**Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG**

**Chương IV HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC**

Trong chương IV, chúng ta sẽ mở rộng khải niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn qua việc thìết lập các giá trị lượng giác của các góc từ 0˚ đến 180˚. Chúng ta cùng sẽ tìm hiểu về các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác, cụ thể là: định lí công thức tính diện tích tam giác, đồng thời vận dụng các định lí, công thức nói trên vào các bài toán giải tam giác cùng như giải quyết một số tình huống thực tiễn.

.

Cầu Cần Thơ bắc ngang sông Hậu.

 **Học xong chương này, bạn có thể:**

- Nhận biết và tính được giá trị lượng giác của một góc từ 0˚ đến 180˚.

- Tính được giá trị lượng giác của một góc từ 0˚ đến 180˚ bằng máy tính cầm tay.

- Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau bù nhau.

- Giải thích được các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác định lí côsin, định lí sin công thức tính diện tích tam giác.

- Mô tả được cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn .

**Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0˚ đến 180˚.**

Từ khoá: Giá trị lượng giác, sin; côsin; tang; côtang

 Làm thế nào để mở rộng khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn cho các góc từ 0˚ đến 180˚?

**1. Giá trị lượng giác**

 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, nửa đường tròn tâm O bán kính R = 1 nằm phía trên trục hoành được gọi là nửa đường tròn đơn vị. Cho trước một góc nhọn α, lấy điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\hat{xOM}$ = α. Giả sử điểm M có toạ độ (x0, y0). Áp dụng cách tính các tỉ số lượng giác của một trị góc nhọn đã học ở lớp 9, chứng tỏ rằng:

sinα = y0; cosα = x0; tanα = $\frac{y\_{0}}{x\_{0};}$; cotα = $\frac{x\_{0}}{y\_{0}}$.

Mở rộng khái niệm ti số lượng giác đối với góc nhọn cho những góc α bất kì với 0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚, ta có định nghĩa sau đây:

 Với mỗi góc α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚) ta xác định được một điểm M duy nhất trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\hat{xOM}$ = α.
Gọi (x0, y0) là toạ độ điểm M, ta có:

- Tung độ y0, của M là sin của góc α, kí hiệu là sinα = y0.

- Hoành độ x của M là côsin của góc a, kí hiệu là cosα = x0.

- Ti số $\frac{y\_{0}}{x\_{0};}$ (x0 ≠ 0) là tang của góc α, kí hiệu là tanα = $\frac{y\_{0}}{x\_{0};}$.

- Ti số $\frac{x\_{0}}{y\_{0};}$ (y0 ≠ 0) là côtang của góc α, kí hiệu là cotα = $\frac{x\_{0}}{y\_{0}}$.

Các số sinα, cosα, tanα, cotα, được gọi là các giá trị lượng giác của góc α.

***Ví dụ 1***

Tìm các giá trị lượng giác của góc 120˚.

***Giải***

Lấy điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\hat{xOM}$ = 120˚. Ta có $\hat{MOy}$ = 120˚ - 90˚ = 30˚.

Ta tính được toạ độ điểm M là ( $-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}$ ).

Vậy theo định nghĩa ta có:

 sin120˚= $\frac{\sqrt{3}}{2}; $cos120˚=$-\frac{1}{2}$;

 tan120˚ = $-\sqrt{3}$; cot120˚= $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

***Chú ý:***

a) Nếu α là góc nhọn thì các giá trị lượng giác của α đều dương.

 Nếu α là góc tù thì sinα > 0, cosα < 0, tanα < 0, cotα < 0 .

b) tanα chỉ xác định khi α ≠ 90˚.

 cotα chỉ xác định khi α ≠ 0˚ và α ≠ 180˚.

Tìm các giá trị lượng giác của góc 135˚.

**2. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau**

Từ lớp dưới ta đã biết hai góc phụ nhau thì các tỉ số lượng giác của chúng có mối liên hệ:

 sin(90˚ - α) = cosα; cos(90˚ - α) = sinα;

 tan(90˚ - α) = cotα; cot(90˚ - α) = tanα.

Sau đây ta sẽ tìm hiểu về mối liên hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc ***bù nhau***.

 Trên nửa đường tròn đơn vị, cho dây cung NM song song với trục Ox (Hình 4). Tính tổng số đo của hai góc $\hat{xOM}$ và $\hat{xON}$.

Nếu $\hat{xOM}$ = α thì ta có $\hat{xON}$ = 180˚ - α.

Giả sử điểm M có toạ độ (xo, yo). Do xN = - xM; yN = yM = yo, nên ta có các tính chất sau:

 Với mọi góc α thoá mãn 0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚, ta luôn có:

 sin(180˚ - α ) = sinα; cos(180˚ - α ) = cosα;

 tan(180˚ - α ) = tanα(α ≠ 90˚); cot(180˚ - α ) = -cotα (0˚ $<$ α $<$180˚).

 ***Ví dụ 2***

 Cho biết sin30˚ =$ \frac{1}{2}$; cos45˚ = $ \frac{\sqrt{2}}{2}; $tan60˚ = $\sqrt{3}$. Tính sin150˚; cos135˚; tan120˚.

***Giải***

 sin 150˚ = sin30˚ =$ \frac{1}{2}$ ; cos135˚ = -cos45= $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; tan120˚ = tan60 = $\sqrt{3}$.

 Tính các giá trị lượng giác: sin120˚; cos150˚; cot135˚.

 Cho biết sinα =$ \frac{1}{2}$, tìm góc α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚) bằng cách vẽ nửa đường tròn đơn vị.

**3. Giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt**

Giá trị lượng giác của các góc bất kì có thể tính bằng máy tính cầm tay.

Dưới đây là bảng giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  αGiá trị lượng giác | 0˚ | 30˚ | 45˚ | 60˚ | 90˚ | 120˚ | 135˚ | 150˚ | 180˚ |
| sinα | 0 | $$ \frac{1}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{2}}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{3}}{2}$$ | 1 | $$\frac{\sqrt{3}}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{2}}{2}$$ | $$ \frac{1}{2}$$ | 0 |
| cosα | 1 | $$\frac{\sqrt{3}}{2}$$ | $$\frac{\sqrt{2}}{2}$$ | $$ \frac{1}{2}$$ | 0 | $$- \frac{1}{2}$$ | $$-\frac{\sqrt{2}}{2}$$ | $$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$ | -1 |
| tanα | 0 | $$\frac{\sqrt{3}}{3}$$ | 1 | $$\sqrt{3}$$ | || | $$-\sqrt{3}$$ | -1 | $$-\frac{\sqrt{3}}{3}$$ | 0 |
| cotα | || | $$\sqrt{3}$$ | 1 | $$\frac{\sqrt{3}}{3}$$ | 0 | $$-\frac{\sqrt{3}}{3}$$ | -1 | $$-\sqrt{3}$$ | || |

***Chú ý:*** Trong bảng, kí hiệu “||” để chỉ giá trị lượng giác không xác định.

 Tính: A = sin150˚ + tan135˚ + cot45˚; B = 2cos30˚ - 3tan150˚ + cot 135˚.

 Tìm góc α: (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚) trong mỗi trường hợp sau: .

 a) sinα = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) cosα = $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) tanα = - 1; d) cotα = $\sqrt{3}$.

**4. Sử dụng máy tính cầm tay để tính giá trị lượng giác của một góc**

Có nhiều loại máy tính cầm tay có thể giúp tính nhanh chóng giá trị lượng giác của một góc.

Chẳng hạn, ta có thể thực hiện trên một loại máy tính cầm tay như sau:

Sau khi mở máy, ấn liên tiếp các phím  để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ấn phím  để vào chế độ cài đặt đơn vị đo góc.

Ấn các phím  để vào chế độ tính toán.

**a) Tính các giá trị lượng giác của góc.**

***Ví dụ 3***

Sử dụng máy tính cầm tay, tính sin125˚34’28”.

***Giải***

Để tính sin125˚34’28”, ta ấn liên tiếp các phím sau đây:

.

và được kết quả sin125˚34’28” = 0,8133603236, với hiển thị trên màn hình như hình bên.

Để tính cosα, tanα ta cũng làm như trên, chỉ thay phím  bằng phím .

Trường hợp muốn tính cotα, ta tính $\frac{1}{\tan(α)}$.

**b) Xác định số đo của góc khi biết giá trị lượng giác của góc đó.**

***Ví dụ 4***

Sử dụng máy tính cầm tay, tìm α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚) biết cosα = -0,2341.

***Giải***

Để tìm α khi biết cosα, = -0,2341, ta ấn liên tiếp các phím sau đây:



và được kết quả α ≈ 103˚32’19” với hiển thị trên màn hình như hình bên.

Để tìm a khi biết sinα, tanα ta cũng làm tương tự như trên, chỉ thay phím bằng các phím .



a) Tính cos80˚43’51”; tan147˚12’25” ; cot99˚9’19”.

b) Tìm α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚), biết cosα = -0,723.

**BÀI TẬP**

**1.** Cho biết sin30˚ =$ \frac{1}{2}$; sin60˚ = $ \frac{\sqrt{3}}{2}; $tan45˚ = 1. Sử dụng mối liên hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, phụ nhau để tính giá trị của *E* = 2cos30˚ + sin150˚ + tan135˚.

**2.** Chứng minh rằng:

a) sin20˚ = sin160˚ b) cos50˚ = cos130˚.

**3.** Tìm góc α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚) trong mỗi trường hợp sau:

a) cosα = $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) sinα = 0;

c) tanα = 1; d) cotα không xác định.

**4.** Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng:

a) sinA = sin(B + C); b) coSA = -cos(B + C).

**5.** Chứng minh rằng với mọi góc α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚), ta đều có:

a) cos2α + sin2α = 1; b) tanα . cotα = 1 (0˚ $<$ α $<$180˚, α ≠ 90˚);

c) 1 + tan2α = $\frac{1}{cos^{2}α};$ d) 1 + cot2α = $\frac{1}{sin^{2}α}$ (0˚ $<$ α $<$180˚).

**6.** Cho góc α với cosα = $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức A = 2sin2α + 5cos2α.

**7.** Dùng máy tính cầm tay, hãy thực hiện các yêu cầu dưới đây:

a) Tình: sin168˚45’33”; cos17˚22’35”; tan156˚26’39”; cot56˚36’42”.

b) Tìm α (0˚ $\leq $ α $\leq $ 180˚) trong các trường hợp sau:

i) sinα = 0,862; ii) cosα = -0,567; iii) tanα = 0,334..