|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT****CẨM KHÊ****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS** **CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2022-2023****Môn thi: TOÁN** *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề****(Đề thi có 03 trang)*** |

**Chú ý:**

*- Câu hỏi trắc nghiệm khách quan có* ***một*** *lựa chọn đúng.*

*- Thí sinh làm bài thi (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) trên tờ giấy thi,* ***không*** *làm bài trên đề thi.*

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)**.

1. Cho  là các số thực thoả mãn . Khi đó, giá trị của biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho . Giá trị biểu thức  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho đường thẳng . Tính tổng tất cả các giá trị của tham số  để khoảng cách từ gốc toạ độ đến đường thẳng  bằng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** ..

1. Cho đường thẳng . Có bao nhiêu giá trị của tham số  để đường thẳng  tạo với các trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 2?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hệ phương trình  (với *m* là tham số) có nghiệm duy nhất . Khi đó điểm  luôn nằm trên đường thẳng có phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho Parabol . Trên Parabol  lấy hai điểm  sao cho  ( là gốc toạ độ). Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên trục hoành. Khi đó, giá trị của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để đường thẳng  cắt Parabol  tại hai điểm phân biệt có hoành độ nguyên?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gọi  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  để hai phương trình  và  có ít nhất một nghiệm chung. Tổng các phần tử của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hình thang cân  có đáy lớn , đáy nhỏ bằng đường cao và đường chéo vuông góc với cạnh bên. Độ dài của đường cao hình thang bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho tam giác  cân có . Điểm  thuộc nửa mặt phẳng không chứa điểm  có bờ  sao cho . Số đo  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho khối chóp đều  có tất cả các cạnh bằng . Thể tích của khối chóp đều  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho tam giác  vuông tại , có đường cao  và diện tích bằng . Khi đó tích  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho tam giác  vuông tại , có , tia phân giác trong và phân giác ngoài tại đỉnh  của tam giác  cắt  lần lượt tại  và . Tính độ dài , biết 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hình vuông , gọi  lần lượt là trung điểm của  và , biết  với  là các số nguyên dương và  là phân số tối giản. Khi đó giá trị  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho tam giác  nội tiếp đường tròn  có  và đường cao . Bán kính của đường tròn  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Bác An có ao cá diện tích  để nuôi cá. Vụ vừa rồi bác nuôi với mật độ  và thu được  tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình, bác thấy cứ thả giảm đi  thì mỗi con cá thành phẩm thu được sẽ tăng thêm . Vậy vụ tới bác An phải mua để thả bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất ? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**B. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)**.

**Câu 1 (3,0 điểm).**

a) Tìm số nguyên dương  nhỏ nhất sao cho các số  và  đều là các số chính phương.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình .

c) Cho  là các số nguyên. Chứng minh nếu  chia hết cho  thì  cũng chia hết cho .

**Câu 2 (4,0 điểm)**.

a)Tìm đa thức bậc bốn  biết  và  với mọi .

b) Giải phương trình .

c) Giải hệ phương trình 

**Câu 3 (4,0 điểm)**. Cho đường tròn tâm , đường kính . Trên tia đối của tia  lấy điểm . Từ  kẻ tiếp tuyến  với đường tròn ( là tiếp điểm). Kẻ đường thẳng qua  vuông góc với đường thẳng  tại  và cắt đường thẳng  tại .

a) Chứng minh .

b) Gọi  là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác  với đường thẳng . Tia  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai . Chứng minh ba đường thẳng  đồng quy.

c) Chứng minh 

**Câu 4 (1,0 điểm).** Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**-----------------Hết-----------------**

Họ và tên thí sinh:..................................................................................... SBD:.....................................

***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm./.***

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT CẨM KHÊ****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP HUYỆN****NĂM HỌC 2022 - 2023*****Hướng dẫn chấm có 05 trang*** |

**I. Đáp án phần trắc nghiệm khách quan**

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

- Tổng điểm phần Trắc nghiệm khách quan: 0,5 x 16 = 8,0 điểm.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Câu** | **Đáp án** | **Câu** | **Đáp án** | **Câu** | **Đáp án** |
| **1** | **D** | **5** | **A** | **9** | **B** | **13** | **A** |
| **2** | **B** | **6** | **B** | **10** | **A** | **14** | **C** |
| **3** | **A** | **7** | **C** | **11** | **C** | **15** | **D** |
| **4** | **B** | **8** | **D** | **12** | **D** | **16** | **B** |

**II. Đáp án - Thang điểm phần tự luận**

**1. Một số chú ý khi chấm bài**

|  |
| --- |
| - Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp án mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số. |

**2. Đáp án - thang điểm**

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1 .**a) Tìm số nguyên dương  nhỏ nhất sao cho các số  và  đều là các số chính phương.b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình .c) Cho  là các số nguyên. Chứng minh nếu  chia hết cho  thì  cũng chia hết cho . | 3,0 điểm |
| a) Tìm số nguyên dương  nhỏ nhất sao cho các số  và  đều là các số chính phương. | 1,0 điểm |
| Nếu  thì  không là số chính phươngNếu  thì . Khi đó  chia  dư  nên không là số chính phương. Vậy  | 0,25 |
| Ta có  là số chính phương lẻ nên chia cho 8 dư 1, khi đó  lẻDo đó  là số chính phương lẻ nên chia cho 8 dư 1, suy ra . | 0,25 |
| Do  và  nên .Với  ta có Vậy  | 0,5 |
| b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình . | 1,0 điểm |
| Ta có Đặt , Khi đó  | 0,25 |
| Do  nguyên nên  nguyên. Do đó  nguyênKhi đó  | 0,25 |
| \* Với  ta có  (loại) | 0,25 |
| \* Với ta có .Vậy cặp số nguyên thoả mãn là  | 0,25 |
| c) Cho  là các số nguyên. Chứng minh nếu  chia hết cho  thì  cũng chia hết cho . | 1,0 điểm |
| Ta có  | 0,5 |
| Nhận xét: Tích 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6, do có 1 số chẵn và một số chia hết cho 3Khi đó  đều chia hết cho 6 | 0,25 |
| Vậy  | 0,25 |
| **Câu 2 .** a)Tìm đa thức bậc bốn  biết  và  với mọi b) Giải phương trình sau c) Giải hệ phương trình . | 4,0 điểm |
| a)Tìm đa thức bậc bốn  biết  và  với mọi  | 1,0 điểm |
| Đặt Do  | 0,25 |
| Ta có Mặt khác  nên ta có | 0,25 |
| .  | 0,25 |
| Vậy  | 0,25 |
| b) Giải phương trình sau  | 1,5 điểm |
| ĐK: Phương trình  | 0,5 |
|  (\*) | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Do  nên  | 0,25 |
| Khi đó, phương trình (\*) (thoả mãn)Vậy phương trình có nghiệm  và  | 0,25 |
| b) Giải hệ phương trình  | 1,5 điểm |
| Từ phương trình thứ hai , ta có Thế vào phương trình thứ nhất ta được | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| \* Với  thay vào phương trình thứ hai ta có  (vô nghiệm) | 0,25 |
| \* Với  thay vào phương trình thứ hai ta có   | 0,25 |
| \* Với  thay vào phương trình thứ hai ta có  (vô nghiệm)Vậy hệ có nghiệm  | 0,25 |
| **Câu 3 .** Cho đường tròn tâm , đường kính . Trên tia đối của tia  lấy điểm .Từ  kẻ tiếp tuyến  với đường tròn ( là tiếp điểm). Kẻ đường thẳng qua  vuông góc với đường thẳng  tại  và cắt đường thẳng  tại .a) Chứng minh .b) Gọi  là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác  với đường thẳng . Tia  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai . Chứng minh ba đường thẳng  đồng quy.c) Chứng minh  | 4,0 điểm |
| a) Chứng minh . | 1,0 điểm |
| Ta có:  cân tại  nên Do  và cùng vuông góc với  nên   | 0,5 |
| Ta có  | 0,25 |
| Khi đó  là đường cao và phân giác trong của tam giác  cận tại Vậy  (đpcm) | 0,25 |
| b) Gọi  là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác  với đường thẳng . Tia  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai . Chứng minh ba đường thẳng  đồng quy. | 1,5 điểm |
| Ta có  cân tại  nên  | 0,25 |
| Mặt khác,  nên tứ giác  là hình bình hành. Vậy  và  cắt nhau tại  là trung điểm của  và  | 0,5 |
| Ta có, tứ giác  nội tiếp nên  nên  là tiếp tuyến của  | 0,25 |
| Khi đó  là tiếp tuyến của  nên  đi qua trung điểm  của  và Vậy ba đường thẳng  đồng quy | 0,5 |
| c) Chứng minh  | 1.5 điểm |
| Ta có  là đường trung bình của  | 0,25 |
| Khi đó  | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra khi  hay  là trung điểm của Khi đó  là hình vuông nên  (vô lý) | 0,5 |
| Vậy dấu “=” không xảy ra. Do đó  | 0,25 |
| **Câu 4.** Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  | 1,0 đ |
| Ta có  , dấu “=” xảy ra khi . | 0,25 |
| Khi đó  . | 0,25 |
| Vậy  | 0,25 |
| Hay , dấu “=” xảy ra khi . Vậy  khi  | 0,25 |