# **BÀI 6. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG. HÌNH CHÓP ĐỀU. THỂ TÍCH CỦA MỘT SỐ HÌNH KHỐI**

## A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

### 1. Hình lăng trụ đứng. Hình lăng trụ đều

- Hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy được gọi là hình lăng tru đứng.

- Hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều gọi là hình lăng trụ đều.

- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp đứng.

**Vi dụ:** Hình 41 biểu diễn hình lăng trụ đứng tứ giác  '.



**Nhận xét**

- Mỗi mặt bên của hình lăng trụ đứng là một hình chữ nhật, mặt phẳng chứa nó vuông góc với mặt đáy.

- Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình chữ nhật.

Nếu mỗi mặt của hình hộp là hình chữ nhật thì hình hộp đó là hình hộp chữ nhật.

Độ dài các đường chéo của hình hộp chữ nhật là bằng nhau.

- Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình vuông.

Hình lập phương là hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy.

### 2. Hình chóp đều. Hình chóp cụt đều

**a) Hình chóp đều**

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

**Chú ý**

- Hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy là tứ diện đều.

- Đoạn thẳng nối đỉnh với hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy gọi là đường cao.

Ví dụ: Hình 42 biểu diễn hình chóp tứ giác đều .



**Nhận xét:** Chân đường cao của hình chóp đều là tâm đường tròn ngoại tiếp của đáy.

b) Hinh chóp cụt đều

Cho hình chóp đều . Mặt phẳng  song song với đáy của hình chóp và cắt các cạnh  lần lượt tại .

Phần của hình chóp đã cho giới hạn bởi hai mặt phẳng  và  được gọi là hình chóp cưt đều .

Trong hình chóp cụt đều , ta gọi:

- Các đa giác  lần lượt là đáy lớn, đáy nhỏ;

- Các tứ giác  là các mặt bên;

- Các đoạn thẳng  là các cạnh bên;

- Các cạnh của hai đa giác  là các cạnh đáy.

**Vi dụ:** Hình 43 biểu diễn hình chóp cụt tứ giác đều .



**Nhận xét:**

- Hai đáy của hình chóp cụt đều nằm trên hai mặt phẳng song song và có các cạnh tương ứng song song; đồng thời hai đáy đó là các đa giác đều có cùng số cạnh;

- Mỗi mặt bên của hình chóp cụt đều là một hình thang cân;

- Các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cụt đều cùng đi qua một điểm;

- Đoạn thẳng nối tâm của hai đáy vuông góc với hai đáy của hình chóp cụt đều và gọi là đường cao.

### 3. Thể tích của một số hình khối

Phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ (kể cả hình lăng trụ ây) được gọi là khối lăng trụ. Các khối khác được định nghĩa tương tự.

**a) Thể tích của khối lăng trụ**

- Chiều cao của khối lăng trụ bằng khoảng cách giữa hai mặt đáy.

- Thể tích của khối lăng trụ được tính theo công thức:



trong đó  là chiều cao,  là diện tích đáy của khối lăng trụ.

**b) Thể tích của khối chóp**

- Chiều cao của khối chóp bằng khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy.

- Thể tích của khối chóp được tính theo công thức:



trong đó  là chiều cao,  là diện tích đáy của khối chóp.

**c) Thể tích của khối chóp cụt đều**

- Chiều cao của khối chóp cụt đều bằng khoảng cách giữa hai mặt đáy.

- Thể tích của khối chóp cụt đều được tính theo công thức:



trong đó  là chiều cao và  lần lượt là diện tích hai đáy của khối chóp cụt đều.

## B. VÍ DỤ

### Vấn đề 1. Chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian liên quan đến các hình khối đặc biệt

**Vi dụ 1.** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  '. Chứng minh rằng .

**Giải.** (Hình 44)



Vì  là hình lăng trụ tứ giác đều nên . Mà  nên .

Do  là hình vuông nên . Mà  và  cắt nhau trong mặt phẳng  nên .

### Vấn đề 2. Tính góc, độ dài, khoảng cách và thể tích liên quan đến các hình khối đặc biệt

**Vi dụ 2.** Cho khối chóp tứ giác đều  có .

a) Tính chiều cao của khối chóp .

b) Tính thể tích của khối chóp .

c) Tính góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng .

d) Tính côsin của số đo góc nhị diện .

e) Tính côsin của số đo góc nhị diện .

**Giải.** (Hình 45)



a) Gọi  là giao điểm của  và . Vì  là hình vuông nên

suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp  nên  là chân đường cao của khối chóp .

Khi đó, chiều cao của khối chóp  bằng .

Trong hình vuông , ta có:

Xét tam giác  vuông tại  có:



Vậy chiều cao của khối chóp  bằng .

b) Diện tích đáy  là: . Suy ra thể tích khối chóp  là:



c) Vì  nên  là hình chiếu của  trên . Khi đó góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  là .

Xét tam giác  vuông tại  có: .

Suy ra . Vậy góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng .

d) Gọi  là hình chiếu của  trên . Vì  là tam giác vuông cân tại  nên  là trung điểm . Mà tam giác  cân tại  nên .

Suy ra  là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện .

Xét tam giác  có  là đường trung bình nên .

Xét tam giác  vuông tại  có:

Suy ra .

Vậy côsin của số đo góc nhị diện  bằng .

e) Gọi  là hình chiếu của  trên . Vì  và  cắt nhau trong mặt phẳng  nên . Mà  nên .

Ngoài ra,  và  cắt nhau trong mặt phẳng  nên .

Mà  nên .

Từ đó ta có  là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện .

Xét tam giác  có: .

Tương tự ta có: . Xét tam giác , ta có:



Vậy côsin của số đo góc nhị diện  bằng .

### Vấn đề 3. Úng dụng

**Ví dụ 3.** Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cựt tứ giác đều (Hình 46). Cạnh đáy dưới dài , cạnh đáy trên dài , cạnh bên dài . Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng . Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



**Giải.** (Hình 47)



Giả sử chân tháp là khối chóp cụt tứ giác đều  với  là hình vuông cạnh  là hình vuông cạnh .

Vì  cắt nhau nên  đồng phẳng. Mà  nên .

Gọi  là giao điểm của  và  là giao điểm của  và . Khi đó .

Xét hình thang , gọi  là hình chiếu của  trên  là hình chiếu của  trên . Vì ,  trong  nên .

Suy ra  nên  bằng chiều cao của khối chóp cụt đều.

Ngoài ra, ta có  và . Suy ra  nên ta có .

Bên cạnh đó,  là hình chữ nhật nên . Từ đó ta có:



Xét tam giác  vuông tại  có:



Diện tích của hai đáy là: ,



Suy ra thể tích của khối chóp cụt đều là:



Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

 (đồng).

## C. BÀI TẬP

**Câu 51.** Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng  và có chiều cao bằng  thì có thể tích bằng:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 52.** Một khối chóp có diện tích đáy bằng  và có chiều cao bằng  thì có thể tích bằng:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 53.** Một khối chóp cụt đều có chiều cao bằng , diện tích của hai đáy lần lượt bằng  và  thì có thể tích bằng:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 54.** Cho khối tứ diện đều  cạnh . Tính:

a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  và ;

b) Chiều cao và thể tích của khối tứ diện đều ;

c) Côsin của góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng ;

d) Côsin của số đo góc nhị diện .

**Lời giải**



a) Gọi  lần lượt là trung điểm của . Vì tứ diện  đều nên các tam giác  và  đều. Suy ra  nên . Do đó, . Tương tự ta có . Vậy  là đoạn vuông góc chung của . Ta có:

.

Vậy .

b) Gọi  là hình chiếu của  trên . Khi đó,  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác . Vì tam giác  đều nên  thuộc  và . Ta có:



hay chiều cao của khối tứ diện  bằng .

Diện tích của tam giác  là .

Vậy thể tích của khối tứ diện  bằng



c) Côsin của góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng:



d) Vì  nên số đo của góc nhị diện  bằng .

Ta có: .

Vậy côsin của số đo góc nhị diện  bằng .

**Câu 55.** Cho hình lập phương  cạnh . Tính:

a) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  và ;

b) Số đo của góc nhị diện ;

c) Tang của góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng ;

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng  và ;

e\*) Góc giữa hai đường thẳng  và .

**Lời giải**



a) .

b) Vì  nên  đồng phẳng. Khi đó, góc nhị diện  là . Ta có . Số đo của góc nhị diện  bằng .

c) Vì  nên góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng .

Khi đó, tang của góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng



d) Gọi  là giao điểm của  và . Khi đó .

Suy ra .

e\*) Vì  nên góc giữa hai đường thẳng  và  bằng góc giữa hai đường thẳng  và . Vì tam giác  dều cạnh  nên . Vậy góc giữa hai đường thẳng  và  bằng .

**Câu 56.** Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (Hình 48) với chiều cao là  và cạnh lục giác dài . Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimét khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



**Lời giải**

Chia hình lục giác đều trên hai mặt đáy thành 6 hình tam giác đều cạnh . Khi đó diện tích đáy của viên gạch bằng: . Thể tích bê tông cần dùng bằng thể tích viên gạch, tức là:.