SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT HÀM RỒNG

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

PHÁT TRIỂN HỆ PHƯƠNG TRÌNH TỪ CÁC BÀI TOÁN CƠ BẢN GIÚP HỌC SINH THPT RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Người thực hiện: Lưu Thị Minh
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc môn: Toán

THANH HÓA NĂM 2016

1. MỞ ĐẦU

1.1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Hệ phương trình đại số là mảng kiến thức quan trọng, phong phú và đa dạng có nhiều phương pháp giải khác nhau và thường gặp trong các kì thi học sinh giỏi cũng như kỳ thi tuyển sinh Đại học, cao đẳng. Mặc dù học sinh được cọ xát phần này khá nhiều song phần lớn các em vẫn còn lúng túng trong quá trình tìm ra cách giải. Nguyên nhân là vì:

Thứ nhất, hệ phương trình là mảng kiến thức phong phú và khó, đòi hỏi người học phải có tư duy sâu sắc, có sự kết hợp nhiều mảng kiến thức khác nhau.

Thứ hai, sách giáo khoa trình bày phần này khá đơn giản, tài liệu tham khảo đề cập đến phần này khá nhiều song sự phân loại chưa dựa trên cái gốc của bài toán nên khi học, học sinh chưa có sự liên kết, định hình và chưa có cái nhìn tổng quát về hệ phương trình.

Thứ ba, đa số học sinh đều học một cách máy móc, chưa có thói quen tìm ra bài toán xuất phát, chưa biết được bài toán trong đề thi do đâu mà có nên khi người ra đề chỉ cần thay đổi một chút là đã gây khó khăn cho các em.

Nhằm mục đích rèn luyện tư duy sáng tạo, rèn đức tính chịu khó tìm tòi, tinh thần tự học, tự nghiên cứu cho học sinh thông qua hoạt động khai thác từ bài toán cơ bản đến bài toán khó. Đây là hoạt động rất quan trọng trong dạy học, đó là lý do mà tôi chọn viết đề tài này.

1.2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

Có rất nhiều vấn đề đơn giản mà chúng ta có thể khai thác được, tôi chọn viết đề tài này với một số mục đích sau đây:

- Rèn luyện cho học sinh kĩ năng giải toán và tạo ra các bài toán mới.
- Rèn luyện cho các em đức tính cần cù, chịu khó tìm tòi, sáng tạo và đồng thời hình thành cho các em một thói quen tự học, tự nghiên cứu.
- Hình thành cho các em một thói quen biết khai thác các vấn đề đơn giản của Toán học.
- Giúp các em thấy được mối liên hệ giữa các mảng kiến thức toán

1.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

- Học sinh THPT.
- Giáo viên giảng dạy toán cấp THPT

1.4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU:

- Trước hết tôi nghiên cứu các tài liệu toán liên quan đến đề tài, sử dụng một số bài toán cơ bản mà học sinh dễ dàng giải quyết được, sử dụng một số phép biến đổi đơn giản, thay đổi hình thức của bài toán để được các bài toán mới. Sau đó tôi triển khai áp dụng đề tài trên đối tượng là các học sinh trên lớp và một số đồng nghiệp trong tổ Toán- Tin của trường THPT Hàm Rồng.

2. NỘI DUNG

2.1. CƠ SỞ LÝ LUẬN

- Xuất phát từ một hệ, một phương trình đã biết thuật giải, một hàm số… chúng ta thay thế hình thức của các biến có mặt trong hệ hoặc kết hợp với một phương trình giải được và biến đổi rút gọn ta thu được một hệ có hình thức hoàn toàn xa lạ với hệ ban đầu.

2.2. THỰC TRẠNG CỦA ĐỀ TÀI

2.2.1. Thuận lợi:

- Bản thân tôi luôn nhiệt tình, tâm huyết, luôn chịu khó tìm tòi, sáng tạo, tự học và tự nghiên cứu.

- Có một bộ phận nhỏ các học sinh đặc biệt là học sinh lớp chọn có tố chất, tư duy, khả năng sáng tạo, nhiệt tình và luôn mong muốn tìm hiểu khám phá những vấn đề mới của toán học.

2.2.2. Khó khăn:

- Đặc thù môn Toán là rất trừu tượng nên học sinh có phần e ngại khi học môn Toán chứ chưa nói gì đến việc tìm tòi, sáng tạo, tự nghiên cứu về toán.

2.2.3. Thực trạng của đề tài

- Trong giảng dạy nếu đơn thuần chỉ truyền thụ kiến thức cơ bản mà quyên đi hoạt động tìm tòi, sáng tạo, nghiên cứu thì bản thân người giáo viên sẽ bị mai một kiến thức và học sinh cũng bị hạn chế khả năng suy luận, tư duy sáng tạo.

- Một số học sinh mang khuynh hướng học đối phó để thi nên không muốn hiểu sâu, hiểu rộng một vấn đề nào đó của toán học.

2.3. PHÁT TRIỂN HỆ PHƯƠNG TRÌNH TỪ CÁC BÀI TOÁN CƠ BẢN.

2.3.1. Xuất phát từ một hệ đã biết thuật giải, chúng ta thay thế hình thức của các biến có mặt trong hệ và biến đổi rút gọn ta thu được một hệ có hình thức hoàn toàn xa lạ với hệ ban đầu.

Từ một hệ đối xứng loại 1 đã biết cách giải sau:

<u>Ví dụ 1:</u> hệ $\begin{cases} a+b=3 \\ ab=2 \end{cases}$ Thay thế $a=\dfrac{1+y^2}{x}, b=x-2y-2$

Ta có $\begin{cases} \dfrac{1+y^2}{x}+x-2y-2=3 \\ \dfrac{1+y^2}{x}(x-2y-2)=2 \end{cases}$ Biến đổi hệ ta được hệ $\begin{cases} (1+y^2)+x(x-2y)=5x \\ (1+y^2)(x-2y-2)=2x \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2+1=5x+2xy \\ xy^2-2y(y^2+y+1)=x+2 \end{cases}$

Từ đó ta có bài toán mới sau:

Bài toán 1: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+1=5x+2xy \\ xy^2-2y(y^2+y+1)=x+2 \end{cases}$

Lời giải: Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} 1+y^2+x(x-2y)=5x \\ (1+y^2)(x-2y-2)=2x \end{cases}$ (I)

+ Nếu x=0 thì hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} 1+y^2=0 \\ (1+y^2)(2y-2)=0 \end{cases}$ hệ vô nghiệm

+ Nếu $x \neq 0$ thì chia cả 2 vế của cả 2 phương trình trong hệ cho x ta được

hệ tương đương : $\begin{cases} \dfrac{1+y^2}{x}+x-2y=5 \\ \dfrac{1+y^2}{x}(x-2y-2)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1+y^2}{x}+(x-2y-2)=3 \\ \dfrac{1+y^2}{x}(x-2y-2)=2 \end{cases}$

Đặt $a=\dfrac{1+y^2}{x}, b=x-2y-2$. Ta được hệ đơn giản ban đầu $\begin{cases} a+b=3 \\ ab=2 \end{cases}$

Có 2 nghiệm (2;1), (1;2).

Với $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+y^2 \\ x=2y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+4 \\ y^2-2y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=10 \\ y=3 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+y^2=2x \\ x=2y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y+3 \\ y^2-4y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=13 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm $(2;-1),(10;3),(1;-1),(13;5)$.

Nhận xét :Xuất phát từ hệ phương trình đơn giản $\begin{cases} a+b=3 \\ ab=2 \end{cases}$ (I)

1) Thay $a=x^2+x, b=y^2+y$ vào hệ (I) ta được hệ (1) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=3 \\ xy(x+1)(y+1)=2 \end{cases}$

2) Thay $a=x^2+xy, b=y^2-xy$ vào hệ (I) ta được hệ (2) $\begin{cases} x^2+y^2=3 \\ xy(x^2-y^2)=2 \end{cases}$

3)Thay $a=x^2+2x, b=2x+y$ vào hệ (I) ta được hệ (3) $\begin{cases} x^2+4x+y=3 \\ x(x+2)(2x+y)=2 \end{cases}$

4)Thay $a=x+\dfrac{1}{x}, b=y+\dfrac{1}{y}$ vào hệ (I) ta được hệ (4) $\begin{cases} xy(x+y)+x+y=3xy \\ (x^2+1)(y^2+1)=2xy \end{cases}$

5)Thay $a=x^2+2xy, b=y^2-xy$ vào hệ (I) ta được hệ (5) $\begin{cases} x^2+y^2+xy=3 \\ xy(x+2y)(y-x)=2 \end{cases}$

Ví dụ 2: Từ hệ $\begin{cases} a+b=3 \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$ Thay a = x, b = x(x+y) ta có hệ: $\begin{cases} x+x(x+y)=3 \\ x^2+x^2(x+y)^2=5 \end{cases}$

Với $x \neq 0$ chia cả hai vế của phương trình thứ hai cho x^2 ta được hệ:

$\begin{cases} x(x+y+1)-3=0 \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$. Từ đó ta có bài toán sau:

<u>Bài toán 2</u>: Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x(x+y+1)-3=0 & (1) \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 & (2) \end{cases} (x,y \in R)$

(Đề thi đại học năm 2009-khối D).

<u>Lời giải</u>: ĐK: $x \neq 0$

Đi ngược lại quy trình tìm ra bài toán hoặc có thể giải theo cách sau:

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1-\dfrac{3}{x}=0 \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} a=x+y \\ b=\dfrac{1}{x} \end{cases}$ Hệ trở thành: $\begin{cases} a-3b+1=0 \\ a^2-5b^2+1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3b-1 \\ 4b^2-6b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=1 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hệ có 2 nghiệm $(1;1), \left(2;-\dfrac{3}{2}\right)$.

<u>Nhận xét</u>: Thay hệ xuất phát (I) bằng hệ xuất phát (II) $\begin{cases} a+b=3 \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$ và làm tương tự như trên ta lại thu được các hệ mới khác. Chẳng hạn:

1) Thay $a=x^2+y^2, b=xy$ vào hệ (II) ta được hệ $\begin{cases} x^2+y^2+xy=3 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$

2) Thay $a=x+\dfrac{1}{x}, b=y+\dfrac{1}{y}$ vào hệ (II) ta được hệ $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=3 \\ x^2+y^2+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=3 \end{cases}$

3) Thay $a=x+\dfrac{1}{y}, b=\dfrac{x}{y}$ vào hệ (II) ta được hệ $\begin{cases} xy+x+1=3y \\ (xy+1)^2+x^2=5y^2 \end{cases}$

4) Thay $a = x + y, b = \frac{1}{y}$ vào hệ (II) ta được hệ $\begin{cases} (x+y)y + 1 = 3y \\ (x+y)^2 y^2 + 1 = 5y^2 \end{cases}$

5) Thay $a = x^2 + 2x, b = y^2 - 2x$ vào hệ (II) ta được hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ x^4 + y^4 + 4x(x^2 - y^2) + 8x^2 = 5 \end{cases}.$$

<u>Ví dụ 3</u>: Từ hệ $\begin{cases} a + b + ab = 5 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$ hệ này có nghiệm (1;2) và (2;1)

Thay a = $\frac{y}{2x^3}$ và b = y^2 thì ta có hệ: $\begin{cases} \frac{y}{2x^3} + y^2 + \frac{y^3}{2x^3} = 5 \\ \frac{y^2}{4x^6} + y^4 = 5 \end{cases}$

Biến đổi ta được hệ phương trình $\begin{cases} y(y^2 + 2x^3 y + 1) = 10x^3 \\ y^2(1 + 4x^6 y^2) = 20x^6 \end{cases}$

Vậy ta có bài toán sau:

<u>Bài toán 3:</u> Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y(y^2 + 2x^3 y + 1) = 10x^3 \\ y^2(1 + 4x^6 y^2) = 20x^6 \end{cases}$

Để giải bài toán này ta đi ngược lại quá trình tìm ra bài toán.

Ngoài ra thay a = x+y; b = x-y ta có hệ mới sau: $\begin{cases} 2x + x^2 - y^2 = 5 \\ 2(x^2 + y^2) = 5 \end{cases}$

Chú ý: Ngược lại để tìm cách giải cho một hệ không mẫu mực thì trước hết quan sát phát hiện ẩn phụ $u = f(x,y), v = g(x,y)$ có ngay trong từng phương trình hoặc xuất hiện sau một số phép biến đổi hằng đẳng thức cơ bản hoặc phép chia cho một biểu thức khác 0 để đưa về hệ đơn giản.

<u>Bài toán 4</u>: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y - 1 + \frac{1}{\sqrt{2x+y}} = 0 \\ \frac{1}{x+y+1} + \sqrt{2x+y} = 2 \end{cases}$

<u>Phân tích</u>:

Hai pt của hệ đều có phần chung là $x + y, \sqrt{2x+y}$

<u>Lời giải</u>: ĐK: $\begin{cases} x + y \neq -1 \\ 2x + y > 0 \end{cases}$ Đặt $a = x + y + 1, b = \frac{1}{\sqrt{2x+y}}; b > 0$

Hệ trở thành $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 1 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ có 1 nghiệm duy nhất (x;y) = (1;-1).

Bài toán 5 : Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)\left(1+\frac{1}{xy}\right)=5\\(x^2+y^2)\left(1+\frac{1}{x^2y^2}\right)=49\end{cases}$

Phân tích: Trước hết ta thấy hệ này có dạng quen thuộc là hệ đối xứng loại 1, tuy nhiên nếu đặt ẩn phụ theo tổng và tích như cách thông thường ta sẽ gặp một hệ khó, phức tạp và không có nghiệm đẹp. Nhưng sau khi đặt điều kiện và khai triển ra ta được

$\begin{cases}x+\frac{1}{y}+y+\frac{1}{x}=5\\x^2+\frac{1}{y^2}+y^2+\frac{1}{x^2}=49\end{cases}$, và nếu đặt $\begin{cases}x+\frac{1}{x}=a\\y+\frac{1}{y}=b\end{cases}$ thì ta được $\begin{cases}a+b=5\\a^2+b^2=53.\end{cases}$

Đến đây ta có một hệ quen thuộc.

Bài toán 6: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y+x^3y+xy^2+xy=-\frac{5}{4}\\x^4+y^2+xy(1+2x)=-\frac{5}{4}\end{cases}$

(Đề thi đại học khối A năm 2008)

Lời giải: Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases}x^2+y+xy(x^2+y)+xy=-\frac{5}{4}\\(x^2+y)^2+xy=-\frac{5}{4}\end{cases}$.

Đặt $\begin{cases}x^2+y=a\\xy=b\end{cases}$ ta được hệ mới :

$$\begin{cases}a+ab+b=-\frac{5}{4}\\a^2+b=-\frac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-\frac{5}{4}-a^2\\a-\frac{5}{4}a-a^3-\frac{5}{4}-a^2=-\frac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^3+a^2+\frac{a}{4}=0\\b=-\frac{5}{4}-a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0,b=-\frac{5}{4}\\a=-\frac{1}{2};b=-\frac{3}{2}\end{cases}$$

Từ đó ta tìm được *x, y.*

Bài toán 7. Giải hệ phương trình : $\begin{cases}x^2+y^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=5\\(xy-1)^2=x^2-y^2+2\end{cases}$ (I)

(Đề thi HSG tỉnh Nghệ an năm 2013)

Lời giải: ĐK: $\begin{cases}x\neq0\\y\neq0\end{cases}$

Hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y-\frac{1}{y}\right)^2=5 \\ (x^2+1)(y^2-1)=2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y-\frac{1}{y}\right)^2=5 \\ \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(y-\frac{1}{y}\right)=2 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} a=x+\frac{1}{x}, |a|\geq 2 \\ b=y-\frac{1}{y} \end{cases}$ .Khi đó hệ trở thành $\begin{cases} a^2+b^2=5 \\ ab=2 \end{cases}$

Đến đây ta có hệ đối xứng loại 1 đã biết cách giải.

<u>Ví dụ 4</u>: Từ một hệ không đối xứng đã biết cách giải sau: $\begin{cases} a+b\left(\frac{a}{2}+1\right)=4 \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$

Bằng cách đặt $a=2x;\ b=\frac{y}{x^2}$,

Ta có được hệ: $\begin{cases} 2x+\frac{y}{x^2}(x+1)=4 \\ \left(\frac{y}{x^2}\right)^2+4x^2=5 \end{cases}$

Sau quá trình biến đổi và rút gọn ta được hệ mới sau: $\begin{cases} 2x^3+y(x+1)=4x^2 \\ y^2+4x^6=5x^4 \end{cases}$

Ta được bài toán sau:

<u>Bài toán 8.</u> Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x^3+y(x+1)=4x^2 \ (1) \\ 5x^4-4x^6=y^2 \ (2) \end{cases}$

<u>Lời giải</u>:

Cách 1: Đi ngược lại quá trình tìm ra bài toán.

Ngoài ra dựa vào dấu hiệu pt(1) là bậc nhất đối với một ẩn y, vì vậy ta có thể rút y từ pt(1) thế vào pt(2).

Cách 2: Nếu x= -1 thay vào (1) không thỏa mãn.

Giả sử $x\neq -1$.Từ (1) suy ra : $y=\frac{2x^2(2-x)}{x+1}$

Thay vào (2), ta được: $x^4(5-4x^2)=\frac{4x^4(2-x)^2}{(x+1)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (5-4x^2)(x^2+2x+1)=4(4-4x+x^2) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 4x^4+8x^3+3x^2-26x+11=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (x-1)(2x-1)(2x^2+7x+11)=0 \end{array}\right.$

Hay $x\in\left\{0;1;\frac{1}{2}\right\}$. Vậy hệ đã cho có 3 nghiệm $(0;0),(1;1)\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Với dấu hiệu trên ta có thể giải được khá nhiều hệ phức tạp.

Bài toán 9 : Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+3xy^2=-49 & (1) \\ x^2-8xy+y^2=8y-17x & (2) \end{cases}$

(Đề thi HSG Quốc gia 2004)

Nhận xét : Với hệ này, cả hai ẩn và ở hai phương trình đều khó có thể rút ẩn này theo ẩn kia. Tuy nhiên, nếu rút y^2 từ (2) và thế vào (1) thì ta được một phương trình mà ẩn y chỉ có bậc 1:

$x^3+3x(-x^2+8xy+8y-17x)=-49 \Leftrightarrow 24xy(x+1)=2x^3+2x^2+49x^2-49 \quad (3)$

-Nếu x=0 thì (1) vô lí.

-Nếu x=-1 thì hệ trở thành $y^2=16 \Rightarrow y=\pm 4$.

-Nếu $x \neq -1 \& x \neq 0$ thì từ (3) suy ra $y=\dfrac{2x^2+49x-49}{24x}$.

Thế trở lại phương trình (2) ta được :

$$x^2-8x.\frac{2x^2+49x-49}{24x}+\left(\frac{2x^2+49x-49}{24x}\right)^2=\frac{2x^2+49x-49}{3x}-17x$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{3}+\left(\frac{2x^2+49x-49}{24x}\right)^2=\frac{-49}{3x} \Leftrightarrow 192x^4+(2x^2+49x-49)^2=-49.192x$$

$$\Leftrightarrow 196x^4+196x^3+2205x^2+4606x+2401=0 \Leftrightarrow 196x^3+2205x+2401=0$$

$$\Leftrightarrow 196x^3+196+2205x+2205=0 \Leftrightarrow 196x^2-196x+2401=0$$

Phương trình vô nghiệm. Vậy hệ chỉ có hai nghiệm (-1;4) và (-1;-4).

Nhận xét: Bằng cách thay thế hình thức của biến trong hệ đối xứng hoặc không đối xứng ta đã có bài toán mới.

Như vậy, nếu chúng ta biết cách tạo ra bài toán và dựa vào các dấu bài toán đã cho ta có thể tìm cách giải của những bài toán tương tự khác.

Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x^2-4xy+x+2y=0 \\ x^4-8x^2y+3x^2+4y^2=0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x(x+1)+\dfrac{1}{y}\left(\dfrac{1}{y}+1\right)=4 \\ x^3y^3+xy+x^2y^2+1=4y^3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{(y+1)^2}+\dfrac{y^2}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{2} \\ 3xy=x+y+1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4xy+4(x^2+y^2)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ 2x+\dfrac{1}{x+y}=3 \end{cases}$

Ví dụ 5: Xuất phát từ một biến đổi tương đương

$(x-2)^3=(y+1)^3 \Leftrightarrow x^3-6x^2+12x-8=y^3+3y^2+3y+1 \quad (1)$

Khi $(x;y)=(1;-2)$ thì (1) đúng . Cũng với $(x;y)=(1;-2)$ thì $x^3-y^3=9$ (2)

Từ (1), (2) ta được $2x^2+y^2-4x+y=0$ (3)

Từ (2), (3) ta có bài toán sau:

<u>Bài toán 10</u>: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3-y^3=9 & (1) \\ 2x^2+y^2-4x+y=0 & (2) \end{cases}$

(Đề thi chính thức 30/4/2012).

<u>Lời giải</u>: Nhân 2 vế của phương trình (2) với -3 rồi cộng với phương trình (1), ta được $x^3-y^3-6x^2-3y^2+12x-3y=9$

$\Leftrightarrow x^3-6x^2+12x-8=y^3+3y^2+3y+1 \Leftrightarrow (x-2)^3=(y+1)^3 \Leftrightarrow x-2=y+1 \Leftrightarrow x=y+3$

Thay vào (2) ta được: $2(y+3)^2+y^2-4(y+3)+y=0$

$$\Leftrightarrow 3y^2+9y+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1 \Rightarrow x=2 \\ y=-2 \Rightarrow x=1 \end{array}\right.$$

Nghiệm của hệ là (x;y) = (1;-2) và (x;y) = (2;-1).

<u>Ví dụ 6</u>: Xuất phát từ biến đổi tương đương sau:

$(x-2)^4=(y-4)^4 \Leftrightarrow x^4-8x^3+24x^2-32x=y^4-16y^3+96y^2-256y+240$

Ta nhận thấy khi (x;y) = (-4;-2) thì (1) đúng.

Với (x;y) = (-4;-2) thì $x^4-y^4=240$ (2).

Từ (1), (2) ta được: $x^3-2y^3=3(x^2-4y^2)-4(x-8y)$ (3).

Từ (2),(3) ta có bài toán sau

<u>Bài toán 11</u>: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4-y^4=240 & (1) \\ x^3-2y^3=3(x^2-4y^2)-4(x-8y) & (2) \end{cases}$

(Đề thi học sinh giỏi QG-2010)

<u>Lời giải</u>: Lời giải bài toán này tương tự bài toán 5 và được thực hiện như sau:

Nhân hai vế phương trình (2) với (-8) Rồi cộng với phương trình (1), ta được:

$x^4-y^4-8x^3+16y^2=240-24x^2+96y^2+32x-256y$

$\Leftrightarrow x^4-8x^3+24x^2-32x+16=y^4-16y^3+96y^2-256y+256$

$\Leftrightarrow (x-2)^4=(y-4)^4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x+2 \\ y=6-x \end{array}\right.$

Với y=x+2, thay vào pt(1) ta được: $x^3+3x^2+4x+32=0 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow y=-2$

Với y=6-x, thay vào pt(1) ta được: $x^3-9x^2+36x-64=0 \Leftrightarrow x=4 \Rightarrow y=2$

Vậy hệ đã cho chỉ có 2 nghiệm là (4;2) và (-4;-2).

<u>Nhận xét:</u> Dấu hiệu để đưa về hằng đẳng thức là trong hệ có chứa các hạng tử sau: $x^2 \pm y^2; x^3 \pm y^3; x^4 \pm y^4$

<u>Ví dụ 7</u>: Xuất phát từ đẳng thức sau: $(v+5)^3+(u-3)^3=0$ biến đổi ta đưa về phương trình sau $v^3+u^3-9u^2+15v^2=-98-27u-75v$ (1)

Ngoài ra ta nhận thấy u = 3 và v = -5 thay vào (1) thỏa mãn
khi đó $v^3+u^3=-98$ (2). Từ (1),(2) ta có : $3u^2-5v^2=9u+25v$. (3)
Đặt u = x+y; v = x-y. Thay vào (2),(3) ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^3+3xy^2=-49 \\ x^2-8xy+y^2=8y-17x \end{cases}$$

Nhận xét : Với cách xây dựng bài toán như trên ta được những bài toán mới từ những bài toán đơn giản ban đầu.

Bài toán 12: Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^3+3xy^2=-49 \\ x^2-8xy+y^2=8y-17x \end{cases}$

(Đề thi HSG Quốc gia 2004)

Lời giải: Nhân pt (2) với 3 rồi cộng vào pt (1), ta được:

$$x^3+3xy^2+49+3x^2-24xy+3y^2-24y+51x=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x^2+2x+3y^2-24y+49)=0 \Leftrightarrow (x+1)\left[(x+1)^2+3(y-4)^2\right]=0$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=4 \vee y=-4 \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases} \end{array}\right.$. Khi đó hệ có nghiệm $(-1;4),(-1;-4)$.

2.3.2. Từ một phương trình tích cơ bản bằng cách phân tích và biến đổi kết hợp với một phương trình giải được ta có một hệ mới.

+ Cách thành lập hệ dạng này $\begin{cases} (ax+by+c)f(x;y)=0 \\ g(x;y)=0 \end{cases}$ trong đó $f(x;y)$ được chọn sao cho $\begin{cases} f(x;y)=0 \\ g(x;y)=0 \end{cases}$ vô nghiệm hoặc $\begin{cases} f(x;y)=0 \\ g(x;y)=0 \end{cases}$ giải được; $g(x;y)$ được chọn sao cho $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ g(x;y)=0 \end{cases}$ giải được và thỏa mãn kết hợp được với $f(x;y)$

+ Cơ sở phương pháp. Phân tích một trong hai phương trình của hệ thành tích các nhân tử. Đôi khi cần tổ hợp hai phương trình thành phương trình hệ quả rồi mới đưa về dạng tích.

Bài toán 13: Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+x+y=x^2-2y^2 & (1) \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-2y & (2) \end{cases}$

Phân tích. Rõ ràng, việc giải phương trình (2) hay kết hợp (1) với (2) không thu được kết quả khả quan nên chúng ta tập trung để giải (1).

Lời giải. ĐK: $x\geq 1,\ y\geq 0$

(1) $\Leftrightarrow y(x+y)+(x+y)=x^2-y^2 \Leftrightarrow (x+y)(y+1-x+y)=0$

TH 1. $x+y=0$ (loại do $x\geq 1,\ y\geq 0$)

TH 2. $2y+1-x=0 \Leftrightarrow x=2y+1$ thế vào pt (2) ta được

$(2y+1)\sqrt{2y}-y\sqrt{2y}=4y+2-2y \Leftrightarrow (y+1)\sqrt{2y}=2(y+1)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y+1=0 \\ \sqrt{2y}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=2 \end{array}\right.$. Do $y\geq 0 \Rightarrow y=2$. Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(5;2)$

Chú ý: Do có thể phân tích được thành tích của hai nhân tử bậc nhất đối y (hay đối với x) nên có thể giải pt (1) bằng cách coi (1) là pt bậc hai ẩn y (hoặc x).

Bài toán 14: Giải hệ phương trình $\left\{\begin{array}{ll} x^3+xy^2+2y^3=0 & (1) \\ \sqrt[3]{x^4-x^2}+4=4y^2+3y & (2) \end{array}\right.$

Lời giải:

Từ pt(1) $\Leftrightarrow (x+y)(x^2-xy+2y^2)=0 \Leftrightarrow x=-y$ $(x^2-xy+2y^2>0, \forall x,y)$

Thay x = -y vào pt(2) ta có : $\sqrt[3]{x^2(x^2-1)}=4(x^2-1)-3x$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{\dfrac{x}{x^2-1}}\right)^2=4-3\dfrac{x}{x^2-1}$ (Do $x=\pm 1$ không phải là nghiệm)

Đặt $t=\sqrt[3]{\dfrac{x}{x^2-1}}$ Khi đó ta có phương trình: $3t^3+t^2-4=0 \Leftrightarrow (t-1)(3t^2+4t+4)=0$

$\Leftrightarrow t=1$ $(\text{do}\quad 3t^2+4t+4>0, \forall t)$

Với t = 1 $\Leftrightarrow \dfrac{x}{x^2-1}=1 \Leftrightarrow x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \\ x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y=-\dfrac{\sqrt{5}+1}{2} \end{array}\right.$

Vậy hệ có 2 nghiệm $\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right),\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};-\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$

Nhận xét:

Phương trình (1) cũng có thể giải theo phương trình đẳng cấp bậc ba đối với hai ẩn x và y.

Các bài toán tương tự:

1) $\left\{\begin{array}{l} 5x^2y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0 \\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2 \end{array}\right.$ *(Đề thi đại học khối A năm 2011)*

2) $\left\{\begin{array}{l} xy+x+y=x^2-2y^2 \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{2y-3}=3 \end{array}\right.$

3) $\left\{\begin{array}{l} x(3x-7y+1)=-2y(y-1) \\ \sqrt{x+2y}+\sqrt{4x+y}=5 \end{array}\right.$

4) $\left\{\begin{array}{l} 2x^2+5xy+2y^2+x+1=0 \\ x^2+4xy+y^2+8x+6y+11=0 \end{array}\right.$

5) $\left\{\begin{array}{l} (x+y)(x+4y^2+y)+3y^4=0 \\ \sqrt{x+2y^2+1}-y^2+y+1=0 \end{array}\right.$

2.3.3. Phương pháp sử dụng tính đơn điệu của hàm số

***Cơ sở phương pháp.** Nếu $f(x)$ đơn điệu và liên tục trên khoảng $(a;b)$ và $x, y\in(a;b)$ thì $f(x)=f(y) \Leftrightarrow x=y$

*** Cách xây dựng phương trình và hệ theo phương pháp này**.

+ Lấy hàm số $f(t)$ đơn điệu trên khoảng $(a;b)$, $u(x;y), v(x;y) \in (a;b)$

+ Lấy $g(x;y)$ sao cho hệ $\begin{cases} u(x;y) = v(x;y) \\ g(x;y) = 0 \end{cases}$ giải được trên tập xác định của chúng.

+ Lập hệ phương trình $\begin{cases} f(u) = f(v) \\ g(x;y) = 0 \end{cases}$

Ví dụ 8: Xét hàm số: $f(t) = t^2 - \frac{1}{\sqrt{t-1}}$ với t>1. Là hàm số đồng biến $(1;+\infty)$

Ta có pt: $f(5x-6) = f(x) \Leftrightarrow x = 1$

Khi đó khai triển pt trên ta có một phương trình mới:

$(5x-6)^2 - \frac{1}{\sqrt{5x-6-1}} = x^2 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.Rút gọn ta được pt sau:

Bài toán 15 : $24x^2 - 60x + 36 - \frac{1}{\sqrt{5x-7}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} = 0$.

Với hàm số trên ta thay tùy biến t bằng một biểu thức chứa x thích hợp ta được thêm các pt khác nhau nhưng có cùng một cách giải.

Ví dụ 9: Xét hàm số $f(t) = t\left(1 + \sqrt{t^2+2}\right)$ là hàm số đồng biến trên R.

Khi đó xét pt sau $f(x+1) = f(-x)$ có nghiệm là $x = \frac{-1}{2}$.

Khai triển pt trên ta có pt sau:

Bài toán 16: $(x+1)\sqrt{x^2+2x+3} + x\sqrt{x^2+2} = -2x-1$.

Ví dụ 10: Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ là hàm số đồng biến trên R.

Khi đó xét phương trình sau $f\left(\sqrt[3]{x+1}\right) = f(x-5)$. Biến đổi ta được pt sau:

Bài toán 17: Giải phương trình:

$$\sqrt[3]{x+1} = x^3 - 15x^2 + 75x - 131.$$

Bằng cách trên ta có thể tạo ra các phương trình mới.

Các bài toán tương tự:

Giải các phương trình sau:

1) $x^3 - 3x^2 - 2x - 1 - \sqrt[3]{3x^2+3x+1} = 0$ 2) $x^3 + 3x^2 - 3\sqrt[3]{3x+5} = 1 - 3x$

3) $x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x - 2 = \sqrt[3]{81x-8}$ 4) $9x^2 - 28x + 21 = \sqrt{x-1}$.

Đối với hệ phương trình ta cũng có cách xây dựng trên ta có một số hệ pt sau :

Bài toán 18: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (23-3x)\sqrt{7-x} + (3y-20)\sqrt{6-y} = 0 & (1) \\ (4y+3)\sqrt{x^3+1} - 2x^3 - 2y - 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lời giải: Điều kiện: $-1 \le x \le 7; y \le 6$

Ta nhận thấy trong phương trình (1) biến x và y đứng độc lập với nhau và cùng bậc. Khi đó phương trình (1) được viết lại như sau:

$(23-3x)\sqrt{7-x}=(23-3(y+1))\sqrt{7-(y+1)}$

Xét hàm số $f(t)=(23-3t)\sqrt{7-t}$; $t\le 7$

Hàm số liên tục và đồng biến trên $(-\infty;7]$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=f(y+1) \\ x,(y+1)\in(-\infty;7] \end{cases} \Leftrightarrow x=y+1$.

Thay y = x - 1 vào pt (2) ta có : $(4x-1)\sqrt{x^3+1}=2x^3+2x+1$

Đặt $\sqrt{x^3+1}=u, u\ge 0$ pt trở thành: $2u^2-(4x-1)u+2x-1=0$

Giải ra ta được $\left[\begin{array}{l} u=\frac{1}{2} \\ u=2x-1 \end{array}\right.$

*/ Với $u=\frac{1}{2}$ suy ra $x=-\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ và $y=-\sqrt[3]{\frac{3}{4}}-1$.

*/ Với u =2x – 1 suy ra $\begin{cases} x\ge\frac{1}{2} \\ x(x-2)^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=1$

Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm $(2;1),\left(-\sqrt[3]{\frac{3}{4}};-\sqrt[3]{\frac{3}{4}}-1\right)$.

<u>Bài toán 19</u>: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2y^3+y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x} & (1) \\ \sqrt{2y^2+1}+y=4+\sqrt{x+4} & (2) \end{cases}$

<u>Lời giải</u>: Điều kiện: $-4\le x\le 1; y\in R$

Về hình thức ta nhận thấy ngay pt(1) cũng giống pt của hệ trên. Ở đây ta chọn đa thức biến y làm chuẩn do vậy ta biến đổi đưa được về pt sau:

$2y^3+y=2(1-x)\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}$.

Xét hàm số: $f(t)=2t^3+t$, ta có $f'(t)=6t^2+1>0, \forall t\in R$.

Suy ra f(t) là hàm đồng biến trên R.

$(1)\Leftrightarrow f(y)=f(\sqrt{1-x})\Leftrightarrow \begin{cases} y\ge 0 \\ y^2=1-x \end{cases}$

Thế vào (2), ta được: $\sqrt{3-2x}+\sqrt{1-x}=4+\sqrt{x+4}$

Xét hàm số $g(x)=\sqrt{3-2x}+\sqrt{1-x}-\sqrt{x+4}$ liên tục $[-4;1]$

Ta có $g'(x)=-\frac{1}{\sqrt{3-2x}}-\frac{1}{2\sqrt{1-x}}-\frac{1}{2\sqrt{x+4}}<0, \forall x\in(-4;1)$.Suy ra hàm số g(x) nghịch biến trên $[-4;1]$. Lại có g(-3)=4 nên x= -3 là nghiệm duy nhất.

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (-3;2).

<u>Bài toán 20</u>: Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^3-3x=\sqrt{(y-1)^3}-\sqrt{9(y-1)} & (1) \\ 1+\sqrt{x-1}=\sqrt{y-1} & (2) \end{cases}$

<u>Lời giải</u>: Điều kiện: $x,y\ge 1$.Từ (2) suy ra $\sqrt{y-1}-1\ge 0\Leftrightarrow y\ge 2$

Pt(1) $\Leftrightarrow x^3 - 3x = (\sqrt{y-1})^3 - 3\sqrt{y-1}$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x,\ x \geq 1$ là hàm liên tục và đồng biến trên $[1;+\infty)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = f(\sqrt{y-1}) \\ x, \sqrt{y-1} \in [1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{y-1}$

Với $x = \sqrt{y-1}$ thay vào (2) giải được x =1; x= 2.

Vậy hệ có nghiệm (1;2); (2;5)

<u>Bài toán 21</u>: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực : $\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 & (1) \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} + m = 0 & (2) \end{cases}$

<u>Lời giải</u>: Điều kiện: $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$

Biến đổi (1) $\Leftrightarrow x^3 - 3x = (y-1)^3 - 3(y-1)$

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ có $f'(t) = 3t^2 - 3 \leq 0, \forall t \in [-1;1]$

Nên f(t) liên tục và nghịch biến $[-1;1]$.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = f(y-1) \\ x, (y-1) \in [-1;1] \end{cases} \Leftrightarrow x = y-1 \Leftrightarrow y = x+1$

Thay vào (2) ta có: pt: $2\sqrt{1-x^2} - x^2 = m$ (3)

Xét hàm số $g(t) = 2\sqrt{1-t} - t;\ \ t \in [0;1]$ có $g'(t) = \frac{-1}{\sqrt{1-t}} - 1 < 0$;

Suy ra g(t) là hàm số liên tục và nghịch biến $[0;1]$.

Tập giá trị của hàm số g(t) là $[-1;2]$. Vậy hệ có nghiệm khi và chỉ khi pt(3) có nghiệm trên $[-1;1] \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

<u>Bài toán 22</u>: Chứng minh hệ $\begin{cases} e^x = 2007 - \dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}} \\ e^y = 2007 - \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}} \end{cases}$ có đúng 2 nghiệm $x > 0, y > 0$

<u>Lời giải</u>: ĐK: $\begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ y^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \\ y \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \end{cases}$. Do $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ nên $\begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \end{cases}$

Trừ vế hai pt ta được $e^x - e^y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}} - \dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}} \Leftrightarrow e^x - \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}} = e^y - \dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}}$

Hay $f(x) = f(y)$ với $f(t) = e^t - \dfrac{t}{\sqrt{t^2-1}}, t \in (1;+\infty)$.

$f'(t) = e^t + \dfrac{1}{(t^2-1)\sqrt{t^2-1}} > 0, t \in (1;+\infty) \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Bởi vậy $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ thế vào pt thứ nhất ta được

$e^x = 2007 - \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \Leftrightarrow e^x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - 2007 = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0$

Với $g(x) = e^x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - 2007, x \in (1;+\infty)$. Ta có

$g'(x) = e^x - \frac{1}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}; g''(x) = e^x + \frac{3x(x^2-1)}{(x^2-1)^3\sqrt{x^2-1}} > 0, \forall x \in (1;+\infty)$

Suy ra $g'(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$, $g'(x)$ liên tục trên $(1;+\infty)$ và có $\lim\limits_{x\to 1^+} g'(x) = -\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} g'(x) = +\infty$ nên $g'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_0 \in (1;+\infty)$ và $g'(x) > 0 \Leftrightarrow g'(x) > g'(x_0) \Leftrightarrow x > x_0$. $g'(x) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < x_0$

Từ BBT của $g(x)$ ta suy ra pt $g(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm $x \in (1;+\infty)$. Vậy hệ phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương.

Chú ý : Với hệ sau thì cách giải trên không còn đúng nữa

$$\begin{cases} x - \frac{1}{x^3} = y - \frac{1}{y^3} & (1) \\ (x-4y)(2x-y+4) = -36 & (2) \end{cases} \qquad \text{ĐK } xy \neq 0$$

Nếu xét hàm số $f(t) = t - \frac{1}{t^3} \Rightarrow f'(t) = 1 + \frac{3}{t^4} > 0$ nên hàm số đồng biến $\forall t \neq 0$ do đó $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ thì là sai vì tính chất này chỉ đúng trên từng khoảng khoảng xác định

Vì vậy ta phải biến đổi tương đương đối với pt trên như sau:

$(x-y)(x^2+y^2+xy+x^3y^3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x^2+y^2+xy = -x^3y^3 \end{array}\right.$.

Với $x = y$ thay vào pt (2), ta có $x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = -6 \Rightarrow y = -6 \end{array}\right.$

Với $x^2+y^2+xy = -x^3y^3 > 0 \Rightarrow xy < 0$

Mặt khác pt(2) $\Leftrightarrow 2x^2 + 4y^2 - 9xy + 4x - 16y = -36 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 + 4(y-2)^2 - 9xy = -18$

Do xy < 0 Nên pt trên vô nghiệm. Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm (-6;-6) , (2;2).

Các bài toán tương tự:

1) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm:

1) $\begin{cases} x^3 - 12x - y^3 + 6y^2 - 16 = 0 \\ 4x^2 + 2\sqrt{4-x^2} - 5\sqrt{4y-y^2} + m = 0 \end{cases}$ (Đề thi HSG tỉnh Nghệ an năm 2012)

2) $\begin{cases} x^2 - 3x = (y-2)(y+1) \\ (x+y)\sqrt{x^2-4x+5} + (x-2)\sqrt{x^2+y^2+2xy+1} = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy^2\left(\sqrt{x^2+1}+1\right) = 3\sqrt{y^2+9} + 3y \\ (3x-1)\sqrt{x^2y+xy-5} - 4x^3 + 3x^3y - 7x = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x^2 - 2x - 5 + 2x\sqrt{x^2+1} = 2(y+1)\sqrt{y^2+2y+2} \\ x^2 + 2y^2 = 2x - 4y + 2 \end{cases}$

2.4. HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM ĐỐI VỚI HOẠT ĐỘNG GIÁO DỤC, BẢN THÂN, ĐỒNG NGHIỆP VÀ NHÀ TRƯỜNG.

2.4.1.Kết quả thực nghiệm :

Lớp	Sĩ số	Điểm TB (5 đến 6,4)		Điểm khá (6,5 đến 7,9)		Điểm giỏi (từ 8 trở lên)		Đạt yêu cầu	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12C9	45	18	40	15	33	6	13	39	87
12C12	45	16	36	17	38	7	16	40	89

2.4.2 Kết quả chung:

Sáng kiến kinh nghiệm của tôi đã giải quyết được những vấn đề sau:

- Giúp học sinh có cái nhìn tổng quát và có hệ thống về hệ phương trình đại số, từ đó có kĩ năng giải thành thạo các bài toán thuộc chủ đề này và hơn thế học sinh không còn cảm giác e sợ khi gặp hệ phương trình.

- Tạo cho học sinh có thói quen tổng quát bài toán và tìm ra bài toán xuất phát, biết được bài toán trong các đề thi do đâu mà có và người ta đã tạo ra chúng bằng cách nào.

- Thông qua việc tìm ra bài toán gốc, việc tổng quát bài toán, việc tạo ra bài toán mới, dần dần hình thành cho các em khả năng làm việc độc lập, sáng tạo, phát huy tối đa tính tích cực của học sinh theo đúng tinh thần phương pháp mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Điều quan trọng là tạo cho các em niềm tin, hứng thú khi học tập bộ môn.

Đề tài này đã được bản thân tôi và các đồng nghiệp cùng đơn vị áp dụng trong quá trình dạy học, đặc biệt là trong quá trình bồi dưỡng học sinh giỏi và ôn tập cho học sinh chuẩn bị thi vào các trường Đại học và Cao đẳng. Qua thực tế giảng dạy chuyên đề này tôi thấy các em học sinh không những nắm vững được phương pháp, biết cách vận dụng vào các bài toán cụ thể mà còn rất hứng thú khi học tập chuyên đề này. Khi học trên lớp và qua các lần thi thử đại học, số học sinh làm được bài về giải hệ phương trình cao hơn hẳn các năm trước và tốt hơn nhiều so với các em không được học chuyên đề này.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

3.1. Bài học kinh nghiệm

Qua quá trình áp dụng sáng kiến này tôi thấy để có thể đạt được kết quả cao giáo viên cần lưu ý một số vấn đề sau:

- Dành thời gian để nghiên cứu tài liệu SGK, SGV và tài liệu tham khảo.

- Giáo viên nên khai thác vấn đề ở nhiều khía cạnh khác nhau để củng cố và rèn luyện khả năng tư duy học sinh.

- Không chỉ dừng lại ở việc tạo ra các hệ phương trình mới giáo viên có thể khai thác thêm về các vấn đề khác của toán học như tạo ra phương trình, tạo các bài toán hình học phẳng,...

3.2. Kết luận

Sau một thời gian nghiên cứu và được sự giúp đỡ đóng góp ý kiến của đồng nghiệp đề tài hoàn thành với một số ưu nhược điểm sau:

3.2.1 Ưu điểm

- Sáng kiến đã đạt được những yêu cầu đặt ra ở phần đặt vấn đề.

- Tìm hiểu và đưa ra hệ thống bài tập tương đối đầy đủ có lời giải chi tiết.

- Phần lớn bài tập đưa ra phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh khá - giỏi THPT. Bên cạnh đó đề tài đưa ra bài tập khó dành cho học sinh giỏi.

- Giúp học sinh có những bài tập tương tự để phát triển tư duy.

3.3.2 Nhược điểm:

- Hệ thống bài tập chưa phong phú.

- Chưa khai thác sâu các vấn đề đặt ra

3.3.3 Hướng phát triển

Do thời gian thực hiện đề tài có hạn nên tôi chỉ đưa ra được một số bài toán để làm sáng tỏ nội dung của đề tài. Tôi sẽ cố gắng dành nhiều thời gian nghiên cứu hơn nữa để bổ sung thêm bài tập là nguồn tài liệu cho bản thân và đồng nghiệp trong quá trình dạy học.

3.3. Kiến nghị

Với tư tưởng luôn học hỏi cầu tiến bộ, hoàn thành tốt nhiệm vụ giáo dục và mong muốn góp sức cho sự nghiệp giáo dục. Vậy kính mong quý thầy (cô) góp ý, bổ sung để đề tài ngày một hoàn thiện hơn và có tác dụng hơn nữa trong quá trình dạy học.

Thanh Hóa, tháng 3 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác

Người viết*:* Lưu Thị Minh

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1) Sách giáo khoa toán 10, 12, NXBGD

2) Sách bài tập toán 10, 12, NXBGD

3) Phương pháp giảng dạy môn toán, Vũ Dương Thụy, NXBGD, 2009

4) Giải một bài tập như thế nào?*G.Polya ,* NXBGD,*2010*

5) Trọng tâm kiến thức Đại số lớp 10, 12, *Phan Huy Khải, NXBGD, 2012*

6) Sách giáo khoa Đại số nâng cao 10, 12, NXBGD

7) Kiến thức cơ bản giải tích 12 (Phan Văn Đức- Đỗ Quang Minh – Nguyễn Thanh Sơn – Lê Văn Trường – NXB ĐH Quốc gia thành phố HCM - 2002

8) Sai lầm thường gặp và các sáng tạo khi giải toán**,** Trần Phương và Nguyễn Đức Tấn – NXB Hà Nội – 2004.

9) Phương pháp dạy học môn Toán: Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy – NXBGD 2000

10) Phương pháp dạy học môn Toán ở trường phổ thông – XBB ĐHQG TPHCM 2005

11) Sách giáo viên, sách giáo khoa, sách bài tập Giải tích 12

12) Giới thiệu đề thi tuyển sinh môn toán.

13) Hàm số, tác giả Trần Phương

14) Báo toán học và tuổi trẻ

15) Một số tài liệu chuyên đề ôn thi đại học.

16) *Tạp chí TOÁN HỌC và TUỔI TRẺ số 294,370.*

17) Nguyễn Vũ Lương, Phạm Văn Hùng, Nguyễn Ngọc Thắng, *Hệ phương trình và phương trình chứa căn thức*, NXB ĐHQG HN, 2006.

18) Phan Huy Khải, *Các bài toán về hàm số*, NXB Hà Nội ,1997.

19) *Các bài thi OLYMPIC toán THPT Việt Nam (1990-2006),* NXBGD, 2007.

20) *Tuyển tập đề thi OLYMPIC 30 tháng 4, lần XII-2006*, NXBGD , 2006.

21) *Tuyển tập 30 năm tạp chí TOÁN HỌC và TUỔI TRẺ,* NXBGD, 1997.

22) *Tuyển tập 5 năm tạp chí TOÁN HỌC và TUỔI TRẺ,* NXBGD, 2003.

MỤC LỤC

1. Mở đầu Trang 1
2. Nội dung 2
2.1. Cơ sở lí luận 2
2.2. Thực trạng của đề tài 2
2.3. Phát triển hệ phương trình từ các bài toán cơ bản 2
2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, bản thân, đồng nghiệp và nhà trường 18
3. Kết luận, kiến nghị 19
3.1. Bài học kinh nghiệm 19
3.2. Kết luận 19
3.3. Kiến nghị 19