**2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH**

# **1. Không có tham số**

## **Dạng 1: Biến đổi tương đương**

1. Giải bất phương trình: .

**(Chưa giải)**

1. Giải bất phương trình: **

**Lời giải**

Điều kiện: **

\*) Nếu ** thì ** suy ra bất phương trình vô nghiệm.

\*) Nếu **nên bất phương trình tương đương với

**

**

Vậy tập nghiệm là **

1. Giải bất phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện: 



 (do )



+) Với  thì (\*) luôn đúng.

+) Với , bình phương 2 vế của (\*) suy ra vô nghiệm.

Vậy, bất phương trình có nghiệm .

1. Giải bất phương trình: .

**Hướng dẫn giải**

+) Điều kiện: 

+) Với *x*=1 BPT hiển nhiên đúng suy ra *x*=1 là nghiệm

+) Với  suy ra BPT  chỉ ra vô nghiệm

+) Với  suy ra BPT .

Chỉ ra nghiệm 

+) Kết luận: BPT có nghiệm 

1. Giải bất phương trình sau: 

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện .

Với 

suy ra 

do đóvà.

Kết luận tập nghiệm .

## **Dạng 2: Đặt ẩn phụ**

1. Giải bất phương trình: 

**(Chưa giải)**

1. Giải bất phương trình: 

**Hướng dẫn giải.**

Điều kiện x ≥ .

Biến đổi bất phương trình về dạng: 

Đặt:  Khi đó, bất phương trình có dạng:  (1)

Ta có: 

Dấu đẳng thức xảy ra khi 

Vậy 

Xét trường hợp , ta có: 

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: .

1. Giải phương trình: .

## **Dạng 3: Sử dụng hàm số**

1. Chứng minh rằng:  với x > 0 và y > 0.

* Đặt t = 
* Vì x > 0 và y > 0 nên: t = 
* Do đó: .
* Bài toán trở thành chứng minh:  với mọi t > 1.
* Xét hàm số y = f(t) =  với mọi t > 1.
* y’ =  nên hàm số đồng biến trên khoảng (0; +∞).
* Do đó: t > 1 ⇒ f(t) > f(1) = 0 ⇒ >0.
* Cách giải khác: Đặt t =  và đưa đến chứng minh: . Giải tương tự.

1. Giải bpt  (1).

* (1đ) Biến đổi về dạng: ay + by ≥ 1: Chia hai vế của (1) cho (1 + x2)cos4x + 3 > 0 ta được:

1. ⇔  (2).
   * (4 đ) Tìm ra nghiệm của (1):
   * Vì 0< x < 1 nên:  và 
   * Và cos4x + 3 ≥ 2 nên: .
   * Dấu bằng xảy ra khi chỉ khi: cos4x + 3 = 2 ⇔ cos4x = -1 ⇔ x =  (vì 0< x <1).

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất: x = .

Cách khác: Đặt x = tgt, t ∈ nên 0< x <1 ⇔ 0 < t < .

(2) ⇔ (sin2t)cos4x + 3 + (cos2t)cos4x + 3 ≥ 1.

## **Dạng 4: Đánh giá**

1. [Đề chọn HSG Sở Quảng Trị,2010] Giải bất phương trình : .

# **2. Có tham số**

1. Tìm  để bất phương trình sau có nghiệm duy nhất:

.

**Hướng dẫn giải.**

Điều kiện:  và 

Bất phương trình đã cho tương đương với:

. (\*)

Đặt  

+ Với  (\*) 

Ta thấy  và  là hàm đồng biến nên ta có:



Vì phương trình trên có  với  nên phương trình trên vô nghiệm ⇒ bất phương trình đã cho vô nghiệm.

+ Với  Ta có: 

.

Xét phương trình  có 

Nếu   ⇒ (2) vô nghiệm ⇒ bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Nếu  phương trình trên có 2 nghiệm đều thoả mãn (1) và (2) ⇒ bất phương trình đã cho có nhiều hơn một nghiệm.

Nếu  ⇒ (2) có nghiệm duy nhất  ⇒ bất phương trình đã cho có nghiệm duy nhất 

Vậy giá trị cần tìm của m là: 

1. Tìm m để bất phương trình  đúng với mọi x .
2. *[Đề hsg Dương Xá,2008-2009]* Cho bất phương trình:



Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi .

**Lời giải**

Điều kiện 

Điều kiện cần để bpt (1) nghiệm đúng với thì (2) nghiệm đúng

Xét f(x)= x2-4x-3

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên (2) đúng với 

 

PT  

Đặt 

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra 

Bất phương trình trở thành

g(t)=-t2+2t+1m (3)

Để bất phương trình đầu nghiệm đúng với thì (3) có nghiệm đúng với .



Từ BBT suy ra .

Kết luân  thì bpt (1) nghiệm đúng.