



CLB Toán học

**NOKIA**  
Connecting People

## Đề số 5

**Bài 1.** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương bất kỳ. Đặt  $a = x^2(y-z)^4$ ,  $b = y^2(z-x)^4$ ,  $c = z^2(x-y)^4$ . Chứng minh rằng  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(ab+bc+ca)$ .

**Bài 2.** Với mỗi số thực  $p$ , xét phương trình  $4x^3 - 3x - p = 0$  (1). Ta xét hàm số  $f(p)$  được định nghĩa như sau:

i) Nếu phương trình (1) có 3 nghiệm thực thì  $f(p)$  bằng tích của nghiệm lớn nhất và nghiệm nhỏ nhất của (1).

ii) Nếu phương trình (1) có 1 nghiệm thực duy nhất thì  $f(p)$  là bình phương của nghiệm thực này.

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(p)$  khi  $p$  chạy trên tập hợp các số thực.

**Bài 3.** Đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  tiếp xúc với các cạnh  $AB$  và  $AC$  tại các điểm  $P$  và  $Q$  tương ứng.  $R$  và  $S$  tương ứng là trung điểm của các cạnh  $AC$  và  $BC$ .  $T$  là giao điểm của các đường thẳng  $PQ$  và  $RS$ . Chứng minh rằng  $T$  nằm trên phân giác góc  $B$  của tam giác.

**Bài 4.** Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  sao cho  $3^n - 2^n$  chia hết cho  $n$ .

**Bài 5.** Với những giá trị nào của  $k$  thì tập hợp

$$S = \{2010, 2011, \dots, 2010 + k\}$$

có thể chia thành hai tập con không giao nhau  $A$  và  $B$  sao cho tổng các phần tử của  $A$  bằng tổng các phần tử của  $B$ ?