

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

Câu 1. (4,0 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x^2 - 7x + 2$ b) $a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1)$

Câu 2. (5,0 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$

- a) Tìm ĐKXĐ rồi rút gọn biểu thức A
- b) Tìm giá trị của x để $A > 0$
- c) Tính giá trị của A trong trường hợp $|x - 7| = 4$

Câu 3. (5,0 điểm)

- a) Tìm x, y, z thỏa mãn phương trình sau:

$$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$$

- b) Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của C xuống đường thẳng AB và AD

- a) Tứ giác $BEDF$ là hình gì ? Vì sao ?
- b) Chứng minh rằng : $CH.CD = CB.CK$
- c) Chứng minh rằng: $AB.AH + AD.AK = AC^2$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) 3x^2 - 7x + 2 = 3x^2 - 6x - x + 2$$

$$= 3x(x - 2) - (x - 2) = (3x - 1)(x - 2)$$

$$b) a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1) = ax^2 + a - a^2x - x$$

$$= ax(x - a) - (x - a) = (x - a)(ax - 1)$$

Câu 2.

$$\text{ĐKXĐ: } x \neq \{0; \pm 2; 3\}$$

$$\begin{aligned} a) A &= \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3} = \frac{(2+x)^2 + 4x^2 - (2-x)^2}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x^2(2-x)}{x(x-3)} \\ &= \frac{4x^2 + 8x}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} = \frac{4x(x+2)x(2-x)}{(2-x)(2+x)(x-3)} = \frac{4x^2}{x-3} \end{aligned}$$

$$b) A > 0 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3 \text{ (tmdk)}$$

Vậy $x > 3$ thì $A > 0$

$$c) |x-7|=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-7=4 \\ x-7=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=11 \text{ (tm)} \\ x=3 \text{ (ktm)} \end{cases} \Leftrightarrow A = \frac{121}{2} \text{ khi } x=11$$

Câu 3.

$$a) 9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (9x^2 - 18x + 9) + (y^2 - 6y + 9) + 2(z^2 + 2z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9(x-1)^2 + (y-3)^2 + 2(z+1)^2 = 0 (*)$$

$$\text{Do } (x-1)^2 \geq 0; (y-3)^2 \geq 0; (z+1)^2 \geq 0$$

$$\text{Nên: } x=1; y=3; z=-1$$

b) Tür $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0$

$$\Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$$

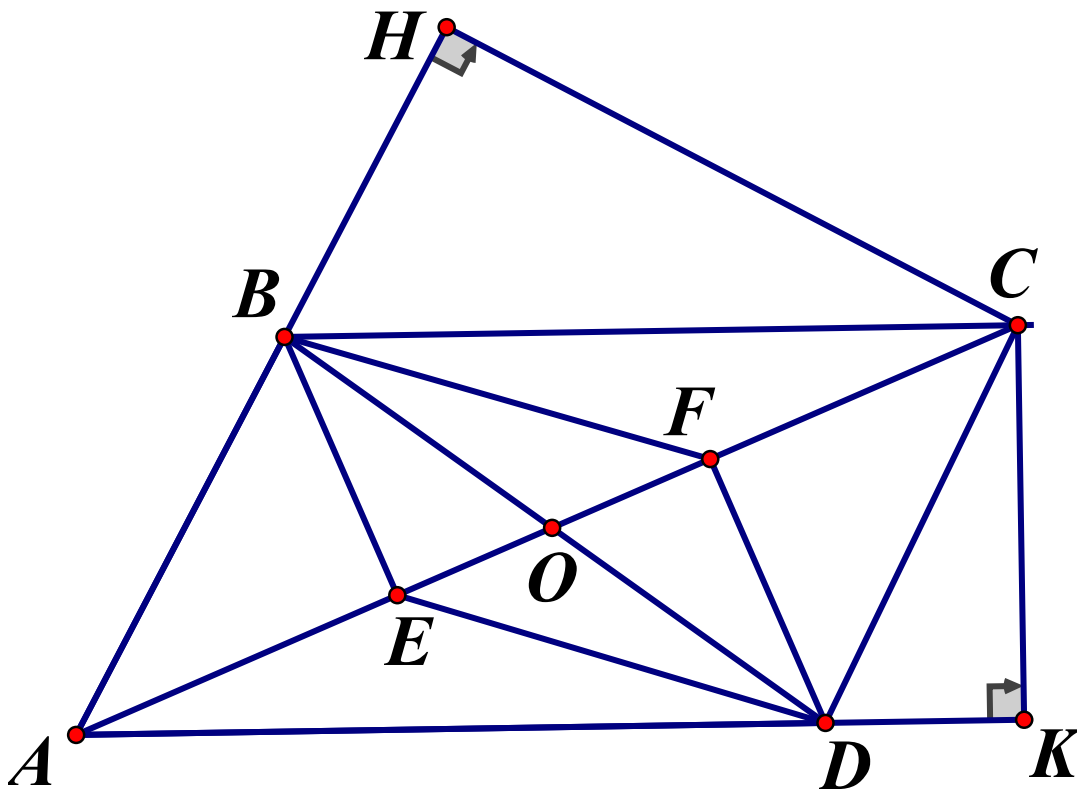
Ta có: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)^2 = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2\left(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \frac{cxy + bxz + ayz}{abc} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 (dfcm)$$

Câu 4.



a) Ta có $BE \perp AC(gt); DF \perp AC(gt) \Rightarrow BE \parallel DF$

Chứng minh $\triangle BEO = \triangle DFO(g.c.g) \Rightarrow BE = DF$

Suy ra tứ giác $BEDF$ là hình bình hành

b) Ta có : $\angle ABC = \angle ADC \Rightarrow \angle HBC = \angle KDC$

Chứng minh $\triangle CBH \sim \triangle CDK(g.g) \Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD} \Rightarrow CH.CD = CK.CB$

c) Chứng minh $\triangle AFD \sim \triangle AKC(g.g) \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AD.AK = AF.AC$

Chứng minh $\triangle CFD \sim \triangle AHC(g.g) \Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{AH}{AC}$

Mà $CD = AB \Rightarrow \frac{CF}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AB.AH = CF.AC$

Suy ra $AB.AH + AB.AH = CF.AC + AF.AC = (CF + AF).AC = AC^2$

