

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ là

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C.$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5\ln|5x-2| + C.$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C.$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2}\ln|5x-2| + C.$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

Câu 3. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ và thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$

Khi đó, $F(x)$ là

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3.$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$

D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$

Câu 4. Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $f(x) = x^2 + e^x.$

B. $f(x) = 3x^2 + e^x.$

C. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x.$

D. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x.$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; \ln 3]$ và thỏa mãn $f(1) = e^2,$

$\int_1^{\ln 3} f'(x)dx = 9 - e^2.$

Tính giá trị của $f(\ln 3).$

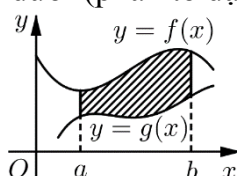
A. $f(\ln 3) = -9.$

B. $f(\ln 3) = 9.$

C. $f(\ln 3) = 2e^2 - 9.$

D. $f(\ln 3) = 9 - 2e^2.$

Câu 6. Cho hình phẳng trong hình bên dưới (phần tô đậm) quay quanh trục hoành.



Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào trong các công thức sau đây?

A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

A. $\vec{n}_2 = (1; -2; -3)$

B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; -3)$

C. $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$

D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình

A. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0.$

B. $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0.$

C. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0.$

D. $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0.$

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3).$

B. $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3).$

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1).$

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1).$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3.$

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3.$

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9.$

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9.$

Câu 11. Cho hai biến cố A và B có xác suất $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A \cap B) = 0,3$. Xác suất $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{4}{7}.$

B. $\frac{3}{7}.$

C. $\frac{3}{4}.$

D. $\frac{7}{10}.$

Câu 12. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

A. $\frac{2}{3}.$

B. $\frac{2}{7}.$

C. $\frac{1}{5}.$

D. $\frac{1}{7}.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ và $y = x - 4$ quay quanh trục hoành. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-2}^2 [(x^3 - 3x - 4) - (x - 4)] dx$.
- b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $V = \int_{-2}^2 [(x^3 - 3x - 4)^2 - (x - 4)^2] dx$.
- c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 8$.
- d) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $V = 64\pi$.

Câu 2. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực a, b, c . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(y) dy$.
- b) $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
- c) $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ với $b \in (a; c)$.
- d) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = 8$.
- b) Điểm $K(1; -2; 0)$ thuộc mặt cầu (S) .
- c) Đường kính của mặt cầu bằng 10.
- d) Mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$.

Câu 4. Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

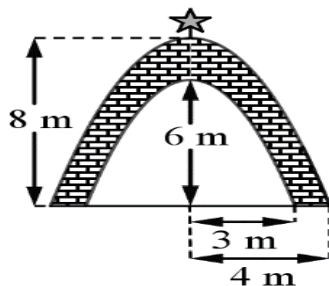
- a) A và B là hai biến độc lập.
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án $0,8$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

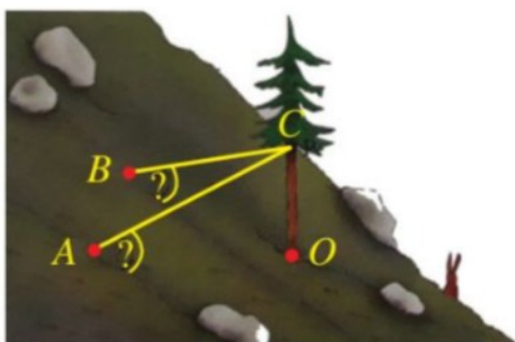
Câu 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

Câu 2. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mức nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mức nước trong hồ chứa là 6 m. Tính mức nước trong hồ tại thời điểm $t = 5$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 3. Nhà ông An cần sơn mặt trước của cổng có dạng như hình bên, các đường cong có dạng là Parabol với các kích thước được cho như hình. Biết giá thuê nhân công là 300.000 đồng/m^2 . Hỏi ông An phải trả cho bên thi công bao nhiêu tiền (triệu đồng) để sơn cổng?



Câu 4. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0; 0; 0), A(3; -4; 2), B(-5; -2; 1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0; 0; 5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Câu 5. Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

Câu 6. Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	D	A	B	B	B	C	C	A	B	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	55	10,591	5,6	92	9,31	0,333

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ là

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C.$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5\ln|5x-2| + C.$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C.$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2}\ln|5x-2| + C.$

Lời giải. Áp dụng công thức $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C \quad (a \neq 0),$ ta được

$$\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C.$$

Chọn C.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

Lời giải. Chọn C.

Câu 3. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ và thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$

Khi đó, $F(x)$ là

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3.$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$

D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$

Lời giải. Ta có $\int (\sin x + \cos x)dx = -\cos x + \sin x + C.$

Theo giả thiết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \rightarrow -\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2} + C = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1.$

Suy ra $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$ **Chọn D.**

Câu 4. Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $f(x) = x^2 + e^x.$ B. $f(x) = 3x^2 + e^x.$ C. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x.$ D. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x.$

Lời giải. Theo định nghĩa $\int f(x)dx = F(x) \rightarrow F'(x) = f(x).$

Do đó hàm số cần tìm $f(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x\right)' = x^2 + e^x.$ **Chọn A.**

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; \ln 3]$ và thỏa mãn $f(1) = e^2,$

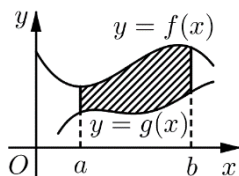
$\int_1^{\ln 3} f'(x)dx = 9 - e^2.$ Tính giá trị của $f(\ln 3).$

A. $f(\ln 3) = -9.$ B. $f(\ln 3) = 9.$ C. $f(\ln 3) = 2e^2 - 9.$ D. $f(\ln 3) = 9 - 2e^2.$

Lời giải. Ta có $\int_1^{\ln 3} f'(x)dx = f(x) \Big|_1^{\ln 3} = f(\ln 3) - f(1).$

Theo giả thiết $\int_1^{\ln 3} f'(x)dx = 9 - e^2 \Leftrightarrow f(\ln 3) - f(1) = 9 - e^2 \xrightarrow{f(1)=e^2} f(\ln 3) = 9.$ **Chọn B.**

Câu 6. Cho hình phẳng trong hình bên dưới (phần tô đậm) quay quanh trục hoành.



Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào trong các công thức sau đây?

A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải. Chọn B.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

A. $\vec{n}_2 = (1; -2; -3)$

B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; -3)$

C. $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$

D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$

Lời giải. Chọn B.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình

A. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0.$

B. $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0.$

C. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0.$

D. $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0.$

Lời giải. Ta có $\vec{AB} = (-1; -1; 4)$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (3; 2; -1)$.

Mặt phẳng (α) cần tìm qua $A(2; 0; -1)$ và có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{n}_p] = (-7; 11; 1)$ nên có phương trình $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$. **Chọn C.**

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3).$

B. $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3).$

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1).$

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1).$

Lời giải. Chọn C.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3.$

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3.$

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9.$

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9.$

Lời giải. Chọn A.

Câu 11. Cho hai biến cố A và B có xác suất $P(A) = 0,4; P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,3$. Xác suất $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{4}{7}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{7}{10}$.

Giải: chọn B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

Câu 12. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Giải: chọn A

Sau khi biết viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ. Khi đó trong hộp còn lại 9 viên: gồm 3 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu đỏ. Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi

lấy lần thứ nhất cũng màu đỏ là $P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ và $y = x - 4$ quay (H) quanh trục hoành. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

e) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-2}^2 [(x^3 - 3x - 4) - (x - 4)] dx$.

f) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $V = \int_{-2}^2 |(x^3 - 3x - 4)^2 - (x - 4)^2| dx$.

g) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 8$.

h) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $V = 64\pi$.

Lời giải:

a) Sai, vì công thức thiếu dấu giá trị tuyệt đối.

b) Sai, vì công thức thiếu ρ .

$$x^3 - 3x - 4 = x - 4 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

c) Đúng, vì pthđgđ:

$$S = \int_{-2}^2 |(x^3 - 3x - 4) - (x - 4)| dx = 8.$$

$$V = p \int_{-2}^2 \left| (x^3 - 3x - 4)^2 - (x - 4)^2 \right| dx = 64p$$

d) Đúng, vì

Câu 2. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên I và các số thực a, b, c . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(y) dy.$

b) $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$

c) $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ với $b \in (a; c)$

d) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$

a) Đúng vì tích phân không phụ thuộc vào biến số.

b) Sai vì không có tính chất đó.

c) Đúng vì áp dụng tính chất chèn cận đúng.

d) Đúng vì tích phân của một tổng bằng tổng hai tích phân.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = 8$.

b) Điểm $K(1; -2; 0)$ thuộc mặt cầu (S) .

c) Đường kính của mặt cầu bằng 10.

d) Mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$.

a) Sai, vì mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 12} = 5$.

b) Sai, vì thế điểm $I(1; -2; 0)$ vào pt mặt cầu (S) không thỏa pt.

c) Đúng vì đường kính của mặt cầu bằng $2R = 10$.

d) Đúng $r = \sqrt{R^2 - d^2[I; (P)]} = 3$

Câu 4. Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Lời giải: $P(A)=0,5 \Rightarrow P(\bar{A})=0,5; P(B)=0,6 \Rightarrow P(\bar{B})=0,4; P(A \cap B)=0,4$

a) Đúng, vì A, B độc lập $\Leftrightarrow P(A \cap B)=P(A).P(B)$ mà $0,4 \neq 0,5.0,6$ nên A, B không độc lập

b) Đúng, vì

Gọi C là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án

$$P(C)=P(A \cap \bar{B})+P(\bar{A} \cap B)=P(A)-P(A \cap B)+P(B)-P(A \cap B) \\ =P(A)+P(B)-2P(A \cap B)=0,5+0,6-2.0,4=0,3$$

c) Sai, vì

Gọi D là biến cố thắng dự 2 biết thắng dự án 1

$$P(D)=P(B|A)=\frac{P(B \cap A)}{P(A)}=\frac{0,4}{0,5}=0,8$$

d) Sai, vì

Gọi E là biến cố “thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”

$$P(E)=P(B|\bar{A})=\frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}=\frac{P(B)-P(A \cap B)}{P(\bar{A})}=\frac{0,6-0,4}{0,5}=0,4$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

Lời giải. Ta có phương trình: $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5$.

Suy ra thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng là 5 giây. Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc 10 m/s và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 \text{ (m/s)}$. Suy ra quãng đường ô tô di chuyển là

$$s = 3.10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55 \text{ m}$$

Câu 2. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mực nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số

$$h'(t) = \frac{1}{216} (5t^2 - 120t + 480), \text{ trong đó } t \text{ tính bằng giờ } (0 \leq t \leq 24), h'(t) \text{ tính bằng mét/giờ.}$$

Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mực nước trong hồ chứa là 6m. Tính mực nước trong hồ tại thời điểm $t = 7$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

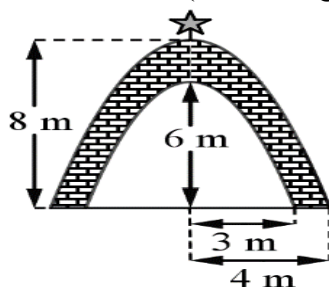
Lời giải.

$$h(t) = \int h'(t) dt = \int \frac{1}{216} (5t^2 - 120t + 480) dt = \frac{1}{216} \left(\frac{5t^3}{3} - 60t^2 + 480t \right) + C \quad (0 \leq t \leq 24)$$

Tại thời điểm $t = 0 \Rightarrow h(0) = 6 \Leftrightarrow C = 6$.

Tại thời điểm $t = 5 \Rightarrow h(7) = \frac{6863}{648} \approx 10,591m$

Câu 3. Nhà ông An cần sơn mặt trước của cổng có dạng như hình bên, các đường cong có dạng là Parabol với các kích thước được cho như hình. Biết giá thuê nhân công là 300.000 đồng/m². Hỏi ông An phải trả cho bên thi công bao nhiêu tiền (triệu đồng) để sơn cổng?

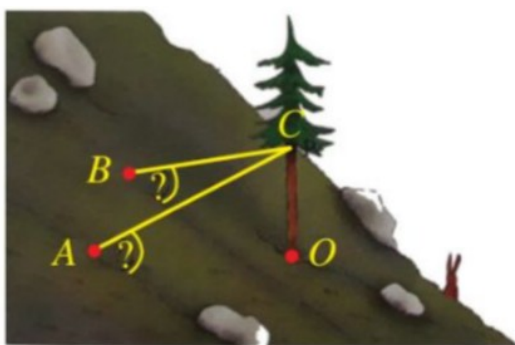


$$S = \frac{2}{3} \cdot (8 \cdot 8 - 6 \cdot 6) = \frac{56}{3} \text{ m}^2.$$

Lời giải. Diện tích cần sơn:

Vậy số tiền cần phải trả: $300000 \cdot \frac{56}{3} = 5,6$ (triệu đồng).

Câu 4. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0; 0; 0), A(3; -4; 2), B(-5; -2; 1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0; 0; 5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Lời giải. $C(0; 0; 5)$, $\vec{OA} = (3; -4; 2), \vec{OB} = (-5; -2; 1)$, $[\vec{OA}, \vec{OB}] = (0; -13; -26)$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (OAB) là $\vec{n} = (0; 1; 2)$

Góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là $\sin(CA, (OAB)) = \frac{10}{\sqrt{170}} \Rightarrow (CA, (OAB)) \approx 50^\circ$

Góc tạo bởi dây neo BC và mặt phẳng sườn núi là $\sin(BC, (OAB)) = \frac{2}{3} \Rightarrow (BC, (OAB)) \approx 42^\circ$

Vậy tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi là khoảng 92°

Câu 5. Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

Lời giải: Gọi A là biến cố "qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố "qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000} = 0,931$$

ta có

Câu 6. Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

Lời giải. Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên có thể xảy ra 4 khả năng: (trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A là biến cố "Cả hai đứa trẻ đều là con gái"

Gọi B là biến cố "Có ít nhất một đứa trẻ là con gái"

Ta có
$$P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:
$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$