

▮ BÀI GIẢNG 2 : VẼ ĐẸP CỦA GIẢI TAM GIÁC TRONG TOÁN THỰC TẾ



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 101: Giải tam giác ABC và tính diện tích của tam giác đó, biết $\hat{A} = 15^\circ, \hat{B} = 130^\circ, c = 6$.

 **Lời giải :**

Câu 102: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 45^\circ, \hat{C} = 30^\circ$ và $c = 12$.

- Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác.
- Tính độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác.
- Tính diện tích của tam giác.
- Tính độ dài các đường cao của tam giác.

 **Lời giải :**

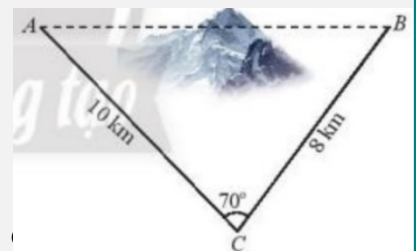
Câu 103: Cho tam giác ABC có các góc thoả mãn $\sin C = 2 \cdot \sin B \cdot \cos A$. Chứng minh rằng tam giác ABC là một tam giác cân.

 **Lời giải :**

Câu 104: Cho tam giác ABC có $S = 2R^2 \sin A \sin B$. Chứng minh rằng tam giác ABC là một tam giác vuông.

 **Lời giải :**

Câu 105: Để lắp đường dây điện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km, sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài 8 km. Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70° . Tính chiều tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B ?



 **Lời giải :**

Câu 106: Các nhà khảo cổ học tìm được một mảnh chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ. Để xác định đường kính chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy ba điểm trên vành đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như sau: $BC \approx 28,5$ cm; $\angle BAC = 120^\circ$ (Hình vẽ). Tính đường kính chiếc đĩa theo đơn vị cm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

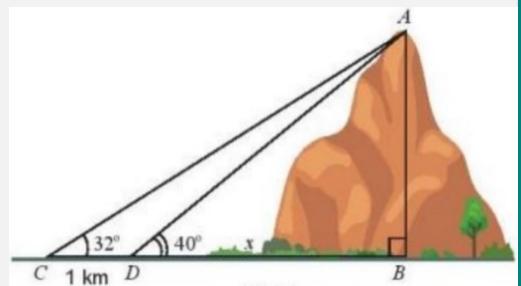


 **Lời giải :**

Câu 107: Hai máy bay cùng xuất phát từ một sân bay A và bay theo hai hướng khác nhau, tạo với nhau góc 60° . Máy bay thứ nhất bay với vận tốc 650 km/h, máy bay thứ hai bay với vận tốc 900 km/h. Sau hai giờ, hai máy bay cách nhau bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Biết hai máy bay bay theo đường thẳng và sau hai giờ bay đều chưa hạ cánh.

 **Lời giải :**

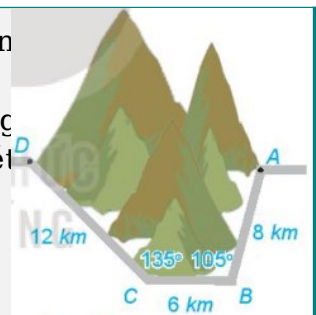
Câu 108: Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại



hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° như hình vẽ bên.

 **Lời giải :**

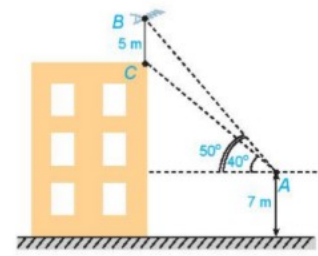
Câu 109: Để tránh núi, đường giao thông hiện tại phải đi vòng n hình trong Hình vẽ. Để rút ngắn khoảng cách và tránh núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi nối thẳng A đến D. Hỏi độ dài đường mới giảm đi bao nhiêu kilômét với đường cũ.



 **Lời giải :**

Câu 110: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m . Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)

- Tính các góc của tam giác ABC .
- Tính chiều cao của tòa nhà.



Hình 3.18

Lời giải :



MÓN QUÀ

Câu 111: Tam giác ABC có $a=19, b=6$ và $c=15$.

- Tính $\cos A$.
- Tính diện tích tam giác.
- Tính độ dài đường cao h_c .
- Tính độ dài bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác.

Lời giải

a) Đáp số: $\cos A = -\frac{5}{9}$.

b) Có thể tính diện tích theo công thức Heron hoặc công thức $S = \frac{1}{2}bc \sin A$.

Đáp số: $S = 10\sqrt{14}$.

c) Đáp số: $h_c = \frac{4\sqrt{14}}{3}$.

d) Sử dụng công thức $S = p \cdot r$. Đáp số: $r = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 112: Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn $\frac{\sin A}{1} = \frac{\sin B}{2} = \frac{\sin C}{\sqrt{3}}$. Tính số đo các góc của tam giác.

Lời giải

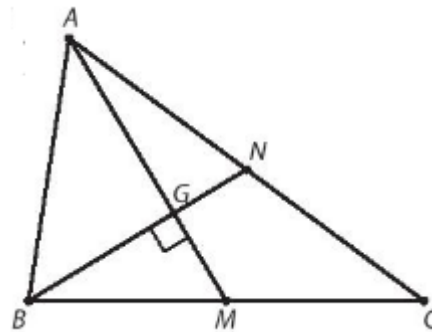
HD. Áp dụng định lí sin, ta có $a:b:c=1:2:\sqrt{3}$.

Đáp số: $\hat{A}=30^\circ, \hat{B}=90^\circ, \hat{C}=60^\circ$.

Câu 113: Cho tam giác ABC có hai trung tuyến kẻ từ A và B vuông góc. Chứng minh rằng:
a) $a^2 + b^2 = 5c^2$ b) $\cot C = 2(\cot A + \cot B)$.

Lời giải

a) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CA ; gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .



Khi đó $AG = \frac{2}{3} AM, BG = \frac{2}{3} BN$. Từ đó, theo định lí Pythagore ta có

$$c^2 = AB^2 = AG^2 + BG^2 = \frac{4}{9} \left(\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \right) + \frac{4}{9} \left(\frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4} \right) = \frac{4}{9} \left(c^2 + \frac{a^2 + b^2}{4} \right).$$

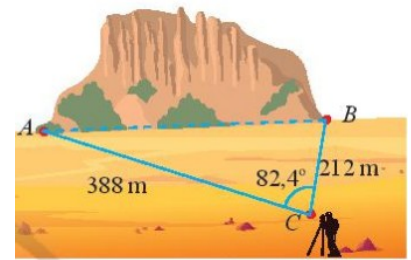
Suy ra $5c^2 = a^2 + b^2$

b) Do $a^2 + b^2 = 5c^2$ nên $\cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S} = \frac{c^2}{S}$. Mà

$$2(\cot A + \cot B) = 2 \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4S} \right) = \frac{c^2}{S}.$$

Suy ra $\cot C = 2(\cot A + \cot B)$.

Câu 114: Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kĩ sư đã thực hiện các phép đo và cho ra kết quả như Hình. Tính chiều dài của đường hầm từ các số liệu đã khảo sát được.



Lời giải

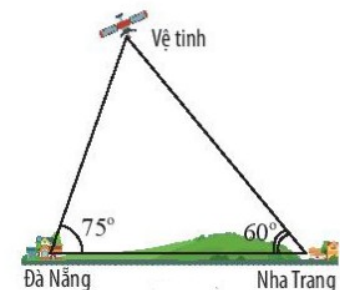
Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC , ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2 \cdot CA \cdot CB \cdot \cos C = 388^2 + 212^2 - 2 \cdot 388 \cdot 212 \cdot \cos 82,4^\circ \approx 173730$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{173730} \approx 417(m)$.

Vậy đường hầm dài khoảng $417m$.

Câu 115: Hai trạm quan sát ở hai thành phố Đà Nẵng và Nha Trang đồng thời nhìn thấy một vệ tinh với góc nâng lần lượt là 75° và 60° (Hình). Vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Đà Nẵng bao nhiêu kilômét? Biết rằng khoảng cách giữa hai trạm quan sát là $520km$.



Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn vị trí của thành phố Đà Nẵng, Nha Trang và vệ tinh.

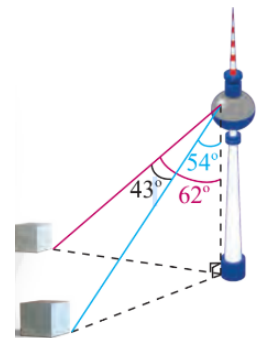
Ta có: $\hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có:

$$AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{520 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 637(km).$$

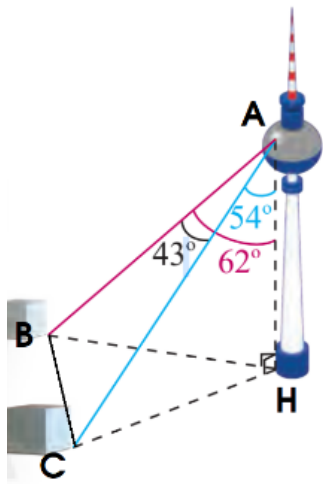
Vậy vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Đà Nẵng khoảng $637km$.

Câu 116: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.



Lời giải

Gọi các điểm A, B, C, H như hình trên.



Xét tam giác ABH ta có:

$$AH = 352, \angle BAH = 62^\circ$$

$$\cos \angle BAH = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = 352 \cdot \cos 62^\circ \approx 165,25$$

Mà

Tương tự, ta có:

$$\cos \angle CAH = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AC = 352 \cdot \cos 54^\circ \approx 206,9$$

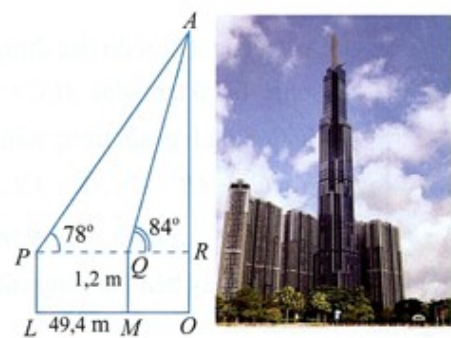
Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow BC^2 = 165,25^2 + 206,9^2 - 2 \cdot 165,25 \cdot 206,9 \cdot \cos 43^\circ$$

$$\Rightarrow BC \approx 141,8$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột mốc này là 141,8 m.

Câu 117: Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M , sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\angle RQA = 84^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 49,4\text{ m}$ thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\angle RPA = 78^\circ$. Tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1,2\text{ m}$ (Hình).
Giải thích: Góc nâng là góc tạo bởi tia ngắm nhìn lên và đường nằm ngang.



Lời giải

Ta có $\angle PAQ = \angle RQR - \angle APR = 84^\circ - 78^\circ = 6^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác APQ , ta có:

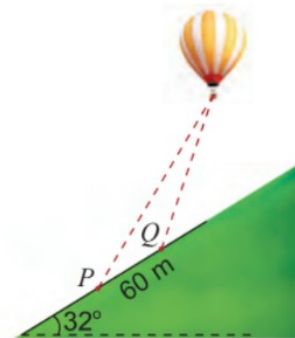
$$\frac{AQ}{\sin P} = \frac{PQ}{\sin A} \Rightarrow \frac{AQ}{\sin 78^\circ} = \frac{PQ}{\sin 6^\circ} \Rightarrow AQ = \frac{PQ \cdot \sin 78^\circ}{\sin 6^\circ}.$$

Trong tam giác vuông AQR , ta có:

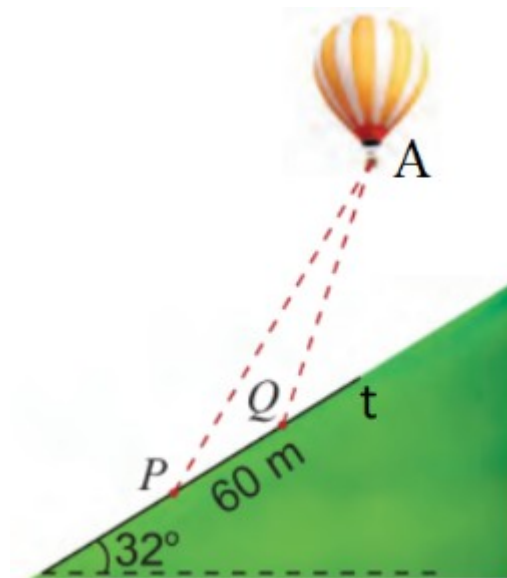
$$AR = AQ \cdot \sin 84^\circ = \frac{PQ \cdot \sin 78^\circ \cdot \sin 84^\circ}{\sin 6^\circ} = \frac{49,4 \cdot \sin 78^\circ \cdot \sin 84^\circ}{\sin 6^\circ} \approx 460(m)$$

Vậy chiều cao của toà nhà là: $AO = AR + RO \approx 460 + 1,2 = 461,2(m)$.

Câu 118: Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau $60m$ (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62° . Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Lời giải



Gọi A là vị trí của khinh khí cầu, Pt là đường sườn đồi như hình.

Ta có:

Tại P , góc nâng của khinh khí cầu là $62^\circ \Rightarrow \hat{P} = 62^\circ - 32^\circ = 30^\circ$

Tại Q , góc nâng của khinh khí cầu là 70°

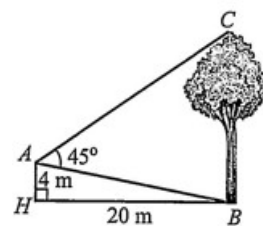
$$\Rightarrow \angle QPt = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ \Rightarrow \angle QPA = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ \text{ và } \hat{A} = 180^\circ - 142^\circ - 30^\circ = 8^\circ$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác APQ, ta có:

$$\frac{PQ}{\sin A} = \frac{QA}{\sin P} \Rightarrow QA = \sin P \cdot \frac{PQ}{\sin A} = \sin 30^\circ \cdot \frac{60}{\sin 8^\circ} \approx 215,56(m)$$

Vậy khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu là 215,56 m.

Câu 119: Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao $4m$ đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà $20m$ và đo được $\angle BAC = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 27

Lời giải

Xét tam giác vuông ABH ta có: $AB = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26}(m)$ (định lí Pythagore) và $\tan \angle ABH = \frac{4}{20} = 0,2 \Rightarrow \angle ABH \approx 11,3^\circ$. Do đó, $\angle ABC \approx 90^\circ - 11,3^\circ = 78,7^\circ$. Suy ra $\angle ACB \approx 180^\circ - 45^\circ - 78,7^\circ = 56,3^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$
 $\Rightarrow BC = \frac{AB \sin A}{\sin C} \approx \frac{4\sqrt{26} \sin 45^\circ}{\sin 56,3^\circ} \approx 17,3(m)$. Vậy cây cao khoảng $17,3m$.

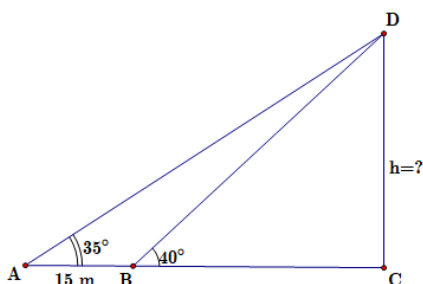
Câu 120: Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau $15m$. Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang. Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?

Lời giải

Do $\angle BDC = 40^\circ$, $\angle BAD = 35^\circ$ nên $\angle ADB = 40^\circ - 35^\circ = 5^\circ$. Áp dụng định lí sin cho tam giác ABD ta được $BD = \frac{AB}{\sin D} \cdot \sin A = \frac{15}{\sin 5^\circ} \cdot \sin 35^\circ$.

Từ đó suy ra chiều cao của tòa nhà bằng

$$h = CD = BD \cdot \sin \angle BDC = \frac{15}{\sin 5^\circ} \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 40^\circ \approx 63,45(m).$$



Nhận xét. Việc sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác giúp ta có thể giải được những bài toán về đo đạc trong thực tế, như đo chiều cao của một vật thể, đo khoảng cách giữa hai điểm mà không thể đo trực tiếp được (xem bài tập 3.10, 3.11, 3.12).

Câu 121: Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:

- a) $AB = 85, AC = 95$ và $\hat{A} = 40^\circ$ b) $AB = 15, AC = 25$ và $BC = 30$.

Lời giải

Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$.

a) Ta cần tính cạnh a và hai góc $\hat{B}, \hat{C}$.

Áp dụng định lí côsin, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 95^2 + 85^2 - 2 \cdot 95 \cdot 85 \cdot \cos 40^\circ \approx 3878,38$$

Suy ra $a \approx \sqrt{3878,38} \approx 62,3$.

Áp dụng hệ quả định lí côsin, ta có:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx \frac{62,3^2 + 85^2 - 95^2}{2 \cdot 62,3 \cdot 85} \approx 0,197.$$

Suy ra $\hat{B} \approx 78^\circ 38', \hat{C} \approx 180^\circ - 40^\circ - 78^\circ 38' = 61^\circ 22'$.

b) Ta cần tính số đo ba góc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$.

Áp dụng hệ quả của định lí côsin, ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{25^2 + 15^2 - 30^2}{2 \cdot 25 \cdot 15} = -\frac{1}{15} \Rightarrow \hat{A} \approx 93^\circ 49'.$$

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{30}{\sin 93^\circ 49'} = \frac{25}{\sin B} \Rightarrow \sin B \approx 0,8315$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 56^\circ 15', \hat{C} \approx 180^\circ - 93^\circ 49' - 56^\circ 15' = 29^\circ 56'$$

Câu 122: Xét dạng tam giác ABC thỏa mãn $\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$.

Lời giải

Ta có

$$\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos B)^2}{\sin^2 B} = \frac{(2a + c)^2}{4a^2 - c^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} = \frac{2a + c}{2a - c} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} - 1 = \frac{2a + c}{2a - c} - 1$$

$$\Leftrightarrow 2ac \cos B = c^2 \Leftrightarrow a^2 + c^2 - b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b$$

Vậy tam giác ABC cân tại C .

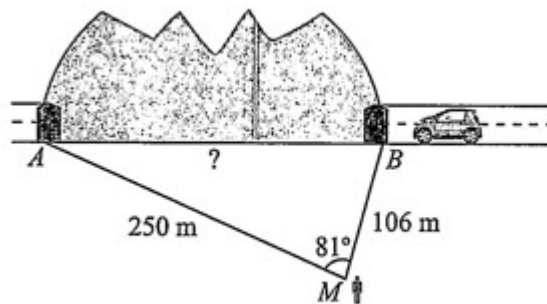
Câu 123: Cho tam giác ABC thỏa mãn $\frac{a^3 + b^3 - c^3}{a + b - c} = c^2$. Chứng minh góc $C = 60^\circ$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{a^3 + b^3 - c^3}{a + b - c} &= c^2 \Rightarrow a^3 + b^3 - c^3 = (a + b)c^2 - c^3 \\ \text{Suy ra } a^3 + b^3 &= (a + b)c^2 \Rightarrow a^2 - ab + b^2 = c^2 \\ \Rightarrow a^2 - ab + b^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 60^\circ \end{aligned}$$

Từ đó ta có điều phải chứng minh.

Câu 124: Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Hình 3

Lời giải

Gọi vị trí của người quan sát là điểm M và gọi A, B lần lượt là hai đầu đường hầm. Ta có tam giác MAB với $MA = 250m; MB = 106m$ và $\hat{M} = 81^\circ$.

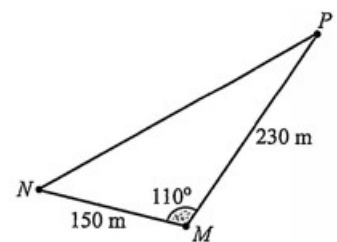
Áp dụng định lí côsin trong tam giác MAB , ta có:
 $AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2 \cdot MA \cdot MB \cdot \cos M = 250^2 + 106^2 - 2 \cdot 250 \cdot 106 \cdot \cos 81^\circ \approx 65444,97$.

Suy ra $AB \approx \sqrt{65444,97} \approx 255,82(m)$.

Vậy chiều dài của đường hầm AB khoảng $255,82m$.

Câu 125: Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là $150m$, chiều dài của hàng rào MP là $230m$. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).

- Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 21

Lời giải

a) Diện tích mảnh đất của gia đình bạn An (tam giác MNP) là:

$$S = \frac{1}{2} MN \cdot MP \cdot \sin M = \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 230 \cdot \sin 110^\circ \approx 16209,7(m^2)$$

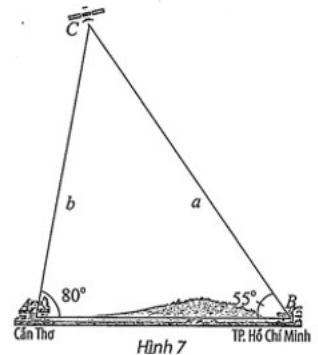
b) Áp dụng định lí côsin ta có:

$$\begin{aligned} NP^2 &= MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos M = 150^2 + 230^2 - 2 \cdot 150 \cdot 230 \cdot \cos 110^\circ \\ &\approx 98999,39. \end{aligned}$$

Suy ra $NP \approx \sqrt{98999,39} \approx 314,6(m)$.

Vậy chiều dài hàng rào NP là khoảng $314,6m$.

Câu 126: Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần Thơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



Lời giải

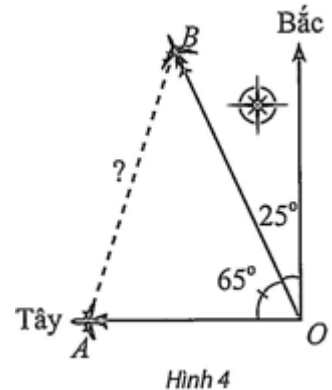
Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 55^\circ) = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có:

$$AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{127 \cdot \sin 55^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 147(km).$$

Vậy vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Cần Thơ khoảng 147 km.

Câu 127: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với tốc độ $450 km/h$ theo hướng tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ $630 km/h$. Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.



Lời giải

Gọi O, A, B lần lượt là vị trí sân bay và hai máy bay sau 90 phút.

Ta có:

$$OA = 450 \cdot \frac{3}{2} = 675(km); OB = 630 \cdot \frac{3}{2} = 945(km); \angle AOB = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \angle AOB = 675^2 + 945^2 - 2 \cdot 675 \cdot 945 \cdot \cos 65^\circ \approx 809495.$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{809495} \approx 900(km)$.

Vậy sau 90 phút, hai máy bay cách nhau khoảng $900 km$.

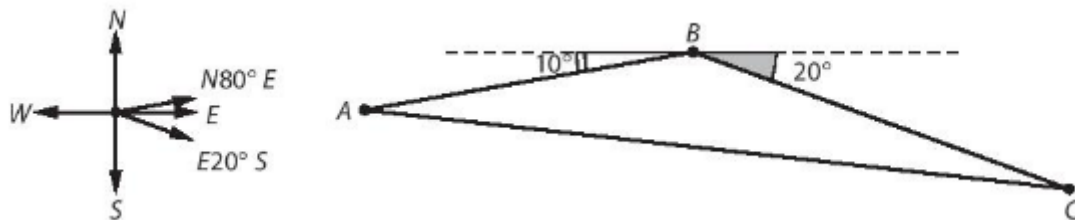
Câu 128: Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc $20 km/h$. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng

$E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômet?

Lời giải

Coi điểm xuất phát là A , điểm tàu chuyển hướng là B và đích đến là C . Theo giả thiết

$$\angle ABC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$$



Do tàu chạy từ A tới B với vận tốc 20 km/h trong 30 phút, nên

$$AB = 20 \cdot \frac{30}{60} = 10 (\text{km}).$$

Do tàu chạy từ B đến C với vận tốc 20 km/h trong 36 phút, nên

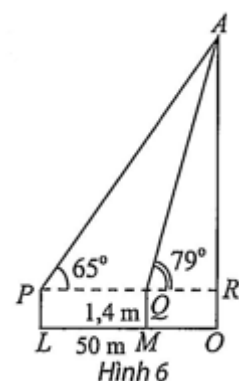
$$BC = 20 \cdot \frac{36}{60} = 12 (\text{km}).$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta được

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 452$$

Suy ra $AC \approx \sqrt{452} \approx 21 (\text{km})$.

Câu 129: Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M , sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\angle QMA = 79^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 50 \text{ m}$ thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\angle LPA = 65^\circ$. Hãy tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1,4 \text{ m}$ (Hình 6).



Lời giải

Đặt $d = PQ = 50 \text{ m}$; $h = AR$ là chiều cao từ giác kế đến đỉnh toà nhà.

Ta có: $\angle APL = \alpha = 65^\circ$, $\angle AQR = \beta = 79^\circ$.

Gọi: $d_1 = PR = \frac{h}{\tan \alpha}$; $d_2 = QR = \frac{h}{\tan \beta}$; ta có:

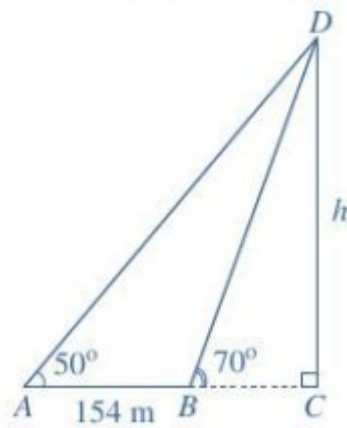
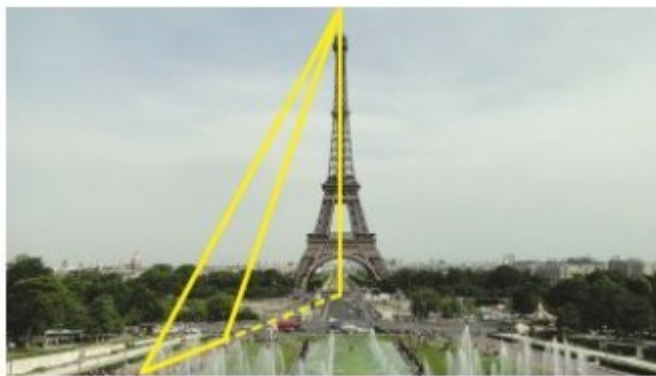
$$d = d_1 - d_2 = \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{h}{\tan \beta} = h \left(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta} \right).$$

$$h = \frac{d}{\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \beta}} = \frac{50}{\frac{1}{\tan 65^\circ} - \frac{1}{\tan 79^\circ}} \approx 183,9(m)$$

Suy ra

Vậy chiều cao của toà nhà là $AR + RO \approx 183,9 + 1,4 = 185,3(m)$.

Câu 130: Trong lần đến tham quan tháp Eiffel (ở Thủ đô Paris, Pháp), bạn Phương muốn ước tính độ cao của tháp. Sau khi quan sát, bạn Phương đã minh họa lại kết quả đo đạc ở hình dưới. Em hãy giúp bạn Phương tính độ cao h của tháp Eiffel (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Xét tam giác ABD , sử dụng tính chất góc ngoài, ta có: $\angle ADB = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABD , ta có:

$$\frac{BD}{\sin \angle BAD} = \frac{AB}{\sin \angle ADB}.$$

$$\text{Do đó } BD = \frac{154 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 345(m).$$

Xét tam giác vuông BCD , ta có:

$$CD = BD \cdot \sin \angle CBD \approx 345 \cdot \sin 70^\circ \approx 324(m).$$

Vậy chiều cao h của tháp Eiffel khoảng 324m.



Câu 131: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

A. 266m.

B. 255m.

C. 166m.

D. 298m.

Lời giải

Chọn B.

Ta

có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 250^2 + 120^2 - 2.250.120.\cos 78^\circ 24' \simeq 64835 \Rightarrow AB \simeq 255.$$

Câu 132: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

A. 13.

B. $20\sqrt{13}$.

C. $10\sqrt{13}$.

D. 15.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: Sau 2h quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: $S_1 = 30.2 = 60\text{ km}$.

Sau 2h quãng đường tàu thứ hai chạy được là: $S_2 = 40.2 = 80\text{ km}$.

Vậy: sau 2h hai tàu cách nhau là: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1.S_2.\cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}$.

Câu 133: Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80\text{ m}$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?

A. 71m.

B. 91m.

C. 79m.

D. 40m.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: Trong tam giác vuông CDA :

$$\tan 72^\circ 12' = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{CD}{\tan 72^\circ 12'} = \frac{80}{\tan 72^\circ 12'} \simeq 25,7.$$

Trong tam giác vuông CDB : $\tan 34^\circ 26' = \frac{CD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{CD}{\tan 34^\circ 26'} = \frac{80}{\tan 34^\circ 26'} \simeq 116,7.$

Suy ra: khoảng cách $AB = 116,7 - 25,7 = 91\text{ m}$.

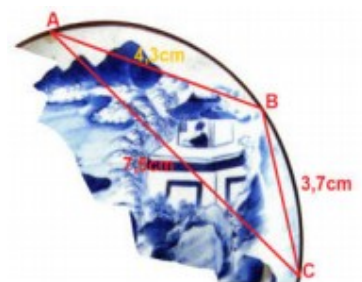
Câu 134: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3\text{ cm}$; $BC = 3,7\text{ cm}$; $CA = 7,5\text{ cm}$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 5,73 cm.

B. 6,01 cm.

C. 5,85 cm.

D. 4,57 cm.



Lời giải

Chọn A

Bán kính R của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Nửa chu vi của tam giác } ABC \text{ là: } p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = \frac{31}{2} \text{ cm}.$$

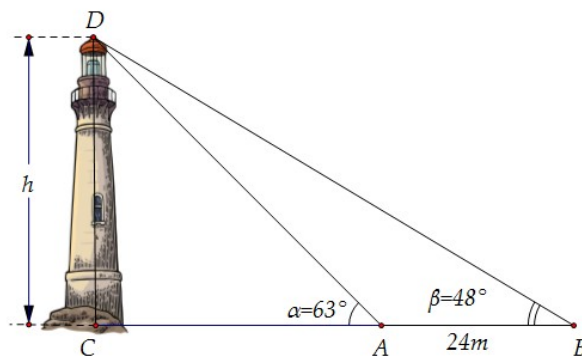
Diện tích tam giác ABC là: $S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} \approx 5,2 \text{ cm}^2$.

Mà $S = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} \approx 5,73 \text{ cm}$.

Câu 135: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24\text{m}$, $\angle CAD = 63^\circ$; $\angle CBD = 48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?
A. 61,4 m. **B.** 18,5 m. **C.** 60 m. **D.** 18 m.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\angle CAD = 63^\circ \Rightarrow \angle BAD = 117^\circ \Rightarrow \angle ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có:

$$\frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{BD}{\sin \angle BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD}{\sin \angle ADB}$$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin \angle CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \angle CBD$

Vậy
$$CD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD \cdot \sin \angle CBD}{\sin \angle ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 61,4\text{m}$$

Thầy giáo bước vào lớp và nói:

Hôm nay chúng ta học bài mới đó là bài "Hình tròn". Các em mở sách ra học nào !

Thầy bắt đầu giảng bài, thấy cả lớp có vẻ không chú ý.

Thầy hỏi: Nãy giờ tôi giảng các em có hiểu gì không?

Học sinh: Dạ không ạ!

Thầy giáo: Tốt, vậy chúng ta lấy giấy ra làm bài kiểm tra.

Học sinh : !!?

Thầy có nên như vậy không? Hh, mà thầy đã giảng thì chỉ có hiểu thôi phải không 😊

<https://www.vnteach.com>