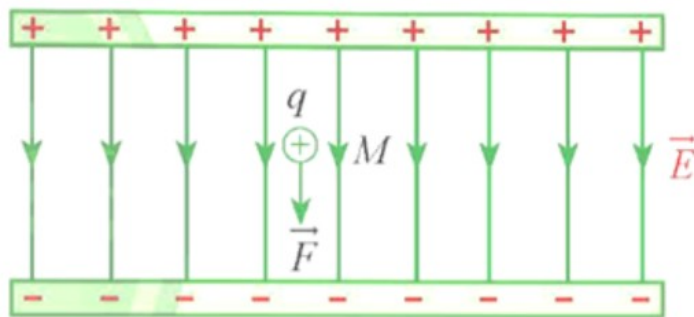
Câu 2: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng qua $I(1;2)$ với hệ số góc k . Tập tất cả các giá trị của $k\in(a;+\infty)$ để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt I, A, B sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Giá trị a thỏa mãn bằng

Câu 3: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022;2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Câu 4: Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 4 m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi r là bán kính của nửa đường tròn. Giá trị r (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất có dạng $\frac{a}{\pi+b}$. Khi đó $a+b$ bằng:



Câu 5: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q(đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F}=q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q=10^{-9}C$ và độ lớn điện trường $E=10^5N/C$ có dạng 10^a . Khi đó giá trị a bằng:



Câu 6: Cho các hàm số $f(x) = x^2 - 4x + m$ và $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)^2(x^2 + 3)^3$. Tập tất cả các giá trị của tham số $m \in [a; +\infty)$ để hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(3; +\infty)$ là:

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

**SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
HƯỚNG DẪN GIẢI**
(Đề có 3 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 11

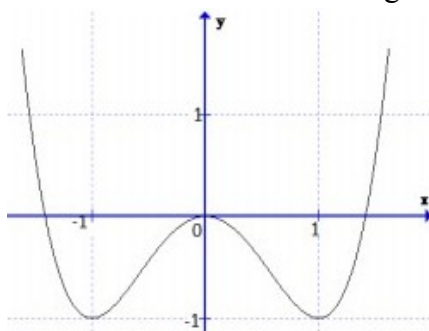
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

- A. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.
B. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.
C. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.
*D. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Lời giải

Theo định nghĩa giá trị lớn nhất của hàm số trên một khoảng.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 0)$ C. $(0; 1)$ D. $(0; +\infty)$

Hướng dẫn giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy từ $(-1; 0)$ nhánh đồ thị đi lên $\rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. *B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x=0$.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là:

- A. $y=2$. B. $y=\frac{3}{4}$. *C. $y=-3$. D. $x=-3$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{4-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \left(3 - \frac{2}{x} \right)}{x \left(\frac{4}{x} - 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(3 - \frac{2}{x} \right)}{\left(\frac{4}{x} - 1 \right)} = -3 \Rightarrow$$

Tiệm cận ngang: $y = -3$

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là

- A. 3. *B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3 + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

Câu 6: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1;2]$ bằng:

- *A. 0. B. 2. C. $\frac{14}{27}$. D. -7 .

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1;2] \\ x = -1 \notin [1;2] \end{cases}$$

$$y(1) = -2$$

$$y(2) = 2$$

$$\max_{[1;2]} y = 2$$

$$\min_{[1;2]} y = -2$$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1;2]$ bằng 0.

Câu 7: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 0$. *B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Lời giải

$$y = 3x^2 - 6x \quad y = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có suy ra

$$y' = 6x - 6; y'(2) = 6 > 0$$

Ta có $y'(2) = 6x - 6 \cdot y'(2) = 6 > 0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

$$y = \frac{ax - 1}{bx - c} (a, b, c \in \mathbb{R})$$

Câu 8: Cho hàm số $y = bx - c$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A.** ^{1.} **B.** ^{0.} **C.** ^{2.} ***D.** ^{3.}

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty \Rightarrow \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow c = 3b \quad (2)$$

$$M\left(\frac{1}{a}; 0\right) \Rightarrow a > 0 \quad (3)$$

Đồ thị hàm số giao với O_x tại điểm

Do $a > 0$ nên từ (1) $\Rightarrow b > 0$ và từ (2) $\Rightarrow c > 0$

Vậy các số a, b, c đều là số dương.

$$y = \frac{x+2-m}{x+1}$$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- A. $m \leq 1$. B. $m \leq -3$. *C. $m < 1$. D. $m < -3$.

Lời giải

TXD: $D = \mathbb{R} / \{-1\}$

$$y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$$

Ta có $(x+1)^m$. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

$$y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$$

Câu 10: Tìm điểm cực đại của hàm số

- A. $x_{CD} = -\sqrt{2}$. *B. $x_{CD} = 0$. C. $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$. D. $x_{CD} = \sqrt{2}$.

Lời giải

$$y' = 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên điểm cực đại của hàm số là $x_{CD} = 0$.

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ và $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{BC'}$ theo các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A. $-\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$ B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ C. $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{\vec{c}}$ D. $\frac{\vec{a}}{\vec{b} - \vec{c}}$

Hướng dẫn giải

Vì $C'CBB'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$

Câu 12: Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$ B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} \\ \vec{x} \cdot \vec{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 5\vec{b}) = 0 \\ (\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 2\vec{b}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|\vec{a}|^2 - 15|\vec{b}|^2 = -16\vec{a} \cdot \vec{b} \\ 7|\vec{a}|^2 + 8|\vec{b}|^2 = 30\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó, ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$

Câu 1: Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1

- (I) Có 4 vecto có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện
 (II) Vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)
 (III) Vì tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 1$
 (IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và không được trùng nhau

Hướng dẫn giải

(I) S (II) S (III) Đ (IV) S

(I) Có ba vecto là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$

(II) Chỉ có hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và trùng nhau

Câu 2: Cho hàm số $y = x \ln x$

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$

(III) Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$

(IV) Hàm số có tập xác định $D = (0; +\infty)$

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

$y = x \ln x$. TXĐ $D = (0; +\infty)$

$$y' = \ln x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	5	0	10	2	3

(I) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng

(III) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 3

(IV) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 4

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

(I) (II) Từ đồ thị hàm số ta thấy $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $y=3$ và một đường tiệm cận đứng $x=x_4$

(III) (IV) Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y=0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y=\frac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$ và $y=\frac{1}{3}$

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x)=0$ có hai nghiệm $x=x_2$ và $x=a \in (-\infty; x_1)$

Để thấy $\lim_{x \rightarrow a^+} y=+\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_2^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=x_2$ và $x=a$

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(I) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4

(II) Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2

(III) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

(IV) Hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+

$$g(x)=f(x^2-1)$$

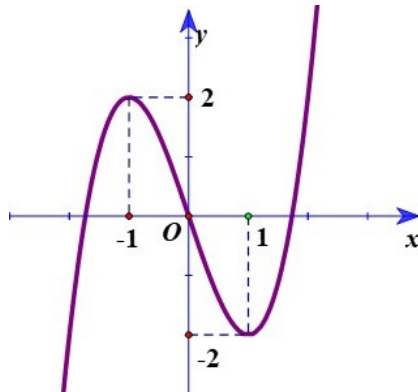
$$\Rightarrow g'(x)=2x(x^2-1)(x^2-2)(x^2+3)$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$ có 6 điểm cực trị là:

Lời giải

- Từ đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có hai điểm cực trị là: $x = -1, x = 1$. Do đó, hàm số $y = f(x)$ có hai điểm

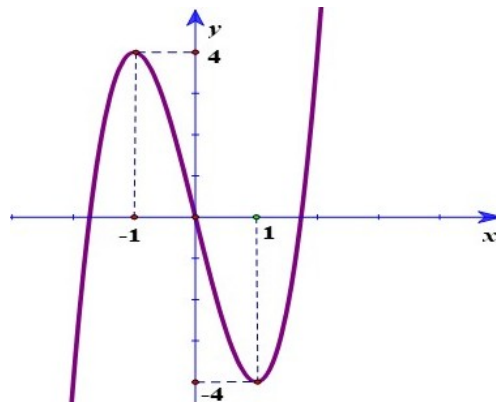
cực trị là $x = 1, x = 3$ hay $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

- Ta có $g'(x) = (6x^2 - 6)f'(2x^3 - 6x + m + 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x = -m \\ 2x^3 - 6x = 2 - m \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Nên

- Xét hàm số $h(x) = 2x^3 - 6x$ ta có đồ thị như hình vẽ



$$\begin{cases} -4 < 2 - m < 4 \\ -m \leq -4 \\ -4 < -m < 4 \\ 2 - m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m < 6 \\ -4 < m \leq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; 4; 5\}$$

Do đó, $y = g(x)$ có 6 điểm cực trị khi

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng qua $I(1; 2)$ với hệ số góc k . Tập tất cả các

giá trị của $k \in (a; +\infty)$ để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt I, A, B sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Giá trị a thỏa mãn bằng

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN –3

Phương trình

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị ^(C) và đường thẳng ^d:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ g(x) = x^2 - 2x - k - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+3 > 0 \\ -3-k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Viet ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$$
 nên I là trung điểm AB .

Vậy chọn $k > -3$, hay $(-3; +\infty)$.

Câu 3: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 + x - m \neq 0 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{m}{x^2}} = 0$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{x^2 + x - m}$ suy ra $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

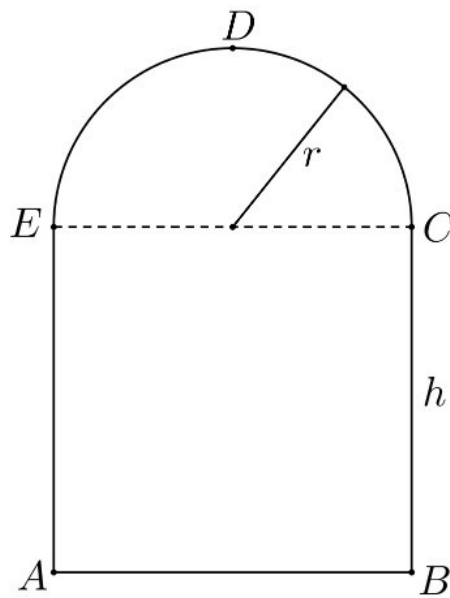
Vậy để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình $x^2+x-m=0$ có đúng 1 nghiệm trên $[3; +\infty)$

Xét hàm số $y = x^2 + x$ trên $[3; +\infty)$ có $y' = 2x + 1 > 0, \forall x \in [3; +\infty)$ suy ra phương trình $x^2 + x - m = 0$ có đúng 1 nghiệm trên $[3; +\infty) \Leftrightarrow m \geq f(3) = 12$.

Kết hợp điều kiện m nguyên và $m \in [-2022; 2022]$ suy ra $m \in \{12; 13; \dots; 2022\}$

Vậy có ²⁰¹¹ giá trị nguyên ^m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 4 m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi r là bán kính của nửa đường tròn. Giá trị r (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất có dạng $\frac{a}{\pi+b}$. Khi đó $a+b$ bằng:



Lời giải

Vì thanh kim loại dài 4 m nên ta có: $2h + 2r + \pi r = 4 \Rightarrow h = \frac{4 - 2r - \pi r}{2}$

Diện tích của khung cửa sổ là $S = \frac{1}{2} \pi r^2 + 2rh = \frac{1}{2} \pi r^2 + 2r \cdot \frac{4 - 2r - \pi r}{2} = -\frac{\pi + 4}{2} r^2 + 4r$

Xét hàm số $S(r) = -\frac{\pi + 4}{2} r^2 + 4r$ trên khoảng $(0; 2)$

$$S'(r) = -(\pi + 4)r + 4 = 0 \Leftrightarrow -(\pi + 4)r = -4 \Leftrightarrow r = \frac{4}{\pi + 4}$$

Bảng biến thiên:

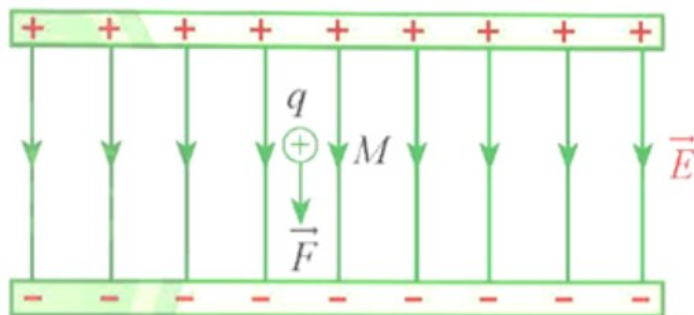
x	$-\infty$	0	$\frac{4}{\pi + 4}$	2	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$		$\frac{8}{\pi + 4}$		$-\infty$

Ta có: $\max_{(0;2)} S = S\left(\frac{4}{\pi + 4}\right) = \frac{8}{\pi + 4} > 0$ (thỏa mãn)

Vậy với $r = \frac{4}{\pi + 4}$ thì diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.

Vậy $a=4, b=4 \rightarrow a+b=8$

Câu 5: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q(đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q \vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q=10^{-9}C$ và độ lớn điện trường $E=10^5 N/C$ có dạng 10^a . Khi đó giá trị a bằng:



Hướng dẫn giải

Độ lớn của lực tĩnh điện là $|\vec{F}| = q|\vec{E}| = 10^{-9} \cdot 10^5 = 10^{-4} \text{ N}$. Vậy $a = -4$

Câu 6: Cho các hàm số $f(x) = x^2 - 4x + m$ và $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)^2(x^2 + 3)^3$. Tập tất cả các giá trị của tham số $m \in [a; +\infty)$ để hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(3; +\infty)$ là

Lời giải

Ta có $f(x) = x^2 - 4x + m$, $g(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)^2(x^2 + 3)^3 = a_{12}x^{12} + a_{10}x^{10} + \dots + a_2x^2 + a_0$

Suy ra $f'(x) = 2x - 4$, $g'(x) = 12a_{12}x^{11} + 10a_{10}x^9 + \dots + 2a_2x$

$$\begin{aligned} \text{Và } [g(f(x))]' &= f'(x) [12a_{12}(f(x))^{11} + 10a_{10}(f(x))^9 + \dots + 2a_2f(x)] \\ &= f'(x)f'(x) (12a_{12}(f(x))^{10} + 10a_{10}(f(x))^8 + \dots + 2a_2) \end{aligned}$$

Để thấy $a_{12}; a_{10}; \dots; a_2; a_0 > 0$ và $f'(x) = 2x - 4 > 0, \forall x > 3$.

Do đó $f'(x)(12a_{12}(f(x))^{10} + 10a_{10}(f(x))^8 + \dots + 2a_2) > 0, \forall x > 3$.

Hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(3; +\infty)$ khi $[g(f(x))]' \geq 0, \forall x > 3 \Rightarrow f(x) \geq 0, \forall x > 3$.

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + m \geq 0, \forall x > 3 \Leftrightarrow m \geq 4x - x^2, \forall x > 3 \Rightarrow m \geq \max_{[3; +\infty)} (4x - x^2) = 3$$

Vậy $m \in [3; +\infty)$ thỏa yêu cầu bài toán. Vậy giá trị $a = 3$