

BÀI 13-ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

ĐỀ BÀI

Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hai đường cong $(C): y = -x^3 + 12x$ và $(P): y = -x^2$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) (P) cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

b) $S = \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$.

c) $S = \left| \int_{-3}^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$.

d) $S = \frac{937}{12}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

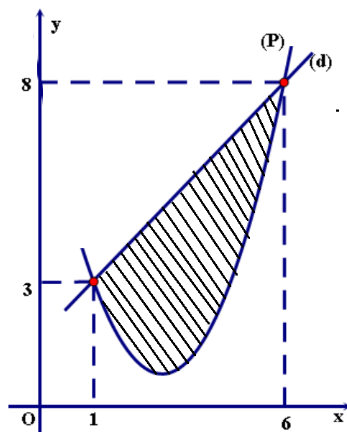
a) $f(0) = 2$.

b) $f'(x) = 3x^2 + 2$.

c) $S = \int_1^2 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx$.

d) $S = \frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

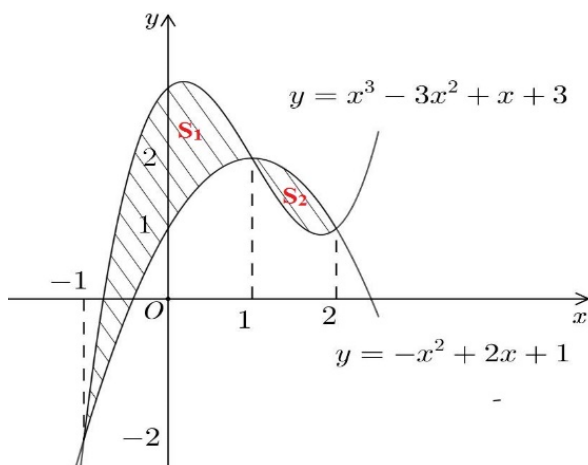
a) Phương trình đường thẳng d là $y = x + 2$.

b) $\int_1^6 f'(x) dx = 5$

c) $S = \int_1^6 [f(x) - (x+2)] dx$

d) $\int_1^6 f(x) dx = \frac{745}{18}$

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$ (P) và $y = -x^2 + 2x + 1$ (H).



Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và (H) như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích phần hình phẳng (E) được gạch sọc tính theo công thức

$$\int_{-1}^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$$

b) $S_1 = 3S_2$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H), trục hoành và hai đường thẳng

$x = 0, x = 2$ bằng $\frac{10}{3}$.

d) Khi quay hình phẳng (E) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể

tích $V = \frac{185}{21}$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho nửa hình tròn $(C): x^2 + y^2 = 8, y \geq 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) là:

$$S = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx$$

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (8 - x^2) dx$$

c) Đường thẳng $y = 2$ chia nửa hình tròn (C) thành hai phần, phần có diện tích bé hơn bằng $2\pi - 8$.

d) Parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn thành hai phần. Gọi S_1 là diện tích phần nhỏ, S_2 là diện tích phần lớn. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2} < 1$.

Câu 6:

a	b	c	d
Sai	Đúng	Sai	Sai

Diện tích hình

phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 5x + 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

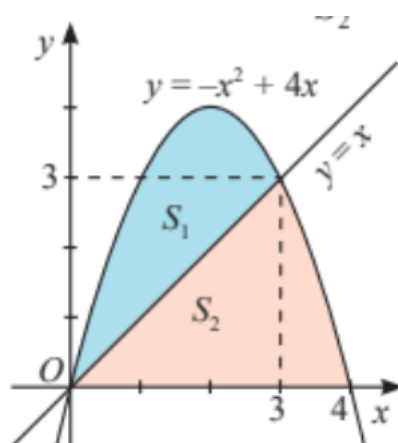
a) Diện tích $S = \int_0^3 x^2 - 5x + 4 dx$.

b) Diện tích $S = \int_0^3 (x^2 - 5x + 4) dx$.

c) $S = \int_0^3 (x^2 - 5x + 4) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^3$.

d) Diện tích $S = \frac{31}{6}$.

Câu 7: Cho S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng được mô tả trong hình bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$, trục hoành và $x = 0, x = 4$ bằng $\frac{32}{3}$.

b) Diện tích $S_1 = \frac{9}{2}$.

c) Diện tích $S_2 = 8$.

d) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{37}$

Câu 8: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi $(C): y = x^2$, đường thẳng $x = a, (a > 0)$, và 2 trục tọa độ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $S = \int_0^a x^2 dx$.

b) $S = \frac{a^3}{3}$.

c) Nếu $S = \frac{1}{2}$ thì $a = 1$.

d) Khi $a = 1$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox bằng $\frac{1}{3}$.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Cho hai đường cong $(C): y = -x^3 + 12x$ và $(P): y = -x^2$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) (P) cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

b) $S = \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$.

c) $S = \left| \int_{-3}^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$.

d) $S = \frac{937}{12}$.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Sai	Sai	Đúng

a) Đúng vì phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

b) Sai vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$

c) Sai vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$

d) Đúng vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 2$

b) $f'(x) = 3x^2 + 2$

c) $S = \int_1^2 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx$

d) $S = \frac{1}{2}$

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

a) Đúng vì theo giả thiết $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(0) = 2$

b) Đúng vì ta có $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2 \Leftrightarrow (x)' \cdot f(x) + x \cdot f'(x) = 4x^3 + 4x + 2$

$\Leftrightarrow [xf(x)]' = 4x^3 + 4x + 2 \Rightarrow xf(x) = \int (4x^3 + 4x + 2) dx = x^4 + 2x^2 + 2x + C (*)$

Cho $x = 0$ ta được $C = 0$.

$(*) \Rightarrow f(x) = x^3 + 2x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$

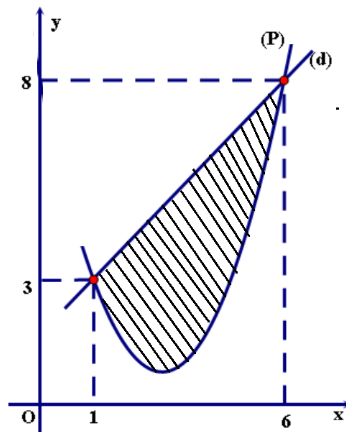
c) Sai vì phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ là

$$f(x)=f'(x) \Leftrightarrow x^3+2x+2=3x^2+2 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy $S = \int_0^2 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx$

d) Đúng vì $S = \int_0^2 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx = \frac{1}{2}$

Câu 3: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình đường thẳng d là $y=x+2$.

b) $\int_1^6 f'(x) dx = 5$

c) $S = \int_1^6 [f(x) - (x+2)] dx$

d) $\int_1^6 f(x) dx = \frac{745}{18}$

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Sai

a) Đúng vì đường thẳng $d: y=ax+b$.

d đi qua hai điểm $(1;3)$ và $(6;8)$ nên $\begin{cases} a+b=3 \\ 6a+b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow d: y=x+2$

$$\int_1^6 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^6 = f(6) - f(1) = 8 - 3 = 5$$

b) Đúng vì

c) Sai vì diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

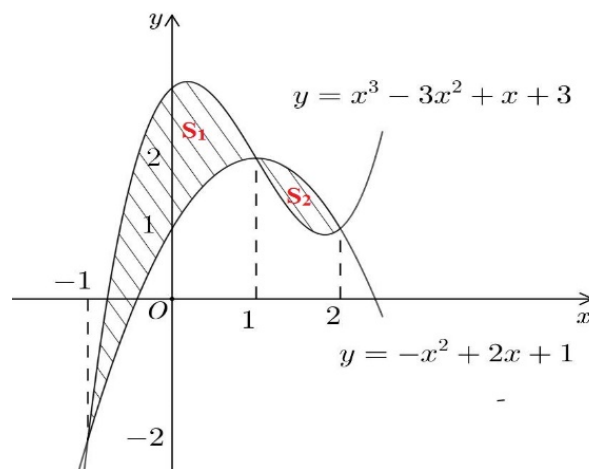
$$y = x + 2, y = f(x), x = 1, x = 6$$
 là

$$S = \int_1^6 [(x+2) - f(x)] dx$$

$$S = \int_1^6 [(x+2) - f(x)] dx = \frac{125}{9} \Leftrightarrow \frac{55}{2} - \int_1^6 f(x) dx = \frac{125}{9} \Leftrightarrow \int_1^6 f(x) dx = \frac{245}{18}$$

d) Sai vì

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 3 (P)$ và $y = -x^2 + 2x + 1 (H)$.



Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và (H) như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích phần hình phẳng (E) được gạch sọc tính theo công thức

$$\int_{-1}^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx$$

b) $S_1 = 3S_2$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H) , trục hoành và hai đường thẳng

$$x = 0, x = 2 \text{ bằng } \frac{10}{3}.$$

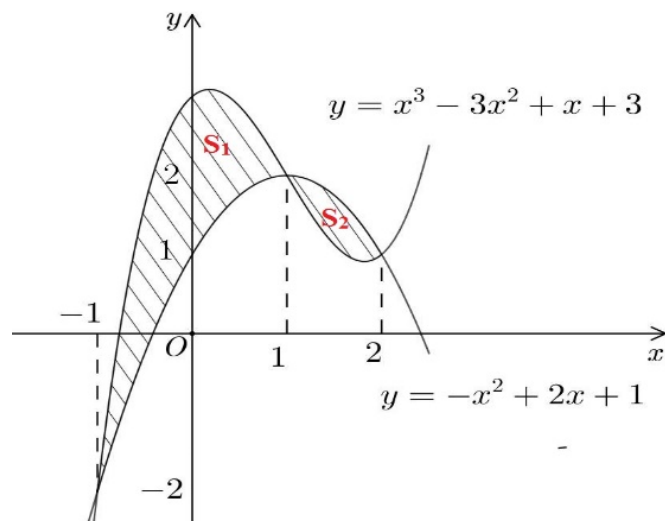
d) Khi quay hình phẳng (E) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể

$$\text{tích } V = \frac{185}{21}.$$

Lời giải

a	b	c	d
Sai	Sai	Sai	Đúng

a)



+ Phần S_1 : phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 3$, $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ và các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$.

Dựa vào đồ thị ta có
$$S_1 = \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx = \frac{8}{3}.$$

+ Phần S_2 : phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 3$, $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$.

Dựa vào đồ thị ta có
$$S_2 = \int_1^2 [g(x) - f(x)] dx = \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx = \frac{5}{12}.$$

Vậy
$$S = S_1 + S_2 = \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx.$$

b)
$$S_1 = \frac{32}{5} S_2.$$

c)
$$S = \int_0^2 [g(x)] dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x + 1) dx = \frac{10}{3}.$$

d) Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (E) quanh trục Ox với các đường thẳng $x = -1; x = 1$ và $x = 2$.

+)
$$V_1 = \pi \int_{-1}^1 [f^2(x) - g^2(x)] dx = \frac{160}{21};$$

+)
$$V_2 = \pi \int_1^2 [g^2(x) - f^2(x)] dx = \frac{25}{21}.$$

Vậy
$$V = V_1 + V_2 = \frac{185}{21}.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho nửa hình tròn $(C): x^2 + y^2 = 8, y \geq 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) là:

$$S = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx.$$

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi nửa

đường tròn (C) quanh trục hoành là: $V = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (8 - x^2) dx$.

c) Đường thẳng $y=2$ chia nửa hình tròn (C) thành hai phần, phần có diện tích bé hơn bằng $2\pi - 8$.

d) Parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn thành hai phần. Gọi S_1 là diện tích phần nhỏ, S_2 là diện tích phần lớn. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2} < 1$.

Lời giải

a	b	c	d
Sai	Đúng	Sai	Sai

Xét phương trình $y=0 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) là:

$$S = \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx$$

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi nửa đường

tròn (C) quanh trục hoành là: $V = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} y^2 dx = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (8 - x^2) dx$.

c) Xét phương trình: $y=2 \Leftrightarrow \sqrt{8 - x^2} = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Gọi $S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{8 - x^2} - 2) dx = 2\pi - 4$, $S_2 = \frac{1}{2}S - S_1 = 2\pi + 4 \Rightarrow S_1 < S_2$.

d) Giao điểm của (P) và (C) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 & (1) \\ y = \frac{x^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta được: $x^2 + \frac{x^4}{4} = 8 \Leftrightarrow x^4 + 4x^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -8 \end{cases} (L) \Leftrightarrow x = \pm 2$

Phần nhỏ giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{2}$; $y = \sqrt{8 - x^2}$; $x = -2$; $x = 2$ nên ta có:

$$S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \int_{-2}^2 \sqrt{8 - x^2} dx - \int_{-2}^2 \frac{x^2}{2} dx$$

$$A = \int_{-2}^2 \sqrt{8 - x^2} dx$$

Tính

Đặt $x = 2\sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = 2\sqrt{2} \cos t dt$.

Đổi cận: $x = -2 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

$$A = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{8 - 8\sin^2 t} \cdot 2\sqrt{2} \cos t dt = 8 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 4 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = 4 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 2\pi + 4.$$

$$B = \int_{-2}^2 \frac{x^2}{2} dx = \frac{8}{3}.$$

$$\Rightarrow S_1 = 2\pi + \frac{4}{3} \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \pi R^2 - S_1 = 2\pi - \frac{4}{3}.$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 2}{3\pi - 2} \approx 1,5 > 1$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} \approx 1,5 > 1$.

Câu 6: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 5x + 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích $S = \int_0^3 x^2 - 5x + 4 dx$.

b) Diện tích $S = \int_0^3 (x^2 - 5x + 4) dx$.

c) $S = \int_0^3 (x^2 - 5x + 4) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^3$.

d) Diện tích $S = \frac{31}{6}$.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Sai	Sai	Đúng

a) Đúng: diện tích $S = \int_a^b f(x) dx = \int_0^3 x^2 - 5x + 4 dx$.

b) Sai: ta có $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

Phương trình có một nghiệm $x = 1$ thuộc $[0; 3]$.

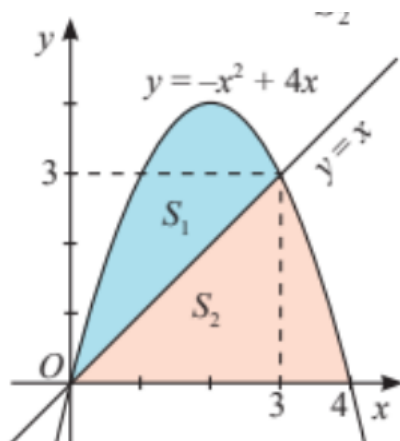
$x^2 - 5x + 4 \geq 0$ với mọi $x \in [0; 1]$ và $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ với mọi $x \in [1; 3]$

$$S = \int_0^3 x^2 - 5x + 4 dx = \int_0^1 (x^2 - 5x + 4) dx + \int_1^3 (x^2 - 5x + 4) dx$$

c) Sai:
$$S = \int_0^1 (x^2 - 5x + 4) dx + \int_1^3 (x^2 - 5x + 4) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_1^3$$

d) Đúng: diện tích
$$S = \frac{11}{6} - \left(-\frac{10}{3} \right) = \frac{31}{6}$$

Câu 7: Cho S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng được mô tả trong hình bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$, trục hoành và $x=0, x=4$ bằng $\frac{32}{3}$.

b) Diện tích $S_1 = \frac{9}{2}$.

c) Diện tích $S_2 = 8$.

d) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{37}$

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

a) Đúng:
$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \frac{32}{3}$$

b) Đúng:
$$S_1 = \int_0^3 (-x^2 + 4x - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \frac{9}{2}$$

c) Sai:
$$S_2 = \int_0^3 x dx + \int_3^4 (-x^2 + 4x) dx = \frac{37}{6}$$

d) Đúng:
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{37}$$

Câu 8: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi $(C): y = x^2$, đường thẳng $x = a, (a > 0)$, và 2 trục tọa độ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $S = \int_0^a x^2 dx$.

b) $S = \frac{a^3}{3}$.

c) Nếu $S = \frac{1}{2}$ thì $a = 1$.

d) Khi $a = 1$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox bằng $\frac{1}{3}$.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Sai

+ Ta có diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3}$

+ $S = \frac{a^3}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow a^3 = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

+ $a = 1 \Rightarrow V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$.

a) Đúng: theo công thức tính diện tích hình phẳng.

b) Đúng: Vì $S = \frac{a^3}{3}$.

c) Sai: Vì $a = \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \neq 1$.

d) Sai: Vì $V = \frac{\pi}{5} \neq \frac{1}{3}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>