

# **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA**

**TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ NGÃ SƠN**

## **SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM**

**“ Sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm của phương trình vô tỉ bằng phương pháp nhân liên hợp”.**

**Người thực hiện: Mai Thị Thúy**

**Chức vụ : Giáo viên**

**SKKN thuộc môn: Toán**

**THANH HÓA NĂM 2016**

## MỤC LỤC

| Nội dung                                                                                                                                               | Trang     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1/ Mở đầu                                                                                                                                              | 3         |
| 1.1/ Lí do chọn đề tài                                                                                                                                 | 3         |
| 1.2/ Mục đích nghiên cứu                                                                                                                               | 3         |
| 1.3/ Đối tượng nghiên cứu                                                                                                                              | 3         |
| 1.4/ Phương pháp nghiên cứu                                                                                                                            | 3         |
| 2/ Nội dung sáng kiến kinh nghiệm                                                                                                                      | 3         |
| 2.1/ Cơ sở lí luận                                                                                                                                     | 3         |
| 2.2/ Thực trạng vấn đề                                                                                                                                 | 4         |
| 2.3/ Giải pháp sáng kiến kinh nghiệm                                                                                                                   | 4         |
| 2.3.1/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay<br>Phương trình nhận được một nghiệm vô tỉ duy nhất                                     | 4         |
| 2.3.2/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay<br>Phương trình nhận được một nghiệm hữu tỉ và một nghiệm vô tỉ                         | 6         |
| 2.3.3/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay<br>Phương trình nhận được một nghiệm hữu tỉ $x=x_0$                                     | 9         |
| 2.3.4/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay<br>Phương trình nhận được hai nghiệm hữu tỉ phân biệt                                   | 10        |
| 2.3.5/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay<br>Phương trình nhận được nghiệm hữu tỉ kép                                             | 12        |
| 2.3.6/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay<br>Phương trình nhận được hai nghiệm vô tỉ có $x_1+x_2=S$ ; $x_1.x_2=P$<br>$P;S$ hữu tỉ | 14        |
| 2.4/ Hiệu quả sáng kiến kinh nghiệm                                                                                                                    | 17        |
| 3/ Kết luận, kiến nghị                                                                                                                                 | 17        |
| 3.1/ Kết luận                                                                                                                                          | 17        |
| 3.2/ kiến nghị                                                                                                                                         | 18        |
| Tài liệu tham khảo                                                                                                                                     | <b>18</b> |

## **1/ MỞ ĐẦU:**

### **1.1/ *Lí do chọn đề tài:***

Trong hai năm tham gia giảng dạy ôn thi THPT Quốc gia, tôi nhận thấy để đạt “**Điểm 9**” môn toán quả là một vấn đề nan giải đối với các em học sinh.

Cấu trúc đề thi THPT quốc gia (câu 9) nội dung chủ yếu giải phương trình, bất phương trình và hệ phương trình với mức độ tương đối khó, đòi hỏi học sinh có tư duy cao, có khả năng phán đoán, suy luận sáng tạo và có kĩ năng tốt khi giải phương trình, bất phương trình và hệ phương trình.

Trong khi học môn toán chắc chắn học sinh nào cũng biết sử dụng máy tính cầm tay để tính toán, nhưng để tìm nghiệm, định hướng giải phương trình vô tỉ nhiều em chưa nắm được tác dụng của nó và chưa biết cách sử dụng.

Vì vậy tôi chọn đề tài “**Sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm của phương trình vô tỉ bằng phương pháp nhân liên hợp**”.

Qua nội dung đề tài này tôi mong muốn cung cấp cho học sinh một số kĩ năng sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm phương trình vô tỉ từ đó tìm nhân tử chung, biểu thức liên hợp của phương trình và giải phương trình một cách nhanh nhất, chính xác nhất, tránh tình trạng học sinh không giải được phương trình hoặc giải chưa triệt để vì thiếu nghiệm hoặc thừa nghiệm.

### **1.2/ *Mục đích nghiên cứu:***

Tìm hiểu kĩ hơn về các chức năng của máy tính cầm tay

Phát huy kĩ năng vận dụng công cụ vào giải toán phù hợp với sự phát triển khoa học kĩ thuật hiện nay

Tạo và định hướng giải phương trình một cách dễ nhất không gây áp lực khó với học sinh.

### **1.3/ *Đối tượng nghiên cứu:***

Là học sinh có lực học từ trung bình khá môn toán trở lên trong chương trình THPT áp dụng cho các khối lớp 10;11;12

### **1.4/ *Phương pháp nghiên cứu:***

Tổng hợp nghiên cứu các tài liệu liên quan đến máy tính và các bài tập phân phương trình vô tỉ

## **2/ NỘI DUNG:**

### **2.1/ *Cơ sở lí luận:***

Nhiệm vụ trọng tâm trong trường THPT là hoạt động dạy của thầy và hoạt học của trò, xuất phát từ mục tiêu đào tạo “Nâng cao dân trí, đào tạo nhân lực, bồi dưỡng nhân tài” giúp học sinh có những kiến thức phổ thông đặc biệt là bộ môn toán rất cần thiết trong đời sống con người. Môn toán là môn khoa học tự nhiên quan trọng và khó với kiến thức rộng, đa phần các em ngại học môn học này.

Muốn học tốt môn toán các em phải nắm vững kiến thức một cách hệ thống, biết vận dụng lí thuyết linh hoạt vào từng dạng bài tập.

Một công cụ hỗ trợ cho việc giải toán nhanh nhất chính xác nhất là máy tính cầm tay. Tôi đã mạnh dạn áp dụng tài liệu tham khảo gắn vào nội dung phương

trình vô tỉ để giảng dạy cho học sinh và hiệu quả cho thấy là có những học sinh mức trung bình khá trở lên đã giải được phương trình dạng này.

Ví dụ: Giải phương trình  $3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2} = 0$  ( trích đề thi thử chuyên thái nguyên năm 2016)

Các hướng suy nghĩ khi bắt tay giải phương trình

- Dùng phương pháp nào :
  - + Phương pháp biến đổi tương đương ?
  - + Đặt ẩn phụ ?
  - + Phương pháp hàm số ?
  - + Đặt ẩn phụ không hoàn toàn?
  - + Liên hợp ? vậy nghiệm bằng bao nhiêu, là nghiệm hữu tỉ hay vô tỉ?
  - Chỉ có phương pháp cuối các em đã tìm ra nghiệm là một số vô tỉ  $x \approx -1,2.....$
- bằng cách sử dụng máy tính cầm tay. Vậy nhân tử liên hợp là bao nhiêu? Xin xem trình bày ở phần sau.

## 2.2/ **Thực trạng vấn đề:**

Phương trình vô tỉ là một nội dung khó , kiến thức rộng, phương pháp nhiều đòi hỏi học sinh có khả năng tư duy, óc phán đoán để định hướng tìm phương pháp giải thích hợp. tuy nhiên mức độ học sinh trong trường THPT không đồng đều , học sinh khá giỏi chiếm tỉ lệ ít, Với học sinh mức học trung bình khá và học sinh khá các em thường bỏ qua hoặc có giải thì làm sai hoặc thiếu nghiệm , thừa nghiệm.

Như ví dụ trên tôi đã cho lớp 11A làm bài thi thử kết quả 30/39 học sinh không giải được, 5/39 học sinh giải nhưng kết quả sai, có 4/39 em học giỏi trong lớp mới giải được và làm đúng.

## 2.3/ **Giải pháp thực hiện:**

Qua tìm hiểu , nghiên cứu và đúc rút kinh nghiệm từ thực tế giảng dạy tôi mạnh dạn trình bày một số giải pháp

### 2.3.1/ **Quy trình tìm nghiệm của phương trình bằng máy tính cầm tay**

**Phương trình nhận được một nghiệm vô tỉ duy nhất**

**Ví dụ 1:** Phương trình  $3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2} = 0$  (1)

| Bước | Bấm máy                    | Màn hình xuất hiện                                                        | Kết luận                 |
|------|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| 1    | viết phương trình trên máy | $3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2} = 0$                              |                          |
| 2    | CALC (SHIFT SLOVE)         | Solve for X<br>0                                                          |                          |
| 3    | 2=                         | $3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2} = 0$<br>X= -1.289897949<br>L-R= 0 | X=-1.289897949 là nghiệm |
| 4    | CALC (SHIFT SLOVE)         | Solve for X<br>-1.289897949                                               |                          |

|   |     |                                                                           |  |
|---|-----|---------------------------------------------------------------------------|--|
| 5 | -1= | $3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2} = 0$<br>X= -1.289897949<br>L-R= 0 |  |
|---|-----|---------------------------------------------------------------------------|--|

+ Tìm nghiệm thuộc khoảng nào? Nghiệm hữu tỉ hay vô tỉ? nghiệm bội hay nghiệm đơn ta dùng lệnh TABLE ( vào MODE 7)

| Bước | Bấm máy         | Màn hình xuất hiện                              | Kết luận |
|------|-----------------|-------------------------------------------------|----------|
| 1    | TABLE ( MODE 7) | $F(x) = 3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2}$ |          |
| 2    | =               | G(x)=                                           |          |
| 3    | =               | Start<br>1                                      |          |
| 4    | -1.4=           | End?<br>5                                       |          |
| 5    | 1.4=            | Step?<br>1                                      |          |
| 6    | 1=              | Màn hình xuất hiện bảng sau                     |          |

Xuất hiện bảng

|   | X    | F(X)   |
|---|------|--------|
| 1 | -1.4 | -1.44  |
| 2 | -0.4 | 5.7355 |
| 3 | 0.6  | 14.872 |

Từ bảng trên cho ta thấy phương trình có 1 nghiệm thuộc khoảng (-1.4; -0.4)  
Nên phương trình có nghiệm duy nhất  $x \approx -1.289897949$   
Sau khi biết nghiệm của phương trình là  $x \approx -1.289897949$  ta gán cho biến A

| Bấm máy             | Màn hình xuất hiện                                                        |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| CALC (SHIFT SLOVE)  | $3x^2 + 10x + 6 + (2 - x)\sqrt{2 - x^2} = 0$<br>X= -1.289897949<br>L-R= 0 |
| ALPHA X Shift STO A | $x \rightarrow A$<br>-1.289897949                                         |
| $\sqrt{2 - A^2} =$  | $\sqrt{2 - A^2} =$<br>0.5797958971                                        |

Từ đó ta nhận thấy  $\sqrt{2 - A^2} = -2A - 2$   
 Vậy nhân tử liên hợp là  $\sqrt{2 - A^2} - (-2A - 2)$

Cách giải : Điều kiện  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow (2 - x) \left[ \sqrt{2 - x^2} + (2x + 2) \right] + 5x^2 + 8x + 2 = 0$$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow (2 - x) \left[ \sqrt{2 - x^2} + 2x + 2 \right] + \left[ (2x + 2)^2 - \sqrt{2 - x^2}^2 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2 - x^2} + 2x + 2)(2 - x + 2x + 2 - \sqrt{2 - x^2}) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{2 - x^2} = -2x - 2 & (1) \\ x + 4 = \sqrt{2 - x^2} & (2) \end{cases}$$

$$\text{Giải (1)} \Leftrightarrow 2 - x^2 = 4x^2 + 8x + 4$$

$$\text{ĐK } x \leq -1$$

$$\Leftrightarrow (5x^2 + 8x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 - \sqrt{6}}{5} (tm) \\ x = \frac{-4 + \sqrt{6}}{5} (l) \end{cases}$$

$$\text{Giải (2)} \Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 2 - x^2$$

$$\text{ĐK } x \geq -4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 14 = 0 \quad (\text{ Vô nghiệm})$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm  $x = \frac{-4 - \sqrt{6}}{5}$

### 2.3.2/ Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay

**Phương trình nhận được một nghiệm hữu tỉ và một nghiệm vô tỉ**

Ví dụ 2: Giải phương trình  $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x + 1)(\sqrt{x + 2} - 2)$  (2)

( Đề thi THPT Quốc gia môn toán năm 2015)

+ Phân tích:

- Bài toán hay, hội tụ nhiều yếu tố
- Chỉ có một căn thức không quá lớn
- Chứa một phân thức, nếu học sinh vội vàng quy đồng dẫn đến phức tạp.

Sử dụng chức năng TABLE trong máy tính

| Bước | Bấm máy         | Màn hình xuất hiện                                                                           | Kết luận |
|------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1    | TABLE ( MODE 7) | $F(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} - (x + 1)(\sqrt{x + 2} - 2)$ Điều kiện $x \geq -2$ |          |
| 2    | =               | G(x)=                                                                                        |          |
| 3    | =               | Start                                                                                        |          |

|   |      |                             |   |
|---|------|-----------------------------|---|
|   |      | 1                           |   |
| 4 | -2=  | End?                        | 5 |
| 5 | 5=   | Step?                       | 1 |
| 6 | 0.5= | Màn hình xuất hiện bảng sau |   |

Xuất hiện bảng

|    | X    | F(X)   |
|----|------|--------|
| 1  | -2   | -2.727 |
| 2  | -1.5 | -1.727 |
| 3  | -1   | -1.5   |
| 4  | -0.5 | -1.671 |
| 5  | 0    | -2.08  |
| 6  | 0.5  | -2.371 |
| 7  | 1    | -1.964 |
| 8  | 1.5  | -0.899 |
| 9  | 2    | 0      |
| 10 | 2.5  | 0.34   |
| 11 | 3    | 0.2223 |
| 12 | 3.5  | -0.189 |
| 13 | 4    | -0.792 |
| 14 | 4.5  | -1.531 |
| 15 | 5    | -2.374 |

+ Dựa vào bảng giá trị trên ta thấy những điều sau

- phương trình có 1 nghiệm hữu tỉ x=2
- Phương trình có 1 nghiệm nằm trong khoảng (3;3,5)
- Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt

| Bấm máy                   | Màn hình xuất hiện                                          |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Viết phương trình vào máy | $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ |

|                    |                                                                                          |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| CALC (SHIFT SLOVE) | $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ $X = -3.302775638$ $L-R = 0$ |
| Shift STO A        | $x \rightarrow A$ $-3.302775638$                                                         |
| $\sqrt{A+2} =$     | $\sqrt{A+2} =$ $2.3.27775638$                                                            |

Từ đó suy ra  $\sqrt{A+2} \approx A - 1 \Rightarrow A = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$

+ Định hướng giải:

Bước 1 : chú ý với  $x=2$  thì 
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - 2 = 0 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$$

Do đó ta sẽ nhân liên hợp cho nhóm biểu thức  $(\sqrt{x+2} - 2)$  đồng thời phân tích thành nhân tử cho nhóm biểu thức  $(x^2+2x-8)$  để tạo ra nghiệm  $x=2$ .

Bước 2: Sau khi đã có nghiệm  $x=2$  ta sẽ có một phương trình vô tỉ mới mà nghiệm là  $x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ , chú ý tới đánh giá  $x - 1 = \sqrt{x+2}$  từ đó ta có nhân tử là  $(x - 1 - \sqrt{x+2})$  hoặc  $x^2 - 3x - 1$

+ Cách giải : ( phương pháp nhân liên hợp)

Điều kiện  $x \geq -2$

Ta có 
$$\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = (x^2 - 2x + 3)(x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 4) = (x^2 - 2x + 3)(x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$$

$$\Rightarrow (x - 2) \left[ (x + 4) - (x^2 - 2x + 3)(x+1) \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ (x + 4)\sqrt{x+2} - x^3 + x^2 + x + 5 = 0(*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow (x + 4)\sqrt{x+2} = x^3 - x^2 - x - 5$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq -2 \\ x^3 - x^2 - x - 5 \geq 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
(*) &\Leftrightarrow (x+4)\left[(x-1)-\sqrt{x+2}\right] + (x+1)\left[(x-1)-\sqrt{x+2}\right]\left[(x-1)+\sqrt{x+2}\right] = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[(x-1)-\sqrt{x+2}\right]\left[x+4+(x+1)(x-1)+(x+1)\sqrt{x+2}\right] = 0 \\
&\Leftrightarrow 2\left[(x-1)-\sqrt{x+2}\right]\left[x+4+(x+1)(x-1)+(x+1)\sqrt{x+2}\right] = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[(x-1)-\sqrt{x+2}\right]\left[(x+1+\sqrt{x+2})^2 + x^2 - x + 3\right] = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[(x-1)-\sqrt{x+2}\right] = 0 \text{ do } \left[(x+1+\sqrt{x+2})^2 + x^2 - x + 3\right] > 0
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x-1=\sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{13}}{2} (l) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là  $x = \left\{ 2; \frac{3+\sqrt{13}}{2} \right\}$

**2.3.3/Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay**  
**Phương trình nhận được một nghiệm hữu tỉ  $x=x_0$**

**Phân tích phương trình về dạng  $(x-x_0)g(x)=0$  ( $g(x) \neq 0$ )**

Ví dụ 3:

Giải phương trình  $\sqrt[3]{x-9} + 2x^2 + 3x = \sqrt{5x-1} + 1$  (3)

Ta dùng lệnh TABLE ( vào MODE 7)  $x \geq \frac{1}{5}$

| Bước | Bấm máy         | Màn hình xuất hiện                                  | Kết luận |
|------|-----------------|-----------------------------------------------------|----------|
| 1    | TABLE ( MODE 7) | F(x)= $\sqrt[3]{x-9} + 2x^2 + 3x - \sqrt{5x-1} - 1$ |          |
| 2    | =               | G(x)=                                               |          |
| 3    | =               | Start<br><div style="text-align: right;">1</div>    |          |
| 4    | 0=              | End?<br><div style="text-align: right;">5</div>     |          |
| 5    | 9=              | Step?<br><div style="text-align: right;">1</div>    |          |
| 6    | 1=              | Màn hình xuất hiện bảng sau                         |          |

Xuất hiện bảng

|    | X | F(X)   |
|----|---|--------|
| 1  | 0 | ERROR  |
| 2  | 1 | 0      |
| 3  | 2 | 8.087  |
| 4  | 3 | 20.441 |
| 5  | 4 | 36.931 |
| 6  | 5 | 57.513 |
| 7  | 6 | 82.172 |
| 8  | 7 | 110.9  |
| 9  | 8 | 143.75 |
| 10 | 9 | 181.36 |

Dùng máy tính ta nhận được nghiệm  $x=1$ ;  
kiểm tra trên máy tính ta thấy  $x=1$  là nghiệm duy nhất của phương trình.  
Thay  $x=1$  vào các căn của phương trình ta được

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x-9} = -2 \\ \sqrt{5x-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{x-9} + 2 = 0 \\ \sqrt{5x-1} - 2 = 0 \end{cases}$$

là các liên hợp cần tìm của phương trình

Lời giải: Điều kiện  $x \geq \frac{1}{5}$  ta có

$$(3) \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x-9} + 2) - (\sqrt{5x-1} - 2) + 2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x-9}^2 - 2\sqrt[3]{x-9} + 4} - \frac{5}{\sqrt{5x-1} + 2} + 2x + 5 \right) = 0$$

$$\text{Ta có } \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x-9}^2 - 2\sqrt[3]{x-9} + 4} - \frac{5}{\sqrt{5x-1} + 2} + 2x + 5 \right) =$$

$$\frac{1}{(\sqrt[3]{x-9} - 1)^2 + 3} + 2x + \frac{5}{2} + \left( \frac{5}{2} - \frac{5}{\sqrt{5x-1} + 2} \right) > 0$$

Phương trình (3) có nghiệm duy nhất  $x=1$

### ***Bài tập áp dụng:***

Giải các phương trình sau

$$1, \sqrt{3x-5} + \sqrt{2x+3} = 2 + \sqrt{12-x}$$

Phương trình có nghiệm duy nhất  $x=3$

$$2, 3x^7 - \sqrt{5-4x} = 3 - x^3$$

Phương trình có nghiệm duy nhất  $x=1$

$$3, (x+3)\sqrt{x+4} + (x+9)\sqrt{x+11} = x^2 + 9x + 10$$

Phương trình có nghiệm duy nhất  $x=5$

$$4, \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$$

Phương trình có nghiệm duy nhất  $x=5$

#### 2.3.4/Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay

Phương trình nhận được hai nghiệm hữu tỉ phân biệt  $x=x_1; x=x_2$

**Phân tích phương trình về dạng  $(x-x_1)(x-x_2)g(x)=0$  ( $g(x) \neq 0$ )**

Ví dụ 4:

Giải phương trình  $2\sqrt[3]{19x+8} + \sqrt{3x+1} = 2x^2 + x + 5$  (4)

Ta dùng lệnh TABLE ( vào MODE 7)

| Bước | Bấm máy         | Màn hình xuất hiện                                   | Kết luận |
|------|-----------------|------------------------------------------------------|----------|
| 1    | TABLE ( MODE 7) | $F(x)=2\sqrt[3]{19x+8} + \sqrt{3x+1} - 2x^2 - x - 5$ |          |
| 2    | =               | G(x)=                                                |          |
| 3    | =               | Start<br>1                                           |          |
| 4    | -1=             | End?<br>5                                            |          |
| 5    | 9=              | Step?<br>1                                           |          |
| 6    | 1=              | Màn hình xuất hiện bảng sau                          |          |

Xuất hiện bảng

|    | X  | F(X)   |
|----|----|--------|
| 1  | -1 | ERROR  |
| 2  | 0  | 0      |
| 3  | 1  | 0      |
| 4  | 2  | -5.188 |
| 5  | 3  | -14.79 |
| 6  | 4  | -28.63 |
| 7  | 5  | -46.62 |
| 8  | 6  | -68.72 |
| 9  | 7  | -94.89 |
| 10 | 8  | -125.1 |
| 11 | 9  | -159.4 |

Dùng máy tính ta nhận được nghiệm  $x=0; x=1$ ; kiểm tra trên máy tính ta thấy  $x=0; x=1$  là nghiệm đơn

Nhân tử cần tìm là  $x(x-1)$

Tìm các liên hợp dạng  $\begin{cases} 2\sqrt[3]{19x+8} = cx + d \\ \sqrt{3x+1} = ax + b \end{cases}$

Thay  $x=0; x=1$  vào hệ trên ta tìm được  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$  và  $\begin{cases} c=2 \\ d=4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2\sqrt[3]{19x+8} - (2x+4) \\ \sqrt{3x+1} - (x+1) \end{cases} \text{ là các liên hợp cần tìm}$$

Lời giải: Điều kiện  $x \geq \frac{-1}{3}$  ta có

$$(4) \Leftrightarrow (2(\sqrt[3]{19x+8} - x - 2)) + (\sqrt{3x+1} - x - 1) - 2x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x) \left( \frac{-2(x+7)}{\sqrt[3]{19x+8}^2 - \sqrt[3]{19x+8}(x+2) + (x+2)^2} - \frac{1}{\sqrt{3x+1} + x + 1} - 2 \right) = 0$$

$$\text{Ta có } \left( \frac{-2(x+7)}{\sqrt[3]{19x+8}^2 - (x+2)\sqrt[3]{x-9} + (x+2)^2} - \frac{1}{\sqrt{3x+1} + x + 1} - 2 \right) =$$

$$\frac{-2(x+7)}{\left(\sqrt[3]{19x+8} - \frac{x+2}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}(x+2)^2} - \frac{1}{\sqrt{3x+1} + x + 1} - 2 < 0$$

Phương trình (4) có nghiệm  $x=0$ ;  $x=1$

**Bài tập áp dụng:**

Giải các phương trình sau

$$1, 2\sqrt{3x+4} + 3\sqrt{5x+9} = x^2 + 6x + 13$$

Phương trình có nghiệm  $x=0$ ;  $x=-1$

$$2, x^4 + \sqrt{x^3 - x^2 + 1} = 1 + x^3$$

Phương trình có nghiệm  $x=0$ ;  $x=1$

$$3, \sqrt{x+1} + 3\sqrt{4-x} = x^3 - 2x^2 - 3x + 3$$

Phương trình có nghiệm  $x=0$ ;  $x=3$

### 2.3.5/Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay

Phương trình nhận được nghiệm hữu tỉ kép( nghiệm bội)  $x=a$

**Phân tích phương trình về dạng  $(x-a)^k g(x)=0$  ( $g(x) \neq 0$ )**

Ví dụ 5:

$$\text{Giải phương trình } \sqrt{2x-3} - \sqrt[3]{3x-5} + 3x^2 - 12x + 12 = 0 \quad (5)$$

Ta dùng lệnh TABLE ( vào MODE 7)

| Bước c | Bấm máy         | Màn hình xuất hiện                                     | Kết luận |
|--------|-----------------|--------------------------------------------------------|----------|
| 1      | TABLE ( MODE 7) | F(x)= $\sqrt{2x-3} - \sqrt[3]{3x-5} + 3x^2 - 12x + 12$ |          |
| 2      | =               | G(x)=                                                  |          |
| 3      | =               | Start<br><br>1                                         |          |
| 4      | 1.5=            | End?<br><br>5                                          |          |

|   |      |                             |   |
|---|------|-----------------------------|---|
| 5 | 5=   | Step?                       | 1 |
| 6 | 0.5= | Màn hình xuất hiện bảng sau |   |

Xuất hiện bảng

|   | X   | F(X)   |
|---|-----|--------|
| 1 | 1.5 | 1.5437 |
| 2 | 2   | 0      |
| 3 | 2.5 | 0.807  |
| 4 | 3   | 3.1446 |
| 5 | 3.5 | 6.9848 |
| 6 | 4   | 12.323 |
| 7 | 4.5 | 19.158 |
| 8 | 5   | 27.491 |

Dùng máy tính ta nhận được nghiệm  $x=2$ ; kiểm tra trên máy tính ta thấy  $x=2$  là nghiệm kép vì  $F(1.5).F(2.5)>0$

Nhân tử cần tìm là  $(x-2)^2$

Tìm các liên hợp dạng  $\begin{cases} \sqrt[3]{3x-5} = cx + d \\ \sqrt{2x-3} = ax + b \end{cases}$

Thay  $x=2$  vào hệ trên ta tìm được  $\begin{cases} 2a+b=1 \\ 2c+d=1 \end{cases}$  và  $\begin{cases} a=(\sqrt{2x-3})'|_{x=2}=1 \Rightarrow b=-1 \\ c=(\sqrt[3]{3x-5})'|_{x=2}=1 \Rightarrow d=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)-\sqrt[3]{3x-5} \\ \sqrt{2x-3}-(x-1) \end{cases}$  là các liên hợp cần tìm

Lời giải: Điều kiện  $x \geq \frac{3}{2}$  ta có

$$(5) \Leftrightarrow 3(x-2)^2 - [(x-1)-\sqrt{2x-3}] + [(x-1)-\sqrt[3]{3x-5}] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 \left( 3 - \frac{1}{x-1+\sqrt{2x-3}} + \frac{(x+1)}{\sqrt[3]{3x-5}^2 + \sqrt[3]{3x-5}(x-1) + (x-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3x+1}+x+1} - 2 \right) = 0$$

$$x-1+\sqrt{2x-3} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x-1+\sqrt{2x-3}} \leq 2$$

$$\text{Ta có } \Rightarrow 3 - \frac{1}{x-1+\sqrt{2x-3}} > 0$$

$$\text{và } \frac{x+1}{(x-1)^2 + (x-1)\sqrt[3]{3x-5} + \sqrt[3]{3x-5}^2} > 0$$

$$\text{Với } x \geq \frac{3}{2}$$

Phương trình (5) có nghiệm  $x=2$

**Bài tập áp dụng:**

Giải các phương trình sau

1,  $2\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{8 + 2x - x^2} = x$

Phương trình có nghiệm kép  $x=1$

2,  $2\sqrt{2x - 3} + \sqrt{9 - 4x} = x^2 - 4x + 7$

Phương trình có nghiệm kép  $x=2$

**2.3.6/Quy trình tìm nghiệm phương trình trên máy tính cầm tay**

**Phương trình nhận được hai nghiệm vô tỉ có  $x_1+x_2=S$ ;  $x_1.x_2=P$**

**P;S hữu tỉ**

Phương trình có ít nhất hai nghiệm vô tỉ có tổng và tích là các số hữu tỉ

$x=x_1$ ;  $x=x_2$  mà  $s=x_1+x_2$ ;  $p=x_1.x_2$  thì  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình

$X^2-sX+p=0$  (dựa vào định lý đảo Vi-ét)

**Phân tích phương trình về dạng  $(X^2-sX+p)g(x)=0$  ( $g(x) \neq 0$ )**

**Ví dụ 6 :** Giải phương trình  $\sqrt{5x^2 + 10x + 7} + \sqrt{-12x^3 - 2x + 12} = 4x^2 + 3x + 5$  (6)

Ta dùng lệnh TABLE ( vào MODE 7)

| Bước | Bấm máy         | Màn hình xuất hiện                                                         | Kết luận |
|------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1    | TABLE ( MODE 7) | F(x)=<br>$\sqrt{5x^2 + 10x + 7} + \sqrt{-12x^3 - 2x + 12} - 4x^2 - 3x - 5$ |          |
| 2    | =               | G(x)=                                                                      |          |
| 3    | =               | Start<br><br>1                                                             |          |
| 4    | -9=             | End?<br><br>5                                                              |          |
| 5    | 0=              | Step?<br><br>1                                                             |          |
| 6    | 1=              | Màn hình xuất hiện bảng sau                                                |          |

Xuất hiện bảng

|   | X  | F(X)   |
|---|----|--------|
| 1 | -9 | -191.3 |
| 2 | -8 | -142.7 |
| 3 | -7 | -102.1 |
| 4 | -6 | -68.58 |
| 5 | -5 | -41.93 |
| 6 | -4 | -22.07 |

|    |    |        |
|----|----|--------|
| 7  | -3 | -8.816 |
| 8  | -2 | -1.771 |
| 9  | -1 | 0.5132 |
| 10 | 0  | 1.1098 |

Dùng máy tính nhận được hai nghiệm  $x_1 \approx 0.3660254038$  lưu vào biến B ( Shift sto B) và nghiệm  $x_2 \approx -1.3660254038$  lưu vào biến A

Ta có  $x_1 + x_2 = -1$  và  $x_1 \cdot x_2 = -1/2$

Theo định lý Vi-ét đảo ta có  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $2x^2 + 2x - 1 = 0$

Vậy nhân tử trong liên hợp cần tìm là  $(2x^2 + 2x - 1)$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{P(x)} = \sqrt{5x^2 + 10x + 7} \\ \sqrt{Q(x)} = \sqrt{-12x^3 - 2x + 12} \end{cases}$$

Tìm biểu thức liên hợp dạng  $\sqrt{P(x)} - (ax^2 + bx + c)$  (1)

$$\text{Và } \sqrt{Q(x)} - (ax^2 + bx + c) \quad (2)$$

$$\text{Thay A; B vào (1) Ta được } \begin{cases} \sqrt{P(A)} = aA^2 + bA + c \\ \sqrt{Q(B)} = aB^2 + bB + c \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } b = \frac{\sqrt{P(A)} - \sqrt{P(B)}}{A - B} - a(A + B)$$

$$\text{Vì } A + B = -1 \text{ nên } b = \frac{\sqrt{P(A)} - \sqrt{P(B)}}{A - B} + a$$

$$\text{Vào MODE 7 viết } f(X) = \frac{\sqrt{P(A)} - \sqrt{P(B)}}{A - B} + X$$

Chọn STAT -4=

Chọn END 4=

Chọn STEP 1=

Ta được bảng giá trị mô tả

| X  | f(X) |
|----|------|
| -4 | -3   |

|    |    |
|----|----|
| -3 | -2 |
| -2 | -1 |
| -1 | 0  |
| 0  | 1  |
| 1  | 2  |
| 2  | 3  |
| 3  | 4  |
| 4  | 5  |

Chọn  $x=a=2$ ;  $b=f(x)=3$  và  $c = \sqrt{P(A)} - 2A^2 - 3A$

Suy ra  $c=2$

Ta có liên hợp cần tìm là  $\sqrt{5x^2 + 10x + 7} - (2x^2 + 3x + 2)$

Tương tự ta có liên hợp thứ hai là  $\sqrt{-12x^3 - 2x + 12} - (2x^2 + 3)$

Cách giải:

Điều kiện  $-12x^3 - 2x + 12 \geq 0$

Phương trình  $\Leftrightarrow (\sqrt{5x^2 + 10x + 7} - (2x^2 + 3x + 2)) + (\sqrt{-12x^3 - 2x + 12} - (2x^2 + 3)) = 0$

$$\Leftrightarrow (-4x^4 - 12x^3 - 12x^2 - 2x + 3) \left( \frac{1}{\sqrt{5x^2 + 10x + 7} + 2x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{-12x^3 - 2x + 12} + 2x^2 + 3} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x^4 - 12x^3 - 12x^2 - 2x + 3 = 0$$

Vì

$$\frac{1}{\sqrt{5x^2 + 10x + 7} + 2x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{-12x^3 - 2x + 12} + 2x^2 + 3} > 0$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 + 2x - 1)(-2x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} \text{ là nghiệm}$$

$$( \text{ Vì } -2x^2 - 4x - 3 < 0 )$$



### ***Bài tập áp dụng:***

Giải phương trình

$$1/ \quad x^2 + x - 1 = (x + 2)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

Nhân tử là  $x^2 - 2x - 7$

Phương trình có hai nghiệm là  $x = 1 \pm 2\sqrt{2}$

$$2/ \quad 4\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} = x^2 - 4$$

Phương trình có hai nghiệm là  $x = \frac{1 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

Như vậy nhờ công cụ hỗ trợ đắc lực là máy tính cầm tay mà đã hình thành cách giải ngắn gọn cho nhiều bài toán phương trình vô tỉ phức tạp. Tuy nhiên cách giải vẫn chưa hiệu quả đối với các phương trình vô tỉ vô nghiệm hoặc có nghiệm phức tạp chứa lên tiếp nhiều căn thức hoặc có nghiệm biểu diễn dạng lượng giác.

#### ***2.4/ Hiệu quả sáng kiến kinh nghiệm***

Nhận thấy nếu kết hợp việc dạy và học môn toán với sự trợ giúp của máy tính cầm tay một cách linh hoạt thì hiệu quả thu được là rất tốt. Tôi đã thực hiện phương pháp trên với học sinh lớp 11A khi các em học giải phương trình vô tỉ bằng phương pháp nhân liên hợp. Tôi thấy các em định hướng làm bài nhanh hơn, ít sai trong quá trình giải bài: Cụ thể

Tôi đã kiểm nghiệm trên hai lớp 11A (Thực nghiệm) và lớp 11B( Đối chứng) có trình độ tương đương nhau.

| Lớp | Số số | số học sinh làm được |         | số học sinh không làm được |         | ghi chú     |
|-----|-------|----------------------|---------|----------------------------|---------|-------------|
|     |       | số lượng             | tỉ lệ % | số lượng                   | tỷ lệ % |             |
| 11B | 40    | 5                    | 12.5    | 35                         | 87.5    | Đối chứng   |
| 11A | 40    | 27                   | 67.5    | 13                         | 32.5    | Thực nghiệm |

Trong quá trình giảng dạy đối với mỗi bài toán nếu giáo viên biết tìm ra cơ sở lí thuyết, đưa ra phương pháp giải hợp lí, dẫn dắt học sinh vận dụng phương pháp một cách linh hoạt, gây hứng thú học tập của học sinh thì kết quả giảng dạy tốt hơn

### **3/ KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ**

#### ***3.1 Kết luận:***

Tôi viết sáng kiến kinh nghiệm này nhằm mục đích chia sẻ với đồng nghiệp và các em học sinh những kinh nghiệm về cách sử dụng máy tính cầm tay trong giải toán, biết khai thác thế mạnh mà máy tính cầm tay mang lại sẽ giúp cho học sinh dễ dàng định hướng cách giải, kiểm tra được kết quả, rút ngắn thời gian tính toán sẽ làm cho công việc học toán bớt nặng nề hơn.

Những vấn đề trình bày trong sáng kiến kinh nghiệm là những gợi ý về sử dụng máy tính cầm tay trong giải toán, mong đồng nghiệp sẽ tiếp tục nghiên cứu tìm ra nhiều thủ thuật trong sử dụng máy tính cầm tay.

Sáng kiến kinh nghiệm có thể hướng dẫn cho học sinh sử dụng từ khi học lớp 10 đến lớp 12 (kể cả ôn thi vào lớp 10) giúp các em học toán tốt hơn.

Trong điều kiện hiện nay đa số học sinh có máy tính cầm tay nên việc hướng dẫn học sinh sử dụng máy tính là điều cần thiết của giáo viên giúp học sinh tư duy toán một cách nhanh nhất. ngoài ra là một công cụ hỗ trợ đắc lực trong học tập các môn khoa học tự nhiên như lí, hóa, sinh

### **3.2/ Kiến nghị:**

Mong nhận được sự trao đổi, góp ý kiến chân thành cho nội dung trên góp phần nâng cao chất lượng nghiên cứu và giảng dạy

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- 1/ SGK giải tích lớp 11;12 nhà xuất bản giáo dục năm 2008
- 2/ Báo toán học tuổi trẻ
- 3/ Bài giảng trọng tâm ôn luyện môn toán- của Trần phương

**XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ**

*Thanh hóa, ngày 14 tháng 5 năm 2016*

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết

Không copy của người khác

Người viết

**Mai Thị Thúy**