

Môn thi : Toán

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi :/...../2023

(Đề thi có 01 trang gồm 05 câu)

Câu 1. (4,0 điểm):

1. Cho biểu thức:
$$P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$$
 với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P .b) Tìm m sao cho $m(\sqrt{x}-3).P > x+1$ đúng với mọi giá trị $x > 9$.

2. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 8$; $a + b + c = 26; abc = 144$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{bc} - \sqrt{a} + 9} + \frac{1}{\sqrt{ca} - \sqrt{b} + 9} + \frac{1}{\sqrt{ab} - \sqrt{c} + 9}$$

Câu 2. (4,0 điểm):1. Giải phương trình: $(x+3)(\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x+2}) + \sqrt{2x^2+9x+10} = 1$ 2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 + 2y^3 = 0 \\ \sqrt{2x^3 - x} + 8y^2 + 3y = 4 \end{cases}$$
Câu 3. (4,0 điểm):1. Tìm các nghiệm nguyên $(x; y)$ của phương trình: $2024(x^2 + y^2) - 2023(2xy + 1) = 5$ 2. Cho số nguyên tố $p (p > 3)$ và hai số nguyên dương a, b sao cho $p^2 + a^2 = b^2$.Chứng minh a chia hết cho 12 và $2(p+a+1)$ là số chính phương.

Câu 4. (6,0 điểm): Cho tam giác ABC với $AB < AC$ ngoại tiếp đường tròn $(O; R)$. Đường tròn $(O; R)$ tiếp xúc với các cạnh BC, AB lần lượt tại D, N . Kẻ đường kính DI của đường tròn $(O; R)$. Tiếp tuyến đường tròn $(O; R)$ tại I cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh $\triangle BOE$ vuông và $EI \cdot BD = FI \cdot CD = R^2$.2. Gọi P, K lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, AD . Q là giao điểm của BC và AI . Chứng minh $AQ = 2KP$.3. Gọi A_1 là giao điểm của AO với cạnh BC , B_1 là giao điểm của BO với cạnh AC , C_1 là giao điểm của CO với cạnh AB và $(O_1; R_1)$ là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.Chứng minh
$$\frac{1}{AA_1} + \frac{1}{BB_1} + \frac{1}{CC_1} < \frac{2}{R_1 - OO_1}$$

Câu 5. (2,0 điểm): Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức:
$$T = \sqrt{\frac{a}{3b^2c^2 + abc}} + \sqrt{\frac{b}{3a^2c^2 + abc}} + \sqrt{\frac{c}{3a^2b^2 + abc}}$$
.

Hết.....

**PHÒNG GD & ĐT
HUYỆN CẨM THỦY**

-----***-----

**HD CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 – 2024**

Môn thi : Toán

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi :/...../2023

(HD chấm gồm 07 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm	
Câu 1 (4,0đ)	1 (2,0đ)	Với $x > 0, x \neq 4, x \neq 9$ ta có: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ $= \left(\frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ $= \frac{4\sqrt{x}(2 - \sqrt{x}) + 8x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} : \frac{\sqrt{x} - 1 - 2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,5	
		a) (1,0đ)	$= \frac{8\sqrt{x} - 4x + 8x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 1 - 2\sqrt{x} + 4}$ $= \frac{8\sqrt{x} + 4x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{3 - \sqrt{x}}$ $= \frac{4\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) \cdot \sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3}$	0,5
		b) (1,0đ)	Điều kiện: $x > 9$. Ta có: $m(\sqrt{x} - 3).P > x + 1 \Leftrightarrow m(\sqrt{x} - 3) \cdot \frac{4x}{\sqrt{x} - 3} > x + 1$ $\Leftrightarrow 4mx > x + 1 \Leftrightarrow (4m - 1)x > 1 \Leftrightarrow 4m - 1 > \frac{1}{x}$	0,5
			Vậy: $P = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3}$	0,5
		Vì $x > 9$ nên $\frac{1}{x} < \frac{1}{9}$	0,5	

		<p>Do đó: $4m - 1 > \frac{1}{x}, \forall x > 9$ thì $4m - 1 \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 4m \geq \frac{10}{9} \Leftrightarrow m \geq \frac{5}{18}$</p> <p>$m \geq \frac{5}{18}$</p> <p>Vậy:</p>	
		<p>Đặt $(\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}) = (x, y, z)$ điều kiện: $x, y, z \geq 0$</p> <p>$\Rightarrow x + y + z = 8; x^2 + y^2 + z^2 = 26; x^2 y^2 z^2 = 144$</p> <p>$\Rightarrow x + y + z = 8; xy + yz + zx = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = 19;$</p> <p>$xyz = 12$ (Do $x, y, z \geq 0$)</p>	1,0
	2 (2,0đ)	<p>Ta có: $P = \frac{1}{yz - x + 9} + \frac{1}{xz - y + 9} + \frac{1}{xy - z + 9}$</p> <p>Lại có: $yz - x + 9 = yz - x + x + y + z + 1 = (z + 1)(y + 1)$</p> <p>Tương tự: $xz - y + 9 = (x + 1)(z + 1); xy - z + 9 = (x + 1)(y + 1)$</p> <p>$\Rightarrow \frac{x + 1 + y + 1 + z + 1}{(x + 1)(y + 1)(z + 1)} = \frac{x + y + z + 3}{xyz + x + y + z + xy + yz + xz + 1}$</p> <p>$= \frac{11}{12 + 19 + 8 + 1} = \frac{11}{40}$</p> <p>Vậy: $P = \frac{11}{40}$</p>	1,0
Câu 2 (4,0đ)	1 (2,0đ)	<p>Điều kiện xác định:</p> $\begin{cases} 2x + 5 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \\ 2x^2 + 9x + 10 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{5}{2} \\ x \geq -2 \\ x \leq -\frac{5}{2}; x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$ <p>Ta đặt $\begin{cases} a = \sqrt{2x + 5} & (a \geq 1) \\ b = \sqrt{x + 2} & (b \geq 0) \end{cases}$</p> <p>Ta thấy $\begin{cases} a^2 - 2b^2 = (2x + 5) - 2(x + 2) = 1 \\ a^2 - b^2 = (2x + 5) - (x + 2) = x - 3 \\ ab = \sqrt{(2x + 5)(x + 2)} = \sqrt{2x^2 + 9x + 10} \end{cases}$</p>	0,5
		<p>Khi đó phƣơng trình trở thành: $(a^2 - b^2)(a - 2b) + ab = a^2 - 2b^2$</p>	0,5

		$\Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a - 2b) - (a^2 - b^2) + (b^2 + ab) = 0$ $\Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a - 2b - 1) + (b^2 + ab) = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)(a + b)(a - 2b - 1) + b(a + b) = 0$ $\Leftrightarrow (a + b)[(a - b)(a - 2b - 1) + b] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 & (1) \\ (a - b)(a - 2b - 1) + b = 0 & (2) \end{cases}$	
		<p>Vì $a + b \geq 1$ nên ta chỉ giải phương trình (2):</p> $(a - b)(a - 2b - 1) + b = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a - b - 1) - b(a - b) + b = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)(a - b - 1) - b(a - b - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (a - b - 1)(a - 2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b - 1 = 0 \\ a - 2b = 0 \end{cases}$ <p>+) TH1: Với $a - 2b = 0$, ta có: $\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x+2} = 0$</p> $\Leftrightarrow \sqrt{2x+5} = 2\sqrt{x+2}$ $\Leftrightarrow 2x+5 = 4(x+2) \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ (TM)}$	0,5
		<p>+) TH2: Với $a - b - 1 = 0$, ta có: $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+2} - 1 = 0$</p> $\Leftrightarrow \sqrt{2x+5} = \sqrt{x+2} + 1$ $\Leftrightarrow 2x+5 = x+3+2\sqrt{x+2}$ $\Leftrightarrow x+2 - 2\sqrt{x+2} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+2}(\sqrt{x+2} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 0 \\ \sqrt{x+2} - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 0 \\ \sqrt{x+2} = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x+2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (TM)}$ <p style="text-align: right;">$S = \left\{ -2; -\frac{3}{2}; 2 \right\}$.</p> <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là</p>	0,5

2
(2,0đ)

$$2x^3 - x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 0 \\ x \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Điều kiện:

$$\begin{cases} x^3 + xy^2 + 2y^3 = 0 & (1) \\ \sqrt{2x^3 - x} + 8y^2 + 3y = 4 & (2) \end{cases}$$

Ta có hệ:

Phương trình (1) của hệ tương đương:

$$x^3 + xy^2 + 2y^3 = 0 \Leftrightarrow (x^3 + y^3) + (xy^2 + y^3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x^2 - xy + y^2) + y^2(x+y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x^2 - xy + 2y^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ x^2 - xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$$

+) Với $x = -y$, thay vào phương trình (2) ta được:

$$\sqrt{2x^3 - x} + 8x^2 - 3x - 4 = 0 \quad (*)$$

Nếu $\sqrt{2x^3 - x} + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq 0 \\ 2x^3 - x = x^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x(2x+1)(x-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Thay $x = 0$, ta thấy không thỏa mãn phương trình (*)

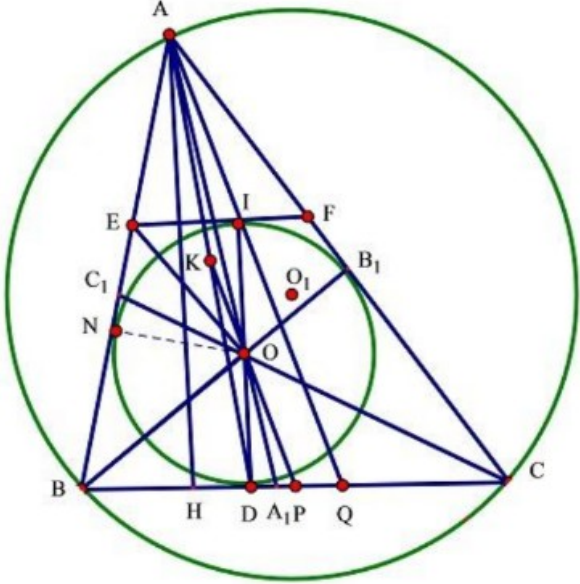
Như vậy, phương trình (*) nhận một nghiệm là $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

0,5

0,5

		<p>Do đó xét $x \neq -\frac{1}{2}$, phương trình (*) tương đương:</p> $\sqrt{2x^3 - x - x + 8x^2} - 4x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x(2x+1)(x-1)}{\sqrt{2x^3 - x + x}} + 4(2x+1)(x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x+1)(x-1) \left(\frac{x}{\sqrt{2x^3 - x + x}} + 4 \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \frac{x}{\sqrt{2x^3 - x + x}} + 4 = 0 \end{cases}$ <p>Ta có: $\frac{x}{\sqrt{2x^3 - x + x}} + 4 = 0 \Rightarrow 4\sqrt{2x^3 - x} = -5x$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} -x > 0 \\ 32x^3 - 16x = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x(32x^2 - 16 - 25x) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 32x^2 - 25x - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{25 - 9\sqrt{33}}{64}$	0,5
		<p>$x^2 - xy + 2y^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0.$</p> <p>+) Với thấy không thỏa mãn.</p> <p style="text-align: right;">Thử lại</p>	0,25
		<p>Vậy hệ phương trình có ba nghiệm:</p> $(x; y) = (1; -1), \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{25 - 9\sqrt{33}}{64}; -\frac{25 + 9\sqrt{33}}{64}\right)$	0,25
Câu 3 (4,0đ)	1 (2,0đ)	$2024(x^2 + y^2) - 2023(2xy + 1) = 5$ $\Leftrightarrow 2023(x - y)^2 + x^2 + y^2 = 2028 \quad (1)$ $\Rightarrow 2023(x - y)^2 \leq 2028 \Rightarrow (x - y)^2 \leq \frac{2028}{2023}$ $\Rightarrow 0 \leq (x - y)^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x - y \leq 1$ $\Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$	0,5
		<p>+) Nếu $x - y = 0 \Rightarrow x = y$.</p> <p>Từ (1) $\Rightarrow 2x^2 = 2028 \Leftrightarrow x^2 = 1014$ (vô nghiệm nguyên)</p>	0,5

	<p>+) Nếu $x - y = 1$ thì $\begin{cases} x - y = -1 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$</p> <p>và từ (1) $\Rightarrow x^2 + y^2 = 5$ (2)</p> <p>Thay $y = x - 1$ vào (2) ta đýợc: $x^2 + (x - 1)^2 = 5$</p> $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -2 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$	0,5
	<p>Thay $y = x + 1$ vào (2) ta đýợc $x^2 + (x + 1)^2 = 5$</p> $\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -2 \Rightarrow y = -1 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$ <p>Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn là: $(-1; -2); (2; 1); (1; 2); (-2; -1)$</p>	0,5
	<p>Ta có: $p^2 + a^2 = b^2 \Leftrightarrow p^2 = (b - a)(b + a)$</p>	0,25
	<p>Các ước của p^2 là 1, p và p^2. Không xảy ra trường hợp $b + a = b - a = p$ Do đó chỉ xảy ra trường hợp $b + a = p^2$ và $b - a = 1$.</p> $b = \frac{p^2 + 1}{2} \quad \text{và} \quad a = \frac{p^2 - 1}{2}$ <p>Khi đó: $\frac{p^2 + 1}{2}$ và $\frac{p^2 - 1}{2}$, suy ra: $2a = (p - 1)(p + 1)$.</p>	0,5
	<p>Từ p lẻ suy ra $p + 1, p - 1$ là hai số chẵn liên tiếp. $\Rightarrow (p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 8. Suy ra: $2a$ chia hết cho 8 (1)</p>	0,5
	<p>Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3. Do đó p có dạng $3k + 1$ hoặc $3k + 2$. Suy ra một trong hai số $p + 1; p - 1$ chia hết cho 3 $\Rightarrow 2a$ chia hết cho 3 (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $2a$ chia hết cho 24 hay a chia hết cho 12 (đpcm).</p>	0,5
2 (2,0đ)	<p>Xét: $2(p + a + 1) = 2\left(p + \frac{p^2 - 1}{2} + 1\right) = 2p + p^2 + 1 = (p + 1)^2$ là số chính phương.</p>	0,25

<p>Câu 4 (6,0đ)</p>	<p>1 (2,0đ)</p>		<p>0,25</p>
		<p>Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có OE và OB lần lượt là phân giác của các góc \widehat{EON} và \widehat{BOD}. Mà \widehat{EON} và \widehat{BOD} là hai góc kề bù $\Rightarrow OE \perp OB \Rightarrow \triangle BOE$ vuông tại O.</p>	<p>0,75</p>
		<p>Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $EN \cdot BN = ON^2 = R^2$. Mà $EN = EI, BN = BD \Rightarrow EI \cdot BD = R^2$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)</p>	<p>0,5</p>
		<p>Chứng minh tương tự ta có $\triangle FOC$ vuông tại O và $FI \cdot CD = R^2$. Vậy: $EI \cdot BD = FI \cdot CD = R^2$.</p>	<p>0,5</p>
		<p>Ta có: $EF \parallel BC (\perp ID)$ nên theo định lý Ta – lét có: $\frac{IF}{QC} = \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{BC}$ (1) Lại có: $EI \cdot BD = FI \cdot CD$ (cmt) $\Rightarrow \frac{FI}{BD} = \frac{EI}{CD} = \frac{FI + EI}{BD + CD} = \frac{EF}{BC}$ (2)</p>	<p>0,5</p>
		<p>Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{FI}{QC} = \frac{FI}{BD} \Rightarrow QC = BD$.</p>	<p>0,5</p>
		<p>Mà: $CP = CQ + QP, BP = DB + DP, CP = PB \Rightarrow QP = PD$. Hay P là trung điểm của đoạn QD.</p>	<p>0,5</p>
		<p>Xét $\triangle ADQ$ có P là trung điểm của QD (cmt) và K là trung điểm của AD (gt) $\Rightarrow PK$ là đường trung bình của $\triangle AQD$. $\Rightarrow PK = \frac{1}{2}AQ$ hay $AQ = 2PK$ (đpcm)</p>	<p>0,5</p>
		<p>+ Kẻ $AH \perp BC$ tại H thì $AH \parallel OD$, dẫn đến: $\frac{A_1O}{A_1A} = \frac{OD}{AH} = \frac{S_{\triangle OBC}}{S_{\triangle ABC}}$ $\frac{B_1O}{B_1B} = \frac{S_{\triangle OAC}}{S_{\triangle ABC}}; \frac{C_1O}{C_1C} = \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle ABC}}$ + Chứng minh tương tự, ta được:</p>	<p>0,5</p>

		<p>+ Do O là điểm thuộc miền trong ΔABC nên ta có:</p> $\frac{A_1O}{A_1A} + \frac{B_1O}{B_1B} + \frac{C_1O}{C_1C} = \frac{S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta ABC}} = 1$ $\Rightarrow 1 - \frac{AO}{A_1A} + 1 - \frac{BO}{B_1B} + 1 - \frac{CO}{C_1C} = 1$	0,5
		$\Rightarrow \frac{AO}{A_1A} + \frac{BO}{B_1B} + \frac{CO}{C_1C} = 2 \Rightarrow 2 \geq \frac{AO_1 - O_1O}{A_1A} + \frac{BO_1 - O_1O}{B_1B} + \frac{CO_1 - O_1O}{C_1C}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{1}{AA_1} + \frac{1}{BB_1} + \frac{1}{CC_1} \leq \frac{2}{R_1 - O_1O} (*)$, (vì $AO_1 = BO_1 = CO_1 = R_1; R_1 > O_1O$) <p>+ Do $AB < AC$ suy ra ΔABC không phải là tam giác đều nên dấu “=” trong (*) không thể xảy ra.</p> $\text{Vậy: } \frac{1}{AA_1} + \frac{1}{BB_1} + \frac{1}{CC_1} < \frac{2}{R_1 - O_1O}$	0,5
Câu 5 (2,0đ)		<p>Ta có: $ab + bc + ca = 3abc \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$</p> <p>Đặt: $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow x + y + z = 3$</p> $\frac{a}{3b^2c^2 + abc} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{3}{y^2z^2} + \frac{1}{xyz}} = \frac{1}{x} \cdot \frac{3x + yz}{xy^2z^2} = \frac{y^2z^2}{3x + yz}$ <p>Ta có:</p> $\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{3b^2c^2 + abc}} = \sqrt{\frac{y^2z^2}{3x + yz}} = yz \sqrt{\frac{1}{3x + yz}} = yz \sqrt{\frac{1}{(x + y + z)x + yz}}$ $= yz \sqrt{\frac{1}{(x + y)(x + z)}}$ <p>Tổng tự: $\sqrt{\frac{b}{3a^2c^2 + abc}} = xz \sqrt{\frac{1}{(y + x)(y + z)}}$;</p> $\sqrt{\frac{c}{3a^2b^2 + abc}} = xy \sqrt{\frac{1}{(z + x)(z + y)}}$	0,5
		<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta có:</p> $\sqrt{\frac{1}{(x + y)(x + z)}} = \sqrt{\frac{1}{x + y} \cdot \frac{1}{x + z}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x + z} \right)$ $\Rightarrow yz \sqrt{\frac{1}{(x + y)(x + z)}} \leq \frac{yz}{2} \left(\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x + z} \right)$	0,5
		<p>Chúng minh tổng tự ta có:</p> $xy \sqrt{\frac{1}{(z + x)(z + y)}} \leq \frac{xy}{2} \left(\frac{1}{z + x} + \frac{1}{z + y} \right)$ $xz \sqrt{\frac{1}{(y + x)(y + z)}} \leq \frac{xz}{2} \left(\frac{1}{y + x} + \frac{1}{y + z} \right)$	0,5

		$T \leq \frac{1}{2}(x+y+z) = \frac{3}{2}$ <p>Do đó</p>	
		$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x+z} \\ \frac{1}{y+x} = \frac{1}{y+z} \\ \frac{1}{z+x} = \frac{1}{z+y} \\ x+y+z=3 \end{cases}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\Leftrightarrow x=y=z=1 \Leftrightarrow a=b=c=1$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức T là $\frac{3}{2}$ khi và chỉ khi $a=b=c=1$</p>	0,5

.....**Hết**.....

Chú ý: - Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- HS vẽ sai hình cơ bản thì không cho điểm bài hình.