CHƯƠNG

**VIII**

**QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN**

BÀI 2: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG**  **1.1. Định nghĩa**  Đường thẳng  được gọi là vuông góc với mặt phẳng  nếu  vuông góc với mọi đường thằng  thuộc mặt phẳng  Kí hiệu:  hay  **1.2. Định lý 1**  Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng khi và chỉ khi nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng ấy.  ***1.3. Định lý 2***:  + Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.  + Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.  ***2. LIÊN HỆ GIỮA QUAN HỆ SONG SONG VÀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG***  ***Định lý 3***  • Nếu đường thẳng  vuông góc với mặt phẳng  thì các đường thẳng song song  cũng vuông góc với mặt phẳng .  • Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  ***Định lý 4***  • Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó cũng vuông góc với bất kì mặt phẳng nào song song mặt phẳng ấy.  • Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  ***Định lý 5***  • Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó cũng vuông góc với bất kì đường thẳng nào song song mặt phẳng ấy.  • Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì đường thẳng song song hoặc nằm trong mặt phẳng. | | Có duy nhất đường thẳng  đi qua  và vuông góc với .  Có duy nhất mặt phẳng  đi qua  và vuông góc với |
| **3. PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC**  **Định nghĩa**  Phép chiếu song song theo phương  vuông góc với mặt phẳng  được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng .  **Định lí ba đường vuông góc**  **Định lý 6**  Cho đường thẳng  và mặt phẳng  không vuông góc với nhau. Khi đó, một đường thẳng  nằm trong mặt phẳng  vuông góc với đường thẳng  khi và chỉ khi vuông góc với hình chiếu vuông góc  của  trên .  **2. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG**  Cho đường thẳng  và mặt phẳng .  • Nếu  vuông góc với mặt phẳng  thì ta nói góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng  • Nếu  không vuông góc với mặt phẳng  thì góc giữa  với hình chiếu  của nó trên  được gọi là góc giữa đường thẳng  vả mặt phẳng .  • Nếu  là góc giữa đường thẳng  vả mặt phẳng  thì . | là hình chiếu của  lên | | |



**HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**II ===I**

***DẠNG 1: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG***

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Cách 1.*** Chứng minh đường thẳng  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng chứa trong mặt phẳng  ***Cách 2.*** Chứng minh  song song với a mà  ***Cách 3.*** Chứng minh  và | **Ví dụ.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại  cạnh bên  vuông góc với dáy.  Chứng minh  ***Lời giải***    Ta có tam giác  vuông tại  nên  Do  nên  Ta có: |

**BÀI TẬP.**

**2 ===I**

1. Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng  Chứng minh

a)  b)  là trực tâm của 

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, cạnh bên  vuông góc với mặt đáy. Gọi  lần lượt là hình chiếu của  lên 

a) Chứng minh 

b) Chứng minh 

c) Chứng minh 

1. Cho hình chóp  có đáy là hình thoi, có  vuông góc  Gọi  và  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên cạnh  và  Chứng minh rằng 
2. Cho hình lập phương 

a) Chứng minh  b) Chứng minh 

***DẠNG 2: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC***

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

|  |  |
| --- | --- |
| Chọn mặt phẳng chứa đường thẳng  sau đó chứng minh  Từ đó suy ra | **Ví dụ.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông, cạnh bên  vuông góc với đáy. Gọi  lần lượt là hình chiếu của  lên  Chứng minh  ***Lời giải***    Ta có  Suy ra  Mà  nên  Mặt khác  nên  Suy ra |

**BÀI TẬP.**

**2 ===I**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình thang vuông tại  và   Chứng minh rằng 
2. Cho hình chóp  có đáy  là hình tam giác vuông tại  và có  Chứng minh rằng 
3. Cho tứ diện có  Chứng minh 
4. Trong mặt phẳng  cho  đều. Gọi  là trung điểm của  là một điểm thuộc đoạn thẳng  Lấy điểm  nằm ngoài  sao cho  là hình chiếu vuông góc của  trên  Chứng mình rằng 

***DẠNG 3. THIẾT DIỆN***

1. Cho hình chóp có vuông góc với đáy, là hình vuông cạnh Gọi là trung điểm của cạnh , là mặt phẳng đi qua và song song với đường thẳng . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng .
2. Cho hình chóp có đáy là tam giác vuông cân tại , ; cạnh bên vuông góc với mặt đáy, . Gọi là trung điểm của . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng đi qua và vuông góc với .
3. Cho hình chóp có đáy là tam giác vuông tại với , , cạnh bên và vuông góc với mặt phẳng . Mặt phẳng đi qua trung điểm của và vuông góc với cắt lần lượt tại . Diện tích của tứ giác bằng:
4. Cho tứ diện có vuông góc với , , là điểm thuộc cạnh sao cho . Mặt phẳng qua , song song với và lần lượt cắt tại . Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?
5. Cho hình chóp có vuông góc với đáy, là hình vuông cạnh , . Gọi là trung điểm cạnh , là mặt phẳng đi qua và song song với đường thẳng . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng .
6. Cho hình chóp có vuông góc với đáy, là hình vuông cạnh Gọi là trung điểm của cạnh , là mặt phẳng đi qua ,và song song với đường thẳng . Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng .
7. Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh , và vuông góc với đáy. Mặt phẳng qua và vuông góc với trung tuyến của tam giác . Tính diện tích của thiết diện tạo bởi với hình chóp đã cho.
8. Cho hình chóp với đáy là hình thang vuông tại , đáy lớn , đáy nhỏ , vuông góc với đáy, . Gọi là trung điểm , là mặt phẳng qua và vuông góc với . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng có diện tích bằng.