**Bài 47.** Cho tứ giác có hai đỉnh  và  ở trên nửa đường tròn đường kính  tâm  Hai đường chéo  và  cắt nhau tại  Gọi  là hình chiếu vuông góc của  xuống  và  là trung điểm của  Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác  nội tiếp.

b)  là tâm của đường tròn nội tiếp 

c) Năm điểm  cùng thuộc một đường tròn.

**Lời giải:**



a)

*  (nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay 

 (gt)

Do đó: 

Vậy tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

* Tương tự ta cũng chứng minh được tứ giác nội tiếp.

b) Ta có ;  (tứ giác  nội tiếp)

Suy ra   phân giác của 

Tương tự ta cũng chứng minh được BE là phân giác của 

Từ đó suy ra E là tâm của đường tròn nội tiếp 

*c) * vuông tại C có OI là đường trung tuyến nên  (vì chắn cung BC)

Dựa vào câu b ta có HE là phân giác của góc BHC nên  (vì ABEH nội tiếp)

Ta cũng có  (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung nhỏ BC)

Vậy 

Ba điểm I, H, O cùng nhìn đoạn thẳng BC dưới một góc không đổi. Do đó năm điểm  cùng thuộc một đường tròn.

**Bài 48**. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC theo thứ tự ở D và E. Gọi H là giao điểm của BE và CD.

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp.

b) Gọi I là trung điểm của AH. Chứng minh .

c) Chứng minh AD.AB = AE.AC.

**Lời giải:**

a) Ta có:  (nội tiếp chắn nửa đường tròn).

 (kề bù)



 Tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn đường kính AH.

b) Vì I là trung điểm của AH nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ

giác ADHE.

.

Lại có: OD = OE (bán kính đường tròn (O))

Do đó: OI là đường trung trực của DE

.

c) Xét  và , có:

: chung;  (tứ giác BDEC nội tiếp)

Do đó:  (g.g) .

**Bài 49.** Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A và B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B và C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

a) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh DA.DE = DB.DC.

c) Chứng minh . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Cho biết DF = R. Chứng minh rằng: 

 **Lời giải:**

a) Ta có:  (nội tiếp chắn nửa đường tròn).

 (kề bù)



 Tứ giác FCDE nội tiếp đường tròn đường kính AH.

b) Xét  và , có:

 ;  (đối đỉnh)

Do đó:  (g.g) 

c) Ta có:  (tứ giác FCDE nội tiếp)

 (tứ giác ACEB nội tiếp);  ( cân tại O)

Suy ra: 

\* Ta có:  ( cân tại I);  () 

 ( cân )

 ( vuông tại C).

  IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Xét  và , có: () ; 

Do đó:    .