

A. LÝ THUYẾT

I. Đại số

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn, cách giải.
2. Hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$. Tính chất, đồ thị hàm số.
3. Phương trình bậc hai: Định nghĩa, cách giải.
4. Hệ thức Vi – ét và ứng dụng.
5. Giải các phương trình quy về bậc hai.
6. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

II. Hình học

1. Các loại góc liên quan đến đường tròn, cung chứa góc
2. Tứ giác nội tiếp, đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp.
3. Độ dài đường tròn, cung tròn. Diện tích hình tròn, hình quạt tròn.
4. Diện tích, thể tích các hình: Hình trụ, hình nón, hình cầu.

B. MỘT SỐ BÀI TẬP THAM KHẢO

I. Đại số

**** Dạng 1: Rút gọn và tính giá trị của biểu thức**

Bài 1. Cho biểu thức
$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{3\sqrt{x} + 1}{x - 1}$$
 với $x \geq 0, x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tính giá trị của A khi $x = 9$.
- c) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{2}$
- d) Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.
- e) Tìm m để phương trình $mA = \sqrt{x} - 2$ có hai nghiệm phân biệt.
- f) Tính các giá trị của x để $A < 1$

g) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức A

Bài 2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn B

b) Tính giá trị của B khi $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

c) Tìm x để $B = \sqrt{x}$

d) Với $x > 1$, hãy so sánh B với $\sqrt{B}$

Bài 3. Cho biểu thức $C = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức C

b) Tính giá trị của C, biết $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tính giá trị của x để C đạt giá trị lớn nhất

d) So sánh $\frac{1}{C}$ với 1

**** Dạng 2: Giải phương trình bậc hai. Hệ thức Vi – ét**

Bài 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$ (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m;

b) Chứng minh rằng biểu thức $M = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1)$ trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) không phụ thuộc vào giá trị m.

c) Với $m = 2$. Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức sau:

$$A = (3x_1 - 2x_2)(3x_2 - 2x_1); B = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1};$$

$$C = |x_1 - x_2|; D = \frac{x_1 + 2}{x_1} + \frac{x_2 + 2}{x_2}$$

- d) Tìm các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu? Có hai nghiệm trái dấu? Nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương? Có hai nghiệm đối nhau? Có hai nghiệm dương?
- e) Tìm các giá trị m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 mà $x_1^2 + x_2^2 = 16$.
- f) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 mà $x_2 = 3x_1$.

Bài 5. Cho phương trình: $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình với $m = -3$
- b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m .
- c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có tích hai nghiệm bằng 5, từ đó hãy tính tổng hai nghiệm phương trình.
- d) Tìm một hệ thức liên hệ giữ hai nghiệm không phụ thuộc vào m .
- e) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 0$

Bài 6. Cho phương trình $x^2 - 5mx + 1 = 0$ (1) có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy lập phương trình bậc hai ẩn y sao cho hai nghiệm y_1, y_2 của nó:

- a) Là số đối của các nghiệm của phương trình (1)
- b) Là nghịch đảo của các nghiệm của phương trình (1)

**** Dạng 3: Hàm số và đồ thị:**

Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 3x - 2$

và parabol (P): $y = x^2$

- a) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P).
- b) Tính chu vi và diện tích tam giác AOB.

Bài 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = -2x - 2$ và điểm A(-2;2)

- a) Chứng minh đường thẳng (d) đi qua A.
- b) Tìm giá trị của a để parabol (P): $y = ax^2$ đi qua điểm A.
- c) Viết phương trình đường thẳng (d') đi qua A và vuông góc với (d).

Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng

(d): $y = mx + n$. Tính các giá trị của m, n biết đường thẳng (d) thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- Song song với đường thẳng $d = x$ và tiếp xúc với parabol (P);
- Đi qua điểm $A(1,5; -1)$ và tiếp xúc với parabol (P). Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (d) trong mỗi trường hợp trên.
- Có hệ số góc bằng 5 và không cắt (P)

Bài 10. Cho đường thẳng (d): $2(m - 1)x + (m - 2)y = 2$

- Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt A và B.
- Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB theo m.
- Tìm m để (d) cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất.
- Tìm tọa độ điểm cố định mà (d) luôn đi qua khi m thay đổi.

**** Dạng 4. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình**

Bài 11. Một ô tô chuyển động đều với vận tốc đã định để đi hết quãng đường dài 120km trong một thời gian nhất định. Đi được một nửa quãng đường, xe nghỉ 30 phút nên để đến nơi đúng giờ, xe phải tăng vận tốc thêm 20km/h trên nửa quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô.

Bài 12. Một ca nô chạy xuôi dòng một khúc sông dài 72km, sau đó chạy ngược dòng khúc sông đó 54km, hết tổng cộng 6h. Tính vận tốc thực của ca nô? (biết vận tốc nước là 3km/h)

Bài 13. Hai người cùng làm chung một công việc sau 6h thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 2 giờ rồi nghỉ, để người thứ hai làm tiếp 3h thì được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì hết mấy giờ?

Bài 14. Hai A, B có 420 học sinh thi đỗ vào lớp 10, đạt tỉ lệ 84%. Tính riêng trường A có tỉ lệ đỗ là 80%. Tính riêng trường B có tỉ lệ đỗ là 90%. Tính số học dự thi của mỗi trường.

Bài 15. Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc đội bổ sung thêm 3 xe nên mỗi xe đã chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? (Biết số hàng chở trên các xe có khối lượng bằng nhau)

II. Hình học

Bài 16. Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong một đường tròn và P là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm C, D. Hai dây PC và PD lần lượt cắt dây AB tại E, F. Các dây AD và PC kéo dài cắt nhau tại I, các dây BC và PD kéo dài cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

- $\angle IDP = \angle KDP$
- Tứ giác CDFE nội tiếp.
- $IK \parallel AB$
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD tiếp xúc với PA tại A.

Bài 17. Cho hai đường tròn (O), (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Các đường thẳng AO, AO' cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm thứ hai C, D và cắt đường tròn (O') tại điểm thứ hai E, F.

- Chứng minh B, F, C thẳng hàng
- Chứng minh AB, CD, FE đồng quy
- Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp
- Chứng minh A là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BDE
- MN là một tiếp tuyến chung của (O) và (O') (M, N là tiếp điểm). Chứng minh AB đi qua trung điểm của MN
- Tìm điều kiện DE là tiếp tuyến chung của các đường tròn (O), (O')

Bài 18. Cho nửa đường tròn (O, R), đường kính BC. Điểm A thuộc nửa đường tròn ($\angle AC \leq \angle AB$). Dựng ra phía ngoài tam giác ABC một hình vuông ACED. Tia EA cắt nửa đường tròn tại F. Nối BF cắt ED tại K.

- Chứng minh 4 điểm B, C, D, K thuộc cùng một đường tròn
- Chứng minh $AB = EK$
- $\angle ABC = 30^\circ, BC = 10 \text{ cm}$. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AC và cung nhỏ AC của đường tròn (O)
- Tìm vị trí của điểm A để chu vi tam giác ABC lớn nhất.

Bài 19. Cho đường tròn (O, R) với đường kính AB cố định, EF là đường kính quay quanh O . Kẻ đường thẳng d tiếp xúc với (O) tại B . Nối AE , AF cắt đường thẳng d tại M , N .

- a) Chứng minh tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật.
- b) Chứng minh $AE \cdot AM = AF \cdot AN$
- c) Hạ AD vuông góc EF tại I . CM I là trung điểm MN .
- d) Gọi H là trực tâm $\triangle MFN$. Chứng minh rằng khi đường kính EF di động, H luôn thuộc một đường tròn cố định

---HẾT---