

PHÒNG GD VÀ ĐT LỤC NGẠN
TRƯỜNG THCS ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2022-2023. MÔN: TOÁN 6 (BẢNG B)

Câu 1. Thực hiện phép tính :

1) $A = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2021^2) \cdot (3 \cdot 31 - 279 : 3)$

2) $B = 219 \cdot (-192) + (-219) \cdot (-92)$

3) $C = \frac{1}{95} + \frac{-1}{96} + \frac{1}{97} + \frac{-1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{-1}{97} + \frac{1}{96} + \frac{-1}{95}$

Câu 2.

1) Tìm các chữ số x, y biết $\overline{62x1y}$ chia hết cho 45.

2) Số học sinh khối 6 của một trường khi xếp hàng 12, hàng 15, hàng 18 đều thừa 2 học sinh. Biết số học sinh khối 6 chưa đến 200 em. Hỏi khối 6 của trường đó có bao nhiêu học sinh?

Câu 3.

1) Cho $B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{40}$. Tìm chữ số tận cùng của B.

2) Chứng minh rằng : với mọi số nguyên n thì phân số $\frac{3n+2}{5n+3}$ là phân số tối giản

3) Tìm hai số nguyên tố x và y sao cho: $x^2 = 6y^2 + 1$

Câu 4. Cho $\angle xOy = 65^\circ$. Trên các tia Ox, Oy lần lượt lấy các điểm A, C ($A \neq O; C \neq O$). Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\angle AOD = 40^\circ$.

1) Tính độ dài AC, biết AD=3cm, CD=2cm.

2) Số đo $\angle BOC$

3) Vẽ tia Oz sao cho $\angle BOz = 90^\circ$. Tính số đo $\angle AOz$.

Câu 5. Cho $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1}$. Chứng minh rằng $50 < A < 100$

ĐÁP ÁN

Câu 1. Thực hiện phép tính :

$$1) A = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2021^2) \cdot (3 \cdot 31 - 279 : 3)$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2021^2) \cdot (93 - 93) = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2021^2) \cdot 0 = 0$$

$$2) B = 219 \cdot (-192) + (-219) \cdot (-92) = 219 \cdot (-192 + 92) = 219 \cdot (-100) = -21900$$

$$3) C = \frac{1}{95} + \frac{-1}{96} + \frac{1}{97} + \frac{-1}{98} + \frac{1}{99} + \frac{1}{98} + \frac{-1}{97} + \frac{1}{96} + \frac{-1}{95}$$

$$= \left(\frac{1}{95} + \frac{-1}{95} \right) + \dots + \left(\frac{-1}{98} + \frac{1}{98} \right) + \frac{1}{99} = \frac{1}{99}$$

Câu 2.

1) Tìm các chữ số x, y biết $\overline{62x1y}$ chia hết cho 45.

$$\overline{62x1y} : 45 \Rightarrow \begin{cases} \overline{62x1y} : 5 \\ \overline{62x1y} : 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = 9 \\ y = 5 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

Vì

2) Số học sinh khối 6 của một trường khi xếp hàng 12, hàng 15, hàng 18 đều thừa 2 học sinh. Biết số học sinh khối 6 chưa đến 200 em. Hỏi khối 6 của trường đó có bao nhiêu học sinh?

Gọi $x (x < 200, x \in \mathbb{N}^*)$ là số học sinh khối 6

Vì khi xếp hàng 12, hàng 15, hàng 18 đều thừa 2 học sinh

$$\begin{cases} (x - 2) : 12 \\ (x - 2) : 15 \Rightarrow (x - 2) \in BC(12; 15; 18) = \{0; 180; 360; \dots\} \\ (x - 2) : 18 \end{cases}$$

Suy ra

Kết hợp điều kiện suy ra số học sinh khối 6 là 182 em

Câu 3.

1) Cho $B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{40}$. Tìm chữ số tận cùng của B.

$$B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{40}$$

$$2B = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{41}$$

$$2B - B = 2^{41} - 2 = 2 \cdot (2^4)^{10} - 2 = 2 \cdot (\overline{00006}) - 2 = \overline{000002} - 2 = \overline{000000}$$

Vậy chữ số tận cùng của B là 0

2) Chứng minh rằng : với mọi số nguyên n thì phân số $\frac{3n+2}{5n+3}$ là phân số tối giản

Gọi $d = \text{UCLN}(3n+2; 5n+3)$. Ta có :

$$3n+2 : d \Rightarrow 5(3n+2) = 15n+10 : d$$

$$5n+3 : d \Rightarrow 3(5n+3) = 15n+9 : d$$

$$\Rightarrow 5(3n+2) - 3(5n+3) : d \Rightarrow d = 1$$

Vậy phân số $\frac{3n+2}{5n+3}$ tối giản

3) Tìm hai số nguyên tố x và y sao cho: $x^2 = 6y^2 + 1$

$$x^2 = 6y^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 6y^2 = (x-1)(x+1) = 6y^2$$

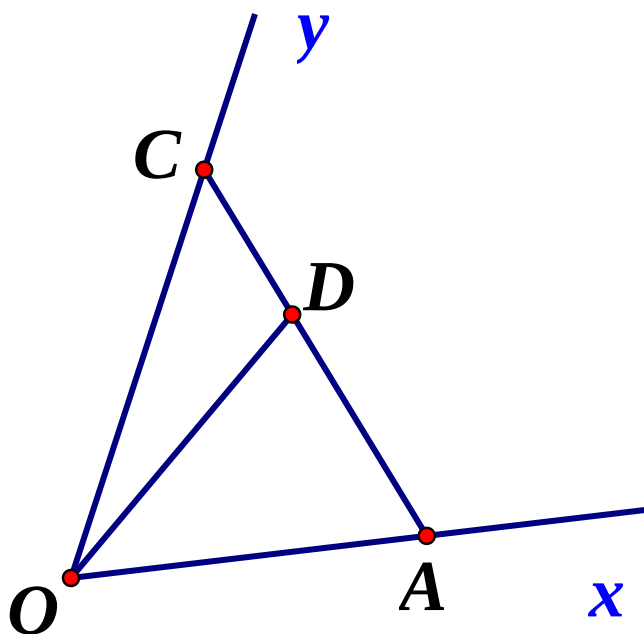
Vì $(x-1), (x+1)$ cùng tính chẵn lẻ mà $6y^2 : 2 \Rightarrow (x+1)(x-1) : 8 \Rightarrow 6y^2 : 8 \Rightarrow 3y^2 : 4$

Mà $(3, 4) = 1 \Rightarrow y^2 : 4 \Rightarrow y : 2$ mà y là số nguyên tố nên $y=2 \Rightarrow x=5$

Vậy $y=2, x=5$

Câu 4. Cho $\angle Oy = 65^\circ$. Trên các tia Ox, Oy lần lượt lấy các điểm A, C ($A \neq O; C \neq O$).

Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\angle AOD = 40^\circ$.



1) Tính độ dài AC, biết $AD=3\text{cm}$, $CD=2\text{cm}$.

Do D nằm trên AC nên ta có : $AC = AD + DC = 3 + 2 = 5(\text{cm})$

2) Số đo $\widehat{BOC}$

Trên nửa mặt phẳng cùng bờ Ox ta có $\widehat{AOC} = 65^\circ$, $\widehat{AOD} = 40^\circ$, $\widehat{AOC} > \widehat{AOD}$ nên OD nằm giữa OA và OC . Ta có :

$$\widehat{BOC} = \widehat{AOC} - \widehat{AOD} = 65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$$

3) Vẽ tia Oz sao cho $\widehat{BOz} = 90^\circ$. Tính số đo $\widehat{AOz}$.

Th1: OD nằm giữa Ox, Oz : $\widehat{AOz} = \widehat{AOD} + \widehat{DOz} = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$

Th2: Ox nằm giữa OD và Oz : $\widehat{AOz} = \widehat{BOz} - \widehat{BOA} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

Câu 5. Cho $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1}$. Chứng minh rằng $50 < A < 100$

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{15} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{99+1}} + \dots + \frac{1}{2^{100-1}} \right)$$

(có 99 nhóm)

$$A < 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 2^2 \cdot \frac{2}{4} + \dots + 2^{99} \cdot \frac{1}{2^{99}} = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 100 \Rightarrow A < 100$$

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1} = \left(1 + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{99+1}} + \frac{1}{2^{99+2}} + \dots + \frac{1}{2^{100-1}} + \frac{1}{2^{100}} \right) - \frac{1}{2^{100}}$$

$$A > 1 + \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 2^2 \cdot \frac{1}{2^3} + \dots + 2^{99} \cdot \frac{1}{2^{100}} - \frac{1}{2^{100}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{100}} \\ = 1 + 50 - \frac{1}{2^{100}} > 50 \Rightarrow A > 50$$

Vậy $50 < A < 100$