

TOÁN 10	VÉCTƠ
0H1-1	

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ.....	1
Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ.....	4
Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.....	6
Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.....	8
Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương.....	11
Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ.....	15
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	19
Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ.....	19
Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ.....	23
Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.....	27
Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện.....	30
Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương.....	33
Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ.....	41

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ

- Câu 1.** Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì:
A. tam giác ABC là tam giác cân **B.** tam giác ABC là tam giác đều
C. A là trung điểm đoạn BC **D.** điểm B trùng với điểm C
- Câu 2.** Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$ **C.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$ **D.** $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$
- Câu 3.** Cho tam giác ABC , có thể xác định được bao nhiêu vectơ khác vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C ?
A. 4 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 12
- Câu 4.** Cho hai vectơ không cùng phương a và b . Mệnh đề nào sau đây đúng
A. Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ a và b
B. Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ a và b
C. Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ a và b , đó là vectơ 0
D. Cả A, B, C đều sai
- Câu 5.** Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OB}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là
A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

- Câu 6.** Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- A. $ABCD$ là hình bình hành
 B. $ACBD$ là hình bình hành
 C. AD và BC có cùng trung điểm
 D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $AB \parallel CD$
- Câu 7.** Cho hình vuông $ABCD$, câu nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$
- Câu 8.** Cho vector $\overrightarrow{AB}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- A. 1 B. 2 C. 0 D. Vô số
- Câu 9.** Cho hình bình hành $ABCD$ với O là giao điểm của hai đường chéo. Câu nào sau đây là sai?
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$
- Câu 10.** Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Mệnh đề nào sau đây là sai?
- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$ C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$
- Câu 11.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ cùng hướng
 C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng D. $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương
- Câu 12.** Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?
- A. 4 B. 8 C. 10 D. 12
- Câu 13.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các điểm đã cho:
- A. 4 B. 20 C. 10 D. 12
- Câu 14.** Hai vector được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi:
- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau
 B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành
 C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều
 D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau
- Câu 15.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với $\overrightarrow{AB}$?
- A. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$ B. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$ C. $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$ D. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$
- Câu 16.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Xác định các vector cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.
- A. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$ B. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{AP}$
 C. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$ D. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{CP}$
- Câu 17.** Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:
- A. Điểm B thuộc đoạn AC B. Điểm A thuộc đoạn BC
 C. Điểm C thuộc đoạn AB D. Điểm A nằm ngoài đoạn BC
- Câu 18.** Cho tam giác đều cạnh $2a$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AB} = 2a$ C. $|\overrightarrow{AB}| = 2a$ D. $\overrightarrow{AB} = AB$

- Câu 19.** Cho tam giác không cân ABC . Gọi H, O lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. M là trung điểm của BC . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Tam giác ABC nhọn thì $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng.
 B. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ luôn cùng hướng.
 C. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
 D. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ có cùng giá
- Câu 20.** Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $\angle A = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?
- A. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $|\overrightarrow{OA}| = a$ C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$ D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
- Câu 21.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, BC và AC . Biết $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Chọn câu đúng.
- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
- Câu 22.** Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$
 C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$
- Câu 23.** Cho $\triangle ABC$ với điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với M qua A', B', C' . Câu nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$ B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$ và $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$ D. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$
- Câu 24.** Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O . Câu nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$
- Câu 25.** Cho đường tròn tâm O . Từ điểm A nằm ngoài (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) . Xét mệnh đề:
- (I) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ (II) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ (III) $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$
 Mệnh đề đúng là:
- A. Chỉ (I) B. (I) và (III) C. (I), (II), (III) D. Chỉ (III)
- Câu 26.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?
- A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PR}$ B. Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$ C. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{BO}$ D. Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$
- Câu 27.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua $\overrightarrow{MN}$.
- D. Hãy tính độ dài của vector $\overrightarrow{MN}$.
- A. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ C. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$
- Câu 28.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi O là giao điểm của các đường chéo của tứ giác $MNPQ$, trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD tương ứng là I, J . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$

B. $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$

D. $\overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ

Câu 29. Cho hình bình hành tâm O . Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$

B. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$

Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm đẳng thức sai:

A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NC}$

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DB}$

Câu 31. Cho $\triangle ABC, D, E, F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

Câu 32. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F bất kì trên mặt phẳng. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CF}$

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

Câu 33. Cho $\triangle ABC$, các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Với O là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$

C. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$

D. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

Câu 34. Cho 4 điểm A, B, C, D . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$

Câu 35. Cho hai tam giác $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có trọng tâm lần lượt là G và G' . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = 3\overrightarrow{GG'}$

B. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = 3\overrightarrow{GG'}$

C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = 3\overrightarrow{GG'}$

D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$

Câu 36. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = 2(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

Câu 37. Cho $\triangle ABC$ và một điểm M tùy ý. Chọn hệ thức đúng?

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$

B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Câu 38. Cho hình chữ nhật $ABCD, I, K$ lần lượt là trung điểm của BC và CD . Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$

D. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

- Câu 39.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn đẳng thức sai.
- A. $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GB_1} + \overrightarrow{GC_1} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ C. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GC_1}$
- Câu 40.** Cho 4 điểm M, N, P, Q bất kì. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.
- A. $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MN}$ B. $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$ D. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$
- Câu 41.** Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF}$
- Câu 42.** Cho $\triangle ABC$ với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp trọng tâm. Hệ thức nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ B. $\overrightarrow{HO} = 3\overrightarrow{OG}$ C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ D. $2\overrightarrow{GO} = -3\overrightarrow{OH}$
- Câu 43.** Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đẳng thức nào sau đây là sai?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$ B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$ C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{IJ}$ D. $2\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$
- Câu 44.** Cho $\triangle ABC$, M là một điểm trên cạnh BC . Khi đó đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{MC}{BC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{MB}{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BM} = \frac{MA}{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{MB}{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$
C. $3\overrightarrow{CM} = \frac{MB}{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{MA}{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ D. $2\overrightarrow{AM} = \frac{MC}{BC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{MB}{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$
- Câu 45.** Cho $\triangle ABC$, AM, BN, CP là các trung tuyến. D, E, F là trung điểm của AM, BN và CP . Với O là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$ B. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$ D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$
- Câu 46.** Cho tam giác ABC đều tâm O , M là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh lần lượt là D, E, F . Hệ thức nào sau đây là đúng?
- A. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$ B. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$
C. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$ D. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$
- Câu 47.** Cho tứ giác $ABCD$. I, J lần lượt là trung điểm của AB và DC . G là trung điểm của IJ . Xét các mệnh đề:
- (I) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$ (II) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IG}$ (III) $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$
- Mệnh đề sai là:
- A. (I) và (II) B. (II) và (III) C. Chỉ (I) D. Tất cả đều sai
- Câu 48.** Cho tứ giác $ABCD$, các điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn AD và BC sao cho $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC} = \frac{m}{n}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

$$\begin{aligned} \vec{MN} &= \frac{n\vec{AB} + m\vec{DC}}{m+n} & \vec{AM} &= \frac{n\vec{AC} + m\vec{AB}}{m+n} & \vec{BN} &= \frac{n\vec{BC} + m\vec{CD}}{m+n} \\ \vec{DM} &= \frac{n\vec{CD} + m\vec{AD}}{m+n} \end{aligned}$$

Câu 49. Cho $\triangle ABC$ và một điểm M bất kì trong tam giác. Đặt $S_{MBC} = S_a$, $S_{MCA} = S_b$, $S_{MAB} = S_c$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $S_a \cdot \vec{MA} + S_b \cdot \vec{MB} + S_c \cdot \vec{MC} = 0$ B. $S_a \cdot \vec{AB} + S_b \cdot \vec{BC} + S_c \cdot \vec{CA} = 0$
 C. $S_a \cdot \vec{MC} + S_b \cdot \vec{MB} + S_c \cdot \vec{MA} = 0$ D. $S_a \cdot \vec{AC} + S_b \cdot \vec{AB} + S_c \cdot \vec{BC} = 0$

Câu 50. Cho $\triangle ABC$ với $BC = a, AC = b, AB = c$. I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $a \cdot \vec{IM} + b \cdot \vec{IN} + c \cdot \vec{IP} = 0$ B. $a \cdot \vec{MA} + b \cdot \vec{NB} + c \cdot \vec{PC} = 0$
 C. $a \cdot \vec{AM} + b \cdot \vec{BN} + c \cdot \vec{CP} = 0$ D. $a \cdot \vec{AB} + b \cdot \vec{BC} + c \cdot \vec{CA} = 0$

Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 51. Cho hai điểm A và B . Tìm điểm I sao cho $\vec{IA} + 2\vec{IB} = 0$.

- A. Điểm I ngoài đoạn AB sao cho $\vec{IB} = \frac{1}{3}\vec{AB}$
 B. Điểm I thuộc đoạn AB sao cho $\vec{IB} = \frac{1}{3}\vec{AB}$
 C. Điểm I là trung điểm đoạn AB
 D. Điểm I nằm khác phía với B đối với A và $\vec{IB} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

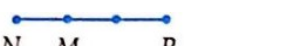
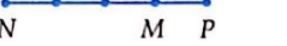
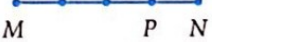
Câu 52. Cho đoạn thẳng AB . Hình nào sau đây biểu diễn điểm I sao cho $\vec{AI} = -\frac{3}{5}\vec{BA}$.

- A.  B. 
 C.  D. 

Câu 53. Cho hai điểm A, B phân biệt. Xác định điểm M sao cho $\vec{MA} + \vec{MB} = 0$

- A. M ở vị trí bất kì
 B. M là trung điểm của AB
 C. Không tìm được M
 D. M nằm trên đường trung trực của AB

Câu 54. Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\vec{MN} = -3\vec{MP}$. Hình vẽ nào sau đây xác định đúng vị trí điểm M .

- A.  B. 
 C.  D. 

Câu 55. Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn AB sao cho $\vec{AM} = \frac{1}{5}\vec{AB}$. Tìm k để $\vec{MA} = k\vec{MB}$.

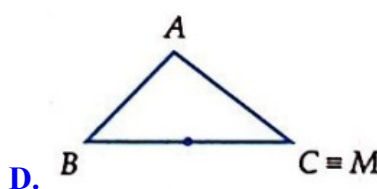
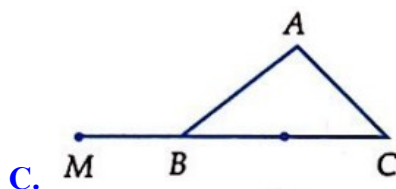
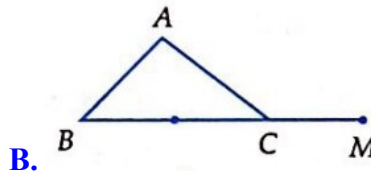
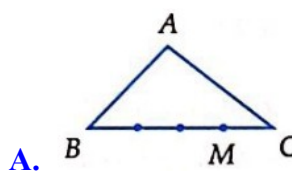
A. $k = \frac{1}{4}$

B. $k = 4$

C. $k = -\frac{1}{4}$

D. $k = -4$

Câu 56. Cho $\triangle ABC$. Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Điểm M được vẽ đúng trong hình nào sau đây?



Câu 57. Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. Điểm M là trung điểm cạnh AC .

B. Điểm M là trung điểm cạnh GC .

C. Điểm M chia đoạn AB theo tỉ số 4.

D. Điểm M chia đoạn GC thỏa mãn $\overrightarrow{GC} = 4\overrightarrow{GM}$.

Câu 58. Cho $\triangle ABC$, I là trung điểm của AC . Vị trí điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CB}$ xác định bởi hệ thức:

A. $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$

B. $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{BI}$

C. $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

D. $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BI}$

Câu 59. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm N thỏa mãn:

$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$

A. Điểm N là trung điểm cạnh AB

B. Điểm C là trung điểm cạnh BN

C. Điểm C là trung điểm cạnh AM

D. Điểm B là trung điểm cạnh NC

Câu 60. Cho 2 điểm A, B là hai số thực a, b sao cho $a + b \neq 0$. Xét các mệnh đề:

(I) Tồn tại duy nhất một điểm M thỏa mãn $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

(II) $\overrightarrow{MA} = -\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$

(III) M là điểm nằm trên đường thẳng AB .

Trong các mệnh đề trên thì:

A. (I) và (III) tương đương nhau

B. (II) và (III) tương đương nhau

C. (I) và (II) tương đương nhau

D. (I), (II), (III) tương đương nhau

Câu 61. Cho $\triangle ABC$ với $BC = a, AC = b, AB = c$. Nếu điểm I thỏa mãn hệ thức $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ thì:

A. Điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

B. Điểm I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

C. Điểm I là trực tâm của $\triangle ABC$.

D. Điểm I là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Câu 62. Cho $\triangle ABC$. Xác định điểm I sao cho: $2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC}$.

A. Điểm I là trung điểm của cạnh AC

B. Điểm C là trung điểm của cạnh IA

C. Điểm C chia đoạn IA theo tỉ số -2

D. Điểm I chia đoạn AC theo tỉ số 2

Câu 63. Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm AB và N trên cạnh AC sao cho $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{NA}$. Xác định điểm K sao cho $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$.

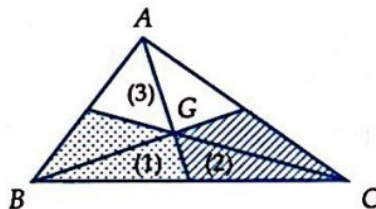
A. Điểm K là trung điểm cạnh AM

B. Điểm K là trung điểm cạnh BN

C. Điểm K là trung điểm cạnh BC

D. Điểm K là trung điểm cạnh MN

- Câu 64.** Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$.
- A. Điểm M là trung điểm cạnh AC B. Điểm M là trung điểm cạnh BD
 C. Điểm C là trung điểm cạnh AM D. Điểm B là trung điểm cạnh MC
- Câu 65.** Cho $\triangle ABC$. Tìm điểm N sao cho: $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{0}$.
- A. N là trọng tâm $\triangle ABC$ B. N là trung điểm của BC
 C. N là trung điểm của AK với K là trung điểm của BC
 D. N là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm 2 cạnh
- Câu 66.** Cho $\triangle ABC$. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CB}$.
- A. M là trung điểm cạnh AB B. M là trung điểm cạnh BC
 C. M chia đoạn AB theo tỉ số 2 D. M là trọng tâm $\triangle ABC$
- Câu 67.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G , điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$. Khi đó điểm M thỏa mãn hệ thức nào sau đây?
- A. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$ C. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$
- Câu 68.** Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$. Nối điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$ thì M ở vị trí nào trong hình vẽ:



- A. Miền (1) B. Miền (2) C. Miền (3) D. Ở ngoài $\triangle ABC$
- Câu 69.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AM}$. Khi đó điểm M trùng với điểm:
- A. O B. I là trung điểm đoạn OA
 C. I là trung điểm đoạn OC D. C
- Câu 70.** Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA} = \alpha\overrightarrow{MB} + \beta\overrightarrow{MC}$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Nếu M là trọng tâm $\triangle ABC$ thì α, β thỏa mãn điều kiện nào sau đây?
- A. $\alpha^2 - \beta^2 = 0$ B. $\alpha\beta = 1$ C. $\alpha - \beta = 0$ D. Cả A, B, C đều đúng
- Câu 71.** Cho $\triangle ABC$. Nếu điểm D thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CD}$ với M tùy ý, thì D là đỉnh của hình bình hành:
- A. $ABCD$ B. $ACBD$
 C. $ABED$ với E là trung điểm của BC D. $ACED$ với B là trung điểm của EC
- Câu 72.** Cho đoạn AB và điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$. Tìm số $k \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AB}$.
- A. $k = \frac{3}{4}$ B. $k = \frac{3}{5}$ C. $k = \frac{2}{5}$ D. $k = \frac{3}{2}$

Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện cho trước

- Câu 73.** Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$ là:
- A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . B. Đường tròn tâm G bán kính là 1.
 C. Đường tròn tâm G bán kính là 2. D. Đường tròn tâm G bán kính là 3.

- Câu 74.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . I là trung điểm của BC . Tập hợp điểm M sao cho:
 $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ là:
A. đường trung trực của đoạn GI **B.** đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$
C. đường thẳng GI **D.** đường trung trực của đoạn AI
- Câu 75.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức
 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$ là
A. một đoạn thẳng **B.** một đường tròn **C.** một điểm **D.** tập hợp rỗng
- Câu 76.** Trên đường tròn $C(O; R)$ lấy điểm cố định A ; B là điểm di động trên đường tròn đó. Gọi M là điểm di động sao cho $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. Khi đó tập hợp điểm M là:
A. đường tròn tâm O bán kính $2R$. **B.** đường tròn tâm A bán kính R
C. đường thẳng song song với OA **D.** đường tròn tâm C bán kính $R\sqrt{3}$
- Câu 77.** Cho $\triangle ABC$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = \overrightarrow{MC}$ là:
A. một đường tròn tâm C **B.** đường tròn tâm I (I là trung điểm của AB)
C. một đường thẳng song song với AB **D.** là đường thẳng trung trực của BC
- Câu 78.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Tập hợp các điểm M thỏa mãn
 $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k, k > 0$ là:
 $\frac{k}{4}$
A. đường tròn tâm O bán kính là $\frac{k}{4}$ **B.** đường tròn đi qua A, B, C, D
C. đường trung trực của AB **D.** tập rỗng
- Câu 79.** Cho $\triangle ABC$ trọng tâm G . Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, AB, CA .
 Quỹ tích các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}|$ là:
 $\frac{1}{2}JK$ $\frac{1}{3}IJ$
A. đường tròn tâm I bán kính $\frac{1}{2}JK$ **B.** đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}IJ$
 $\frac{1}{3}CA$
C. đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}CA$ **D.** trung trực AC
- Câu 80.** Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B cố định. Với mỗi điểm M ta xác định điểm M' sao cho
 $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$, lúc đó:
A. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên đường thẳng AB
B. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên đường thẳng đối xứng với AB qua O
C. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định
D. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định bán kính R
- Câu 81.** Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{BC}$ với $k \in \mathbb{R}$
A. là một đoạn thẳng **B.** là một đường thẳng **C.** là một đường tròn **D.** là một điểm
- Câu 82.** Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ là:
A. đường thẳng qua A **B.** đường thẳng qua B và C
C. đường tròn **D.** một điểm duy nhất
- Câu 83.** Tập hợp điểm M mà $k\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$, $k \neq 1$ là:
A. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ C **B.** đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ B

C. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ A D. đường trung trực của AB

Câu 84. Cho $\triangle ABC$. Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn: $\left| \overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{3MB} + \overrightarrow{4MC} \right| = \left| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \right|$

A. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{3}$

B. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{4}$

C. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{9}$

D. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{2}$

Câu 85. Cho $\triangle ABC$. Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn điều kiện: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}), k \in \mathbb{R}$

A. Tập hợp điểm M là đường trung trực của EF , với E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC

B. Tập hợp điểm M là đường thẳng qua A và song song với BC

C. Tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{9}$

D. Với H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ thì tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua E và song song với HB với E là trung điểm của AB

Câu 86. Cho tứ giác $ABCD$ với K là số tùy ý. Lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp trung điểm I của đoạn MN khi k thay đổi.

A. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AC, BD

B. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AD, BC

C. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AB, DC

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 87. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right| + \left| \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} \right|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

A. Tập hợp điểm M là một đường thẳng

B. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng

C. Tập hợp điểm M là một đường tròn

D. Là một điểm

Câu 88. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{2MA} + k\overrightarrow{MB} + (1-k)\overrightarrow{MC} = \vec{0}, k \in \mathbb{R}$ là:

A. đường thẳng

B. đường tròn

C. đoạn thẳng

D. một điểm

Câu 89. Cho $\triangle ABC$ và điểm M thỏa mãn đẳng thức: $\left| \overrightarrow{3MA} - \overrightarrow{2MB} + \overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \right|$. Tập hợp điểm M là

A. một đoạn thẳng

B. nửa đường tròn

C. một đường tròn

D. một đường thẳng

Câu 90. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $\left| \overrightarrow{3MA} + \overrightarrow{2MB} - \overrightarrow{2MC} \right| = \left| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right|$

A. là một đường tròn có bán kính là $\frac{AB}{2}$

B. là một đường tròn có bán kính là $\frac{BC}{3}$

C. là một đường thẳng qua A và song song với BC

D. là một điểm

Câu 91. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn hệ thức:

$$2\overrightarrow{MA} - (1+k)\overrightarrow{MB} - 3k\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}, k \text{ là giá trị thay đổi trên } \mathbb{R}.$$

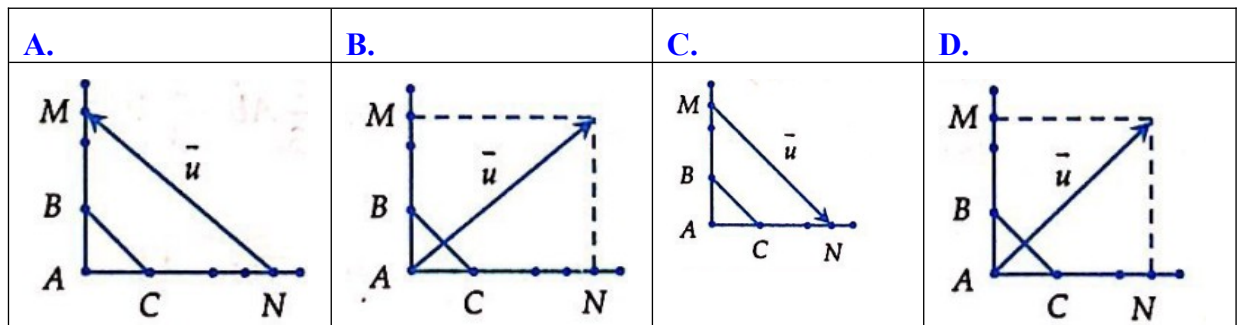
- A. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng. B. Tập hợp điểm M là một đường tròn.
C. Tập hợp điểm M là một đường thẳng. D. Tập hợp điểm M là một nửa đường tròn.

Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương

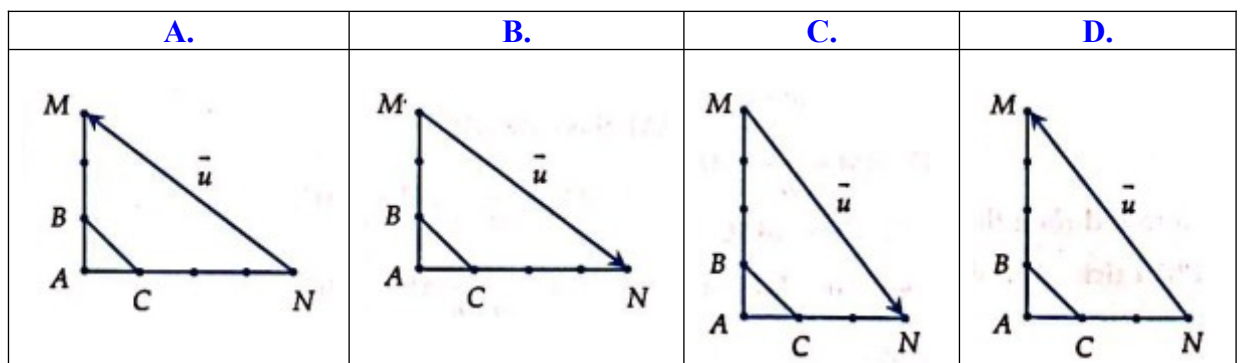
Câu 92. Cho AK và BM là hai trung tuyến của $\triangle ABC$. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AK}$ và $\overrightarrow{BM}$.

- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$ B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$ C. $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$ D. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{BM})$

Câu 93. Cho $\triangle ABC$ vuông cân, $AB = AC$. Khi đó vectơ $\vec{u} = \frac{11}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?



Câu 94. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , vectơ $\vec{u} = 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?



Câu 95. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Phân tích $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CP}$.

- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$ B. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$
C. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$ D. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$

- Câu 96.** Cho $\triangle ABC$. Điểm M nằm trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC} (k \neq 1)$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$
- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}}{1-k}$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1+k}$ C. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1-k}$ D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}}{1-k}$
- Câu 97.** Cho $\triangle OAB$ với M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB . Tìm số m, n thích hợp để $\overrightarrow{NA} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$.
- A. $m = -1, n = \frac{1}{2}$ B. $m = 1, n = -\frac{1}{2}$ C. $m = 1, n = \frac{1}{2}$ D. $m = -1, n = -\frac{1}{2}$
- Câu 98.** Cho hình bình hành $ABCD$ có E, N lần lượt là trung điểm của BC, AE . Tìm các số p và q sao cho $\overrightarrow{DN} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$.
- A. $p = \frac{5}{4}; q = \frac{3}{4}$ B. $p = -\frac{4}{3}; q = \frac{2}{3}$ C. $p = -\frac{4}{3}; q = -\frac{2}{3}$ D. $p = \frac{5}{4}; q = -\frac{3}{4}$
- Câu 99.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm BC, CD . Biết $\overrightarrow{AK} = a, \overrightarrow{AL} = b$. Biểu diễn $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ theo a, b
- A. $\overrightarrow{BA} = \frac{4}{3}a + \frac{2}{3}b, \overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}a + \frac{4}{3}b$ B. $\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b, \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}a + \frac{4}{3}b$
- C. $\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b, \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}a + \frac{4}{3}b$ D. $\overrightarrow{BA} = -\frac{4}{3}a + \frac{2}{3}b, \overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}a + \frac{4}{3}b$
- Câu 100.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi I là điểm trên BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB = 2JC$. Tính $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AJ}$
- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{15}{16}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$ B. $\overrightarrow{AG} = \frac{35}{48}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$
- C. $\overrightarrow{AG} = \frac{15}{16}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$ D. $\overrightarrow{AG} = \frac{35}{48}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$
- Câu 101.** Cho $\triangle ABC$. Điểm M nằm trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{nBM} = m\overrightarrow{BC} (n, m \neq 0)$. Phân tích vector $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$
- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{m+n}\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$
- C. $\overrightarrow{AM} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{n}{m+n}\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AM} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$
- Câu 102.** Một đường thẳng cắt các cạnh DA, DC và đường chéo DB của hình bình hành $ABCD$ lần lượt tại các điểm E, F và M . Biết rằng $\overrightarrow{DE} = m\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DF} = n\overrightarrow{DC} (m, n > 0)$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{DM}$ qua $\overrightarrow{DB}$ và m, n .
- A. $\overrightarrow{DM} = \frac{m \cdot n}{m+n}\overrightarrow{DB}$ B. $\overrightarrow{DM} = \frac{m}{m+n}\overrightarrow{DB}$ C. $\overrightarrow{DM} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{DB}$ D. $\overrightarrow{DM} = \frac{m \cdot n}{m-n}\overrightarrow{DB}$
- Câu 103.** Cho $\triangle ABC$. Trên BC lấy điểm D sao cho $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Khi đó phân tích $\overrightarrow{AD}$ theo các vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Câu 104. Cho tam giác ABC , hai điểm M, N thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Tìm hai số p, q sao cho $\overrightarrow{MN} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$.

A. $p = q = -\frac{3}{4}$

B. $p = 2, q = 0$

C. $p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2}$

D. $p = -\frac{3}{4}, q = \frac{5}{4}$

Câu 105. Cho $\triangle ABC$. Lấy các điểm M, N, P sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}, \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, N, P thẳng hàng.

A. $\overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{MN}$

B. $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{MN}$

C. $\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MN}$

D. $\overrightarrow{MP} = -3\overrightarrow{MN}$

Câu 106. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm nằm trên cạnh AB và CD sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle BMN$. Gọi I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = m\overrightarrow{BC}$. Xác định m để AI đi qua G .

A. $m = \frac{6}{11}$

B. $m = \frac{11}{6}$

C. $m = \frac{6}{5}$

D. $m = \frac{18}{11}$

Câu 107. Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AD . Xét các điểm M, N, P cho bởi $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AD}$. Tìm m để M, N, P thẳng hàng.

A. $m = \frac{1}{6}$

B. $m = \frac{1}{3}$

C. $m = \frac{1}{4}$

D. $m = \frac{2}{3}$

Câu 108. Cho $\triangle ABC$. M và N là hai điểm xác định thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, N, B thẳng hàng?

A. $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$

B. $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BM}$

C. $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$

D. $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$

Câu 109. Cho $\triangle ABC$ với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để H, O, G thẳng hàng?

A. $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$

B. $\overrightarrow{HO} = 3\overrightarrow{OG}$

C. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

D. $2\overrightarrow{GO} = -3\overrightarrow{OH}$

Câu 110. Cho ngũ giác $ABCDE$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC, CD, DE . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các đoạn MP và NQ . Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $IJ \parallel AE$?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AE}$

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

Câu 111. Cho $\triangle ABC$. Các điểm I, J thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $IC \parallel BJ$?

A. $\overrightarrow{CI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$

B. $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{BJ}$

C. $\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

D. $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

Câu 112. Cho $\triangle ABC$. Trên các cạnh AB, BC lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{5} = \frac{2}{5}MB, \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3}$. Gọi I là giao điểm của AN và CM . Tính tỉ số $\frac{AI}{AN}$ và $\frac{CI}{IM}$.

- A. $\frac{AI}{AN} = \frac{3}{7}; \frac{CI}{IM} = \frac{21}{2}$ B. $\frac{AI}{AN} = \frac{4}{11}; \frac{CI}{IM} = \frac{7}{2}$
 C. $\frac{AI}{AN} = \frac{8}{23}; \frac{CI}{IM} = \frac{7}{4}$ D. $\frac{AI}{AN} = \frac{8}{23}; \frac{CI}{IM} = \frac{21}{2}$

Câu 113. Cho $\triangle ABC$ và trung tuyến AM . Một đường thẳng song song với AB cắt các đoạn thẳng AM, AC và BC lần lượt tại D, E , và F . Một điểm G nằm trên cạnh AB sao cho FG song song với AC . Tính $\frac{ED}{GB}$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 1

Câu 114. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Qua trung điểm M của AB dựng đường thẳng MO cắt CD tại N . Biết $OA=1, OB=2, OC=3, OD=4$. Tính $\frac{CN}{ND}$.

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 115. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm nằm trên các cạnh AB và CD sao cho $\frac{AM}{3} = \frac{1}{3}AB, \frac{CN}{2} = \frac{1}{2}CD$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle BMN$. Hãy phân tích $\vec{AG}$ theo hai vector $\vec{AB} = a, \vec{AC} = b$.

- A. $\vec{AG} = \frac{1}{18}a + \frac{5}{3}b$ B. $\vec{AG} = \frac{1}{18}a + \frac{1}{5}b$ C. $\vec{AG} = \frac{5}{18}a + \frac{1}{3}b$ D. $\vec{AG} = \frac{5}{18}a - \frac{1}{3}b$

Câu 116. Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên tia đối của BC sao cho $5JB = 2JC$. Tính $\vec{AI}, \vec{AJ}$ theo $a = \vec{AB}, b = \vec{AC}$.

- A. $\vec{AI} = \frac{3}{5}a + \frac{2}{5}b, \vec{AJ} = \frac{5}{3}a - \frac{2}{3}b$ B. $\vec{AI} = \frac{3}{5}a - \frac{2}{5}b, \vec{AJ} = \frac{5}{3}a - \frac{2}{3}b$
 C. $\vec{AI} = \frac{2}{5}a + \frac{3}{5}b, \vec{AJ} = \frac{5}{3}a - \frac{2}{3}b$ D. $\vec{AI} = \frac{3}{5}a + \frac{2}{5}b, \vec{AJ} = \frac{5}{3}a + \frac{2}{3}b$

Câu 117. Cho tứ giác $ABCD$. Trên AB và CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\vec{AM} = k\vec{AB}, \vec{DN} = k\vec{DC}, k \neq 1$. Hãy biểu diễn $\vec{MN}$ theo hai vector $\vec{AD}$ và $\vec{BC}$.

- A. $\vec{MN} = k\vec{AD} + (1-k)\vec{BC}$ B. $\vec{MN} = (1+k)\vec{AD} + k\vec{BC}$
 C. $\vec{MN} = (1-k)\vec{AD} + k\vec{BC}$ D. $\vec{MN} = -k\vec{AD} + (k+1)\vec{BC}$

Câu 118. Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm AM và K là điểm trên AC sao cho $\frac{AK}{3} = \frac{1}{3}AC$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để ba điểm B, I, K thẳng hàng.

- A. $\vec{BK} = \frac{2}{3}\vec{BI}$ B. $\vec{BK} = \frac{4}{3}\vec{BI}$ C. $\vec{BK} = 2\vec{BI}$ D. $\vec{BK} = \frac{3}{2}\vec{BI}$

Câu 119. Cho $\triangle ABC$, E là trung điểm BC , I là trung điểm của AB . Gọi D, I, J, K lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{IK} = m\overrightarrow{IJ}$. Tìm m để A, K, D thẳng hàng.

- A. $m = \frac{5}{6}$ B. $m = \frac{1}{3}$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = \frac{2}{5}$

Câu 120. Cho $\triangle ABC$. Hai điểm M, N được xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \mathbf{0}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \mathbf{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $MN \parallel AC$.

- A. $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Câu 121. Cho $\triangle ABC; M$ và N xác định bởi $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \mathbf{0}, \overrightarrow{NB} - 3\overrightarrow{NC} = \mathbf{0}$. Trọng tâm $\triangle ABC$ là G . Gọi P là điểm trên cạnh AC sao cho $\frac{PA}{PC} = 4$. Các đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, G, N, P thẳng hàng.

- A. $7\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \mathbf{0}$ và $3\overrightarrow{PG} + 2\overrightarrow{PN} = \mathbf{0}$ B. $5\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \mathbf{0}$ và $3\overrightarrow{PG} + 2\overrightarrow{PN} = \mathbf{0}$
C. $7\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \mathbf{0}$ và $2\overrightarrow{PQ} - 3\overrightarrow{PN} = \mathbf{0}$ D. $3\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = \mathbf{0}$ và $3\overrightarrow{PG} + 2\overrightarrow{PN} = \mathbf{0}$

Câu 122. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của $\triangle ADC$ và $\triangle BCD$. Đẳng thức nào là điều kiện cần và đủ để $IJ \parallel AB$.

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

Câu 123. Cho $\triangle ABC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh $AB; N \in$ cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Gọi O là giao điểm của CM và BN . Tính tỉ số $\frac{ON}{OB}$ và $\frac{OM}{OC}$ tương ứng.

- A. $\frac{1}{9}$ và $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$ và $\frac{1}{9}$

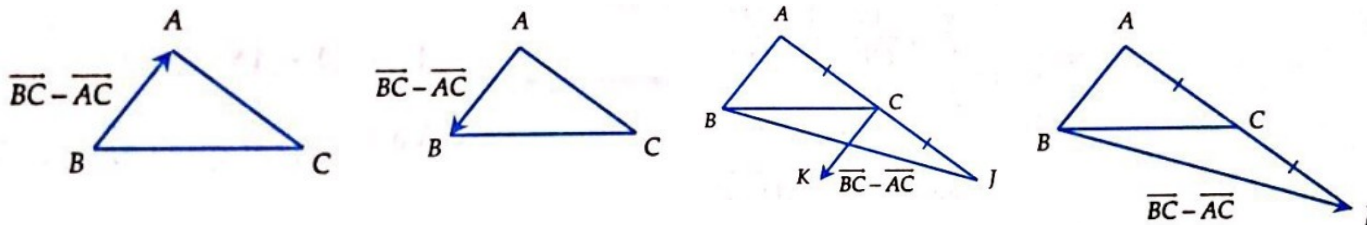
Câu 124. Cho hình bình hành $ABCD$. M thuộc AC sao cho: $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$. Trên cạnh AB, BC lấy các điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{MP} \parallel \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MQ} \parallel \overrightarrow{AB}$. Gọi N là giao điểm của AQ và CP . Tính tỉ số $\frac{AN}{AQ}$ và $\frac{CN}{CP}$ theo k .

- A. $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2 + k - 1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1 - k}{k^2 + k + 1}$ B. $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2 - k + 1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1 - k}{k^2 - k + 1}$
C. $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2 + k + 1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1 - k}{k^2 + k - 1}$ D. $\frac{AN}{AQ} = \frac{k}{k^2 + k + 1}; \frac{CN}{CP} = \frac{1 - k}{k^2 + k + 1}$

Dạng 6. Xác định và tính độ lớn véctơ

Câu 125. Cho $\triangle ABC$. Vectơ $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?

- A. B. C. D.



Câu 126. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Khi đó độ dài $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$ là:
A. 4 **B.** 8 **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** $\sqrt{13}$

Câu 127. Cho hình thang cân $ABCD$, có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng $2a$ và $\angle ABC = 45^\circ$. Tính $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$.
A. $a\sqrt{3}$ **B.** $2a\sqrt{5}$ **C.** $a\sqrt{5}$ **D.** $a\sqrt{2}$

Câu 128. Cho 2 vector a và b tạo với nhau góc 60° . Biết $|a| = 6$; $|b| = 3$. Tính $|a + b| + |a - b|$.
A. $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$ **B.** $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ **C.** $6(\sqrt{5} + 3)$ **D.** $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$

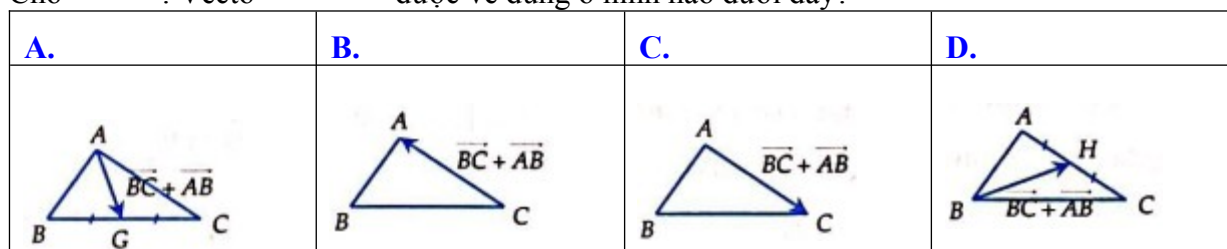
Câu 129. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA = OB = a$. Tính độ dài vector $\vec{v} = \frac{11}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$.
A. $2a$ **B.** $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

Câu 130. Một vật nặng (D) được kéo bởi hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ như hình vẽ. Xác định hướng di chuyển của (D) và tính độ lớn lực tổng hợp của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Biết $F_1 = F_2 = 60\text{N}$ và góc giữa $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ là 60° .
A. $50\sqrt{3}\text{N}$ **B.** $30\sqrt{3}\text{N}$ **C.** 60N **D.** $60\sqrt{3}\text{N}$

Câu 131. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a$, $CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó:
A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$ **B.** $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$ **C.** $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$ **D.** $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 0$

Câu 132. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính độ dài vector: $\vec{u} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$
A. $|\vec{u}| = 4a\sqrt{2}$ **B.** $|\vec{u}| = a\sqrt{2}$ **C.** $|\vec{u}| = 3a\sqrt{2}$ **D.** $|\vec{u}| = 2a\sqrt{2}$

Câu 133. Cho $\triangle ABC$. Vector $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$ được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?



Câu 134. Cho hình thoi $ABCD$ có $\angle BAD = 60^\circ$ và cạnh là a . Tính độ dài $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $a\sqrt{2}$ D. $2a$

Câu 135. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a . O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$.

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 136. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Độ dài vector tổng: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ là

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2a\sqrt{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 137. Với $\forall a, b$ độ dài $|a+b|$:

- A. Bao giờ cũng lớn hơn $|a| + |b|$ B. Không nhỏ hơn $|a| + |b|$
C. Bao giờ cũng nhỏ hơn $|a| + |b|$ D. Không lớn hơn $|a| + |b|$

Câu 138. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}|$ bằng:

- A. 0 B. $3a$ C. a D. $a(\sqrt{3} - 1)$

Câu 139. Cho tam giác $\triangle ABC$ đều cạnh a . Tính độ dài $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}|$.

- A. 0 B. a C. $a\sqrt{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 140. Cho tam giác ABC đều cạnh a , trọng tâm G . Tính độ dài vector $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$.

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{2a}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 141. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA = OB = a$. Tính độ dài vector $\vec{u} = \frac{21}{4}\overrightarrow{OA} + 2,5\overrightarrow{OB}$

- A. $\frac{\sqrt{541}}{4}a$ B. $\frac{\sqrt{520}}{4}a$ C. $\frac{\sqrt{140}}{4}a$ D. $\frac{\sqrt{310}}{4}a$

Câu 142. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là 3. Tính độ dài $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$:

- A. 6 B. $6\sqrt{2}$ C. 12 D. 0

Câu 143. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB . Tính độ dài $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$.

- A. a B. $3a$ C. $\frac{a}{2}$ D. $2a$

Câu 144. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC . Tính độ dài vector $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Câu 145. Cho tam giác đều ABC cạnh a điểm M là trung điểm của BC . Tính độ dài vector

$$\vec{u} = \frac{3}{4}\vec{MA} - 2,5\vec{MB}$$

A. $\frac{a\sqrt{127}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{127}}{8}$

C. $\frac{a\sqrt{127}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{127}}{2}$

Câu 146. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính độ dài vector $\vec{u} = 4\vec{MA} - 3\vec{MB} + \vec{MC} - 2\vec{MD}$.

A. $|\vec{u}| = a\sqrt{5}$

B. $|\vec{u}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

C. $|\vec{u}| = 3a\sqrt{5}$

D. $|\vec{u}| = 2a\sqrt{5}$

Câu 147. Cho hai lực $F_1 = F_2 = 100N$ có điểm đặt tại O và tạo với nhau góc 60° . Tính cường độ lực tổng hợp của hai lực đó.

A. $100N$

B. $50\sqrt{3}N$

C. $100\sqrt{3}$

D. $25\sqrt{3}N$

Câu 148. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 3. H là trung điểm của BC . Tìm mệnh đề sai.

A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3\sqrt{3}$

B. $|\vec{BA} + \vec{BH}| = \frac{\sqrt{63}}{2}$

C. $|\vec{AH} + \vec{HB}| = 3$

D. $|\vec{HA} + \vec{HB}| = \sqrt{3}$

Câu 149. Cho hai lực F_1, F_2 . Có điểm đặt tại M . Tìm cường độ lực tổng hợp của chúng biết $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có cùng cường độ lực là $100N$, góc hợp bởi $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ là 120° .

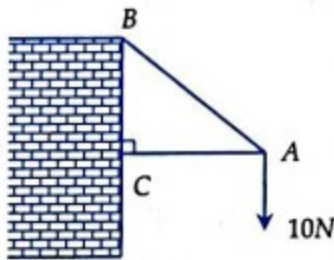
A. $120N$

B. $60N$

C. $100N$

D. $50N$

Câu 150. Một giá đỡ được gắn vào tường như hình vẽ:



Trong đó $\triangle ABC$ vuông ở C . Người ta treo vào điểm A một vật nặng $10N$. Khi đó lực tác dụng vào bức tường tại điểm B :

A. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BA}$ với cường độ $10\sqrt{3}N$

B. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BC}$ với cường độ $10\sqrt{2}N$

C. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BA}$ với cường độ $10\sqrt{2}N$

D. Kéo bức tường theo hướng $\vec{BC}$ với cường độ $10\sqrt{2}N$

Câu 151. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\vec{BH} = \frac{1}{3}\vec{HC}$. Điểm

M di động trên BC sao cho $\vec{BM} = x\vec{BC}$. Tìm x sao cho độ dài vector $|\vec{MA} + \vec{GC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x = \frac{4}{5}$

B. $x = \frac{5}{6}$

C. $x = \frac{6}{5}$

D. $x = \frac{5}{4}$

Câu 152. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . M là trung điểm BC . Tính độ dài $|\frac{1}{2}\vec{AB} + 2\vec{AC}|$.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{21}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{21}}{4}$

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Các bài toán về khái niệm vectơ

Câu 1.

Đáp án D

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow B \equiv C$$

Câu 2.

Đáp án A

Câu 3.

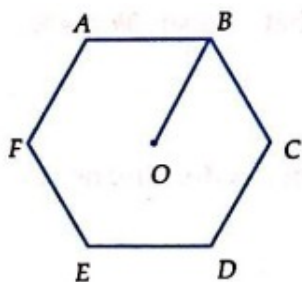
Ta có các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$.

Đáp án B.

Câu 4.

Vì vectơ $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ. Nên có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ a và b , đó là vectơ $\vec{0}$.

Đáp án C.



Câu 5.

Các vectơ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OB}$ là:
 $\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$.

Đáp án B.

Câu 6.

Đáp án C

Câu 7.

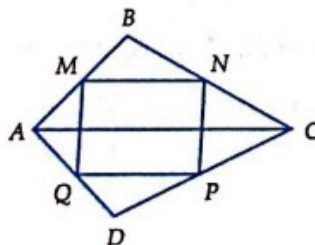
Đáp án D

Câu 8.

Đáp án A

Câu 9.

Đáp án A



Câu 10.

Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$).
Do đó MNPQ là hình bình hành.

Đáp án D.

Câu 11.

Với ba trường hợp lần lượt A, B, C nằm giữa thì ta luôn có $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương.

Đáp án D.

Câu 12.

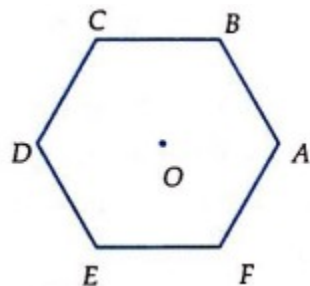
Đáp án D

Một vector khác vector không được xác định bởi 2 điểm phân biệt. Do đó có 12 cách chọn 2 điểm trong 4 điểm của tứ giác.

Câu 13. Đáp án A

Câu 14. Đáp án D

Câu 15. Đáp án D



Các vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là:
 $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

Câu 16. Đáp án C

Có 3 đường thẳng song song với MN là AC, AP, PC
 Nên có 7 vector
 $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$

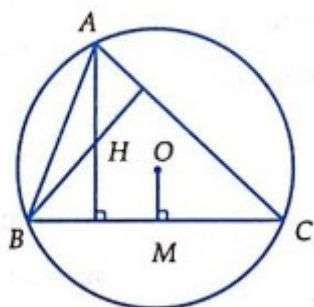
Câu 17. Đáp án A



Câu 18. Đáp án C

Vì tam giác đều nên $AB = |\overrightarrow{AB}| = 2a$

Câu 19. Đáp án A

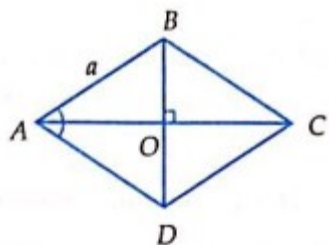


Thật vậy khi $\triangle ABC$ nhọn thì ta có:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel OM$$

O, H nằm trong tam giác $\Rightarrow \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng

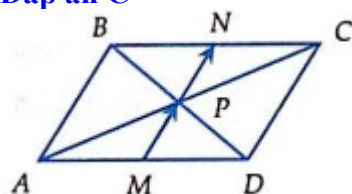
Câu 20. Đáp án A



Vì $\angle A = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\vec{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 21.

Đáp án C



Ta có: $MP \parallel DC, MP = \frac{1}{2}DC$, $PN \parallel AB, PN = \frac{1}{2}AB$. Mà $MP = PN$
 $\Rightarrow \vec{AB} = \vec{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AD} = \vec{BC}$

Câu 22.

Ta có BD là đường kính $\Rightarrow \vec{OB} = \vec{DO}$.

$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC$ (1)

Ta lại có $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ tứ giác $HADC$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{HA} = \vec{CD}; \vec{AD} = \vec{HC}$.

Đáp án C.

Câu 23.

Ta có $AMCP$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AM} = \vec{PC}$

Lại có $AQBM$ và $BMCN$ là hình bình hành

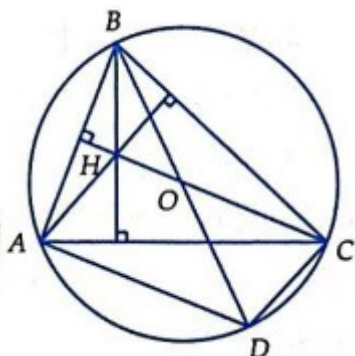
$\Rightarrow \vec{NC} = \vec{BM} = \vec{QA}$

$\Rightarrow AQNC$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AC} = \vec{QN}$.

Đáp án B.

Câu 24.

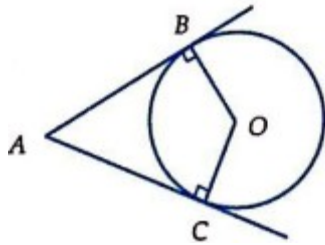
Đáp án A



Ta có thể chỉ ra được $ADCH$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AH} = \vec{DC}$

Câu 25.

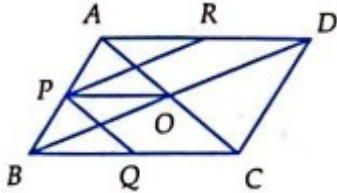
Đáp án D



Ta có: $OB = OC = R \Rightarrow \overline{BO} = \overline{CO}$

Câu 26.

Đáp án D

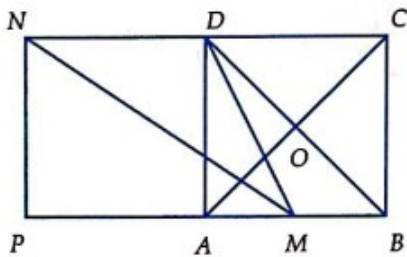


Ta có: $\overline{PQ} = \overline{AO} = \overline{OC}$

$\overline{AR} = \overline{RQ} = \overline{PO} = \overline{BQ} = \overline{QC}, \overline{BO} = \overline{OD} = \overline{PR}, \overline{OP} = \overline{RA} = \overline{DR} = \overline{CQ} = \overline{QB}$

Câu 27.

Đáp án C



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông MAD ta có:

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2$$

$$= \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2$$

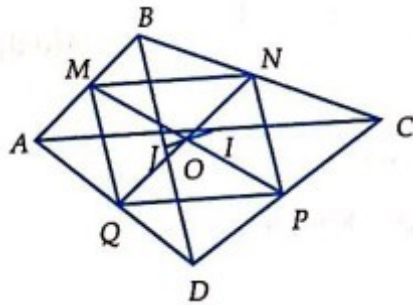
$$= \frac{13a^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Suy ra $|\vec{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

Câu 28.

Đáp án D



Ta có: $MNPQ$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{MN} = \vec{QP}$

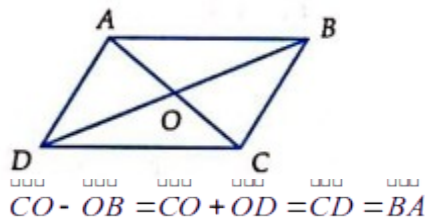
Ta có:

$$\begin{aligned} \vec{OI} + \vec{OJ} &= \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OC}) + \frac{1}{2}(\vec{OD} + \vec{OB}) = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) + \frac{1}{2}(\vec{OC} + \vec{OD}) \\ &= \vec{OM} + \vec{ON} = \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{OI} &= -\vec{OJ} \end{aligned}$$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vectơ

Câu 29.

Đáp án B



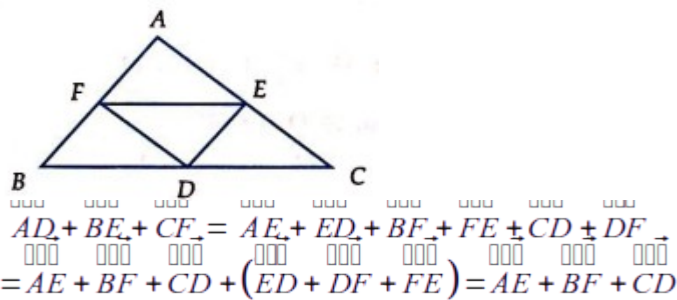
Câu 30.

+ Tứ giác $AMCN$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AM} + \vec{AN} = \vec{AC} \Rightarrow$ A đúng.
 + $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} = \vec{AM} + \vec{AN} \Rightarrow$ B đúng.
 + $\vec{AM} = \vec{NC}, \vec{AN} = \vec{MC} \Rightarrow \vec{AM} + \vec{AN} = \vec{MC} + \vec{NC} \Rightarrow$ C đúng.

Đáp án D.

Câu 31.

Đáp án C



Câu 32.

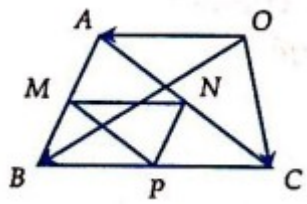
Đáp án D

Ta có:

$$(\vec{BA} + \vec{CB}) + (\vec{BD} + \vec{DC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow B \equiv A. \text{ Vì } A, B \text{ bất kì} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 33.

Đáp án B



$$\begin{aligned} \vec{VT} &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \\ &= \vec{OM} + \vec{MA} + \vec{ON} + \vec{NB} + \vec{OP} + \vec{PC} \quad \text{Mà } \vec{NB} = \vec{NM} + \vec{NP} \\ &\Rightarrow \vec{MA} + \vec{NB} + \vec{PC} = \vec{MA} + \vec{NM} + \vec{NP} + \vec{PC} = \vec{NA} + \vec{NC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{VT} = \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP} \end{aligned}$$

Câu 34.

Đáp án A

$$\vec{VT} = \vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{DB} + \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{CB} + (\vec{DB} + \vec{BD}) = \vec{AD} + \vec{CB} = \vec{VP}$$

Câu 35.

Đáp án D

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{AG} + \vec{GG'} + \vec{G'A'} + \vec{BG} + \vec{GG'} + \vec{G'B'} + \vec{CG} + \vec{GG'} + \vec{G'C'} = 3\vec{GG'}$$

Câu 36.

Đáp án D

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EA} &= (\vec{AC} + \vec{CB}) + \vec{CD} + (\vec{ED} + \vec{DA'}) = \vec{CB} + \vec{ED} + (\vec{AC} + \vec{CD}) + \vec{DA} \\ &= \vec{CB} + \vec{ED} + (\vec{AD} + \vec{DA}) = \vec{CB} + \vec{ED} \end{aligned}$$

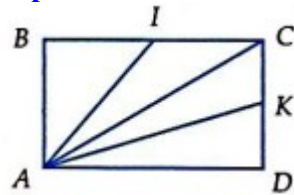
Câu 37.

Đáp án C

$$2\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 2\vec{MC} + 2\vec{CA} + \vec{MC} + \vec{CB} - 3\vec{MC} = 2\vec{CA} + \vec{CB}$$

Câu 38.

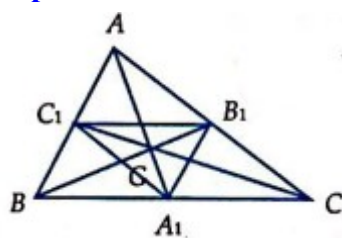
Đáp án D



$$\vec{AI} + \vec{AK} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC}) = \vec{AC} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \frac{3}{2}\vec{AC}$$

Câu 39.

Đáp án D



Ta có: $\vec{GC} = 2\vec{C_1G} \Rightarrow D$ sai. Nhận xét: $\triangle ABC$ và $\triangle A_1B_1C_1$ cùng trọng tâm.

Câu 40.

Đáp án B

Ta có:

$$NP + MN = NQ + QP + MQ + QN = QP + MQ + (NQ + QN) = QP + MQ = VP$$

Câu 41. + Ta có: $AB + DF + BD + FA = AB + BD + DF + FA = AA = 0 \Rightarrow A$ đúng.

+ $BE - CE + CF - BF = BC + CB = 0 \Rightarrow B$ đúng.

+ $AD + BE + CF = AE + BF + CD \Leftrightarrow AD + DC + CF = AE + EB + BF \Leftrightarrow AF = AF$
 $\Rightarrow C$ đúng.

+ $FD + DB + BE + EA + AC + FC = 0 \Leftrightarrow 2FC = 0 \Leftrightarrow F \equiv C$ (mâu thuẫn giả thiết)
 $\Rightarrow D$ sai.

Đáp án D.

Câu 42. Ta có $GA + GB + GC = 0 \Rightarrow OA + OB + OC = 3OG$ (1)

Gọi I là trung điểm BC , A' đối xứng với A qua O .

Dễ thấy $HBA'C$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow HB + HC = HA' \Leftrightarrow HA + HB + HC = HA + HA' = 2HO$$

$$\Leftrightarrow 3HO + OA + OB + OC = 2HO \Leftrightarrow OH = OA + OB + OC$$
 (2)

$$\Rightarrow OH = 3OG \Leftrightarrow OG + GH = 3OG \Leftrightarrow GH = 2OG \Leftrightarrow OG = \frac{1}{2}GH$$

Từ (1) và (2)

Đáp án C.

Câu 43. + B đúng vì $AC + BD = AI + IJ + JC + BI + IJ + JD$
 $= 2IJ + (AI + BI) + (JC + JD) = 2IJ$

+ C đúng vì $AD + BC = AI + IJ + JD + BI + IJ + JC = 2IJ$

+ D đúng vì $AC + BD = 2IJ \Leftrightarrow 2IJ + CA + DB = 0$

Đáp án A.

Câu 44. Kẻ $MN \parallel AC, N \in AB$

$$\frac{AN}{AB} = \frac{MC}{BC} \quad \frac{NM}{AC} = \frac{MB}{BC}$$

Áp dụng định lí Ta-lét ta có

$$\Rightarrow AM = AN + NM = \frac{MC}{BC} \cdot AB + \frac{MB}{BC} \cdot AC$$

Đáp án A.

Câu 45. Ta có: $2OA + OB + OC = 2OA + 2OM = 4OD$ (1)

Tương tự $OA + 2OB + OC = 4OE$ (2)

$$OA + OB + 2OC = 4OF$$
 (3)

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta được đáp án **A**.

Đáp án A.

Câu 46. Qua M kẻ các đường thẳng $A_1B_1 \parallel AB, A_2C_1 \parallel AC, B_2C_2 \parallel BC$

$\Rightarrow$ Các tam giác đều $\Delta MB_1C_1, \Delta MA_1C_2, \Delta MA_2B_2$

$$MD = \frac{1}{2}(MB_1 + MC_1), ME = \frac{1}{2}(MA_1 + MC_2), MF = \frac{1}{2}(MB_2 + MA_2)$$

Ta có:

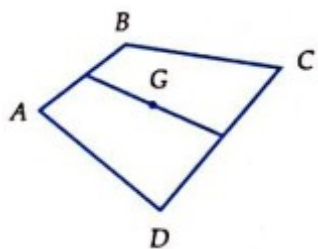
$$\Rightarrow MD + ME + MF = \frac{1}{2}(MA_1 + MA_2) + \frac{1}{2}(MB_1 + MB_2) + \frac{1}{2}(MC_1 + MC_2)$$

$$= \frac{1}{2}(MA + MB + MC) = \frac{3}{2}MO$$

Đáp án D.

Câu 47.

Đáp án B

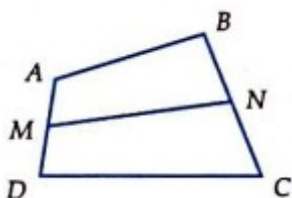


$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} &= \vec{AG} + \vec{GB} + (\vec{AG} + \vec{GC}) + (\vec{AG} + \vec{GD}) \\ &= 3\vec{AG} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 4\vec{GA} + (\vec{GA} + \vec{GB}) + (\vec{GC} + \vec{GD}) = 4\vec{AG} + 2\vec{I} + 2\vec{GJ} = 4\vec{AG} \end{aligned}$$

(II) và (III) sai vì G không phải là trung điểm của AC và BD .

Câu 48.

Đáp án A

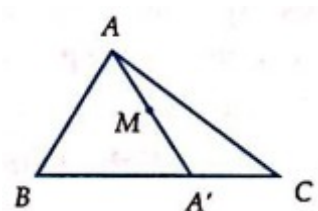


Ta có
$$\begin{cases} \vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AB} + \vec{BN} \\ \vec{MN} = \vec{MD} + \vec{DC} + \vec{CN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n\vec{MN} = n\vec{MA} + n\vec{AB} + n\vec{BN} \\ m\vec{MN} = m\vec{MD} + m\vec{DC} + m\vec{CN} \end{cases} \Rightarrow (m+n)\vec{MN} = (n\vec{MA} + m\vec{MD}) + (n\vec{AB} + m\vec{DC}) + (n\vec{BN} + m\vec{CN}) = 0 + n\vec{AB} + m\vec{DC} + 0 \Rightarrow \vec{MN} = \frac{n\vec{AB} + m\vec{DC}}{m+n}$$

Câu 49.

Đáp án A



Gọi $A' = AM \cap BC$

$$\vec{MA'} = \frac{A'C}{BC} \vec{MB} + \frac{A'B}{BC} \vec{MC}$$

Ta có

$$\frac{A'C}{A'B} = \frac{S_{MA'C}}{S_{MA'B}} = \frac{S_{MAC}}{S_{MAB}} = \frac{S_b}{S_c} \Rightarrow \frac{A'C}{BC} = \frac{S_b}{S_b + S_c}; \frac{A'B}{BC} = \frac{S_c}{S_b + S_c}$$

$$\vec{MA'} = \frac{S_b}{S_b + S_c} \vec{MB} + \frac{S_c}{S_b + S_c} \vec{MC} (*) \quad \text{Mặt khác} \quad \frac{MA'}{MA} = \frac{S_{MA'B}}{S_{MAB}} = \frac{S_{MA'C}}{S_{MAC}} = \frac{S_{MA'B} + S_{MA'C}}{S_{MAB} + S_{MAC}} = \frac{S_a}{S_b + S_c}$$

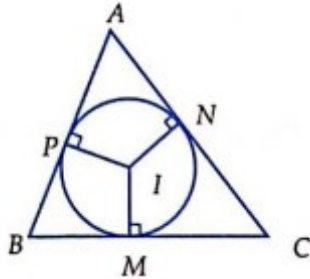
$$\Rightarrow \vec{Ma'} = \frac{-S_a}{S_b + S_a} \vec{MA}$$

, thay vào (*) ta được: $-S_a \vec{MA} = S_b \vec{MB} + S_c \vec{MC}$

$$\Leftrightarrow S_a \vec{MA} + S_b \vec{MB} + S_c \vec{MC} = 0$$

Câu 50.

Đáp án A



Gọi p là nửa chu vi ΔABC , ta có:

$$AP = AN = p - a$$

$$BM = BP = p - b$$

$$CN = CM = p - c$$

Ta có
$$\vec{IM} = \frac{MB}{BC} \vec{IB} + \frac{MC}{BC} \vec{IC} \Leftrightarrow a \vec{IM} = (p - c) \vec{IB} + (p - b) \vec{IC} \quad (1)$$

Tương tự:

$$b \vec{IN} = (p - a) \vec{IC} + (p - c) \vec{IA} \quad (2), c \vec{IP} = (p - b) \vec{IA} + (p - a) \vec{IB} \quad (3)$$

Cộng từng vế (1), (2), (3) ta được:

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow a \vec{IM} + b \vec{IN} + c \vec{IP} \\ &= (2p - b - c) \vec{IA} + (2p - a - c) \vec{IB} + (2p - a - b) \vec{IC} = a \vec{IA} + b \vec{IB} + c \vec{IC} = 0 \end{aligned}$$

Nhận xét: Áp dụng kết quả nếu I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC thì

$$\Leftrightarrow a \vec{IA} + b \vec{IB} + c \vec{IC} = 0$$

Dạng 3. Xác định điểm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 51.

$$\vec{IA} + 2 \vec{IB} = 0 \Leftrightarrow \vec{IA} = -2 \vec{IB}$$

Vậy I thuộc đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3} AB$.

Đáp án B.

Câu 52.

Đáp án B.

Câu 53.

Đáp án B

Câu 54.

Đáp án C

Ta có: $MN = 3MP$ và P, N khác đối với M

Câu 55.

Đáp án C

Câu 56.

Đáp án B

Câu 57.
$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{MG} + \vec{GA} + \vec{MG} + \vec{GB} + 2\vec{MG} + 2\vec{GC} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GC} = 4\overrightarrow{GM}$$

Đáp án D.

Câu 58. Ta có: $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NB}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = -\overrightarrow{NB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NI} = -\overrightarrow{NB} \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

Đáp án C.

Câu 59. Ta có $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$
 $\Leftrightarrow (\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{ND} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DN}$
 $\Rightarrow ACND$ là hình bình hành $\Rightarrow C$ là trung điểm cạnh BN .

Đáp án B.

Câu 60. $a\overrightarrow{AM} + b\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow a\overrightarrow{MA} + b(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$

Do giả thiết M được xác định duy nhất trên đường thẳng AB .

Đáp án C.

Câu 61. Lấy A' sao cho $\frac{A'B}{A'C} = \frac{c}{b}$ hay AA' là đường phân giác.
 Ta có: $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow a\overrightarrow{IA} + (b+c)\overrightarrow{IA'} = \vec{0}$

$$\frac{\overrightarrow{IA}}{\overrightarrow{IA'}} = \frac{b+c}{a} = \frac{c}{\frac{ac}{b+c}} = \frac{BA}{BA'}$$

$\Leftrightarrow I$ thuộc đoạn AA' và

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Đáp án B.

Câu 62.

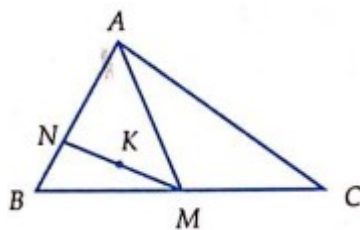
Đáp án C

$$2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}) = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = -2\overrightarrow{CA}$$

Câu 63.

Đáp án D

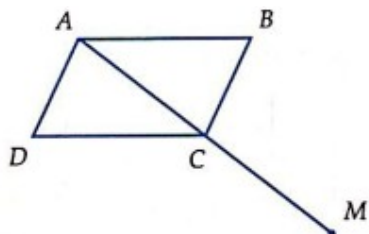


M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AM} + 6\overrightarrow{AN} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) \Rightarrow K \text{ là trung điểm của } MN.$$

Câu 64.

Đáp án C

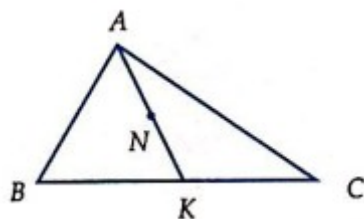


$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$$

Vậy C là trung điểm của AM

Câu 65.

Đáp án C

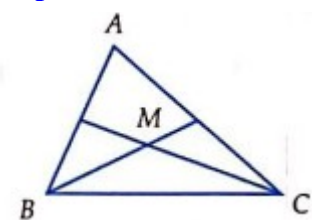


Gọi K là trung điểm BC $\Rightarrow \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{NK}$

Nên $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NK} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NK} = 0 \Rightarrow N$ là trung điểm AK

Câu 66.

Đáp án D



$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CB} &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MC} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 0 \Rightarrow M \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \end{aligned}$$

Câu 67.

Đáp án A

$$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} = 6\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{GM} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$$

Câu 68.

Đáp án B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG} = -3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} = -\overrightarrow{MC}$$

Hay M là trung điểm của GC

Câu 69.

Đáp án A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow M \equiv O$$

Ta có

Câu 70.

Đáp án D

Ta có M là trọng tâm thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 0$

So sánh với $\overrightarrow{MA} = \alpha \overrightarrow{MB} + \beta \overrightarrow{MC} \Rightarrow \alpha = -1; \beta = -1$

Câu 71.

Đáp án D

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CM} = (\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE}$$

Vậy D là đỉnh của hình bình hành $ACED$.

Câu 72.

Đáp án B

$$2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 3\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} \Rightarrow k = -\frac{3}{5}$$

Dạng 4. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn điều kiện

Câu 73.

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow 3|\overrightarrow{MG}| = 6 \Leftrightarrow |\overrightarrow{MG}| = 2$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính là 2.

Đáp án C.

Câu 74.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow 2|\overrightarrow{3MG}| = 3|\overrightarrow{2MI}|$

$\Leftrightarrow |\overrightarrow{MG}| = |\overrightarrow{MI}| \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là trung trực của GI .

Đáp án A.

Câu 75.

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$
 $\Rightarrow 2\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{MJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MJ}$ với I, J là trung điểm của AB, CD
 $\Rightarrow$ Không có điểm M nào thỏa mãn.

Đáp án D.

Câu 76.

Từ giả thiết $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \Rightarrow O, A, M, B$ theo thứ tự là các đỉnh của hình bình hành. Do $AM = OB = R \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A bán kính R .

Đáp án B.

Câu 77.

Đáp án A

$$|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{MC}|$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 78.

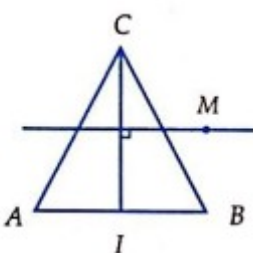
Đáp án A

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |4\overrightarrow{MO}| = k \Leftrightarrow |\overrightarrow{MO}| = \frac{k}{4}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính $\frac{k}{4}$

Câu 79.

Đáp án B

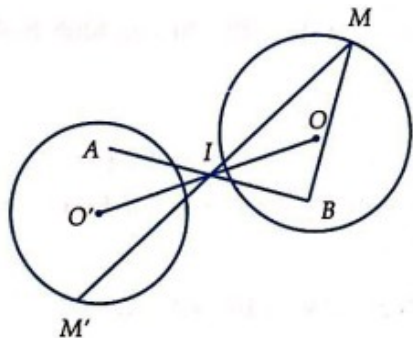


Gọi I là trung điểm của AB thì

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = 2|\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow \text{Tập hợp điểm } M \text{ là trung trực của } IC$$

Câu 80.

Đáp án D



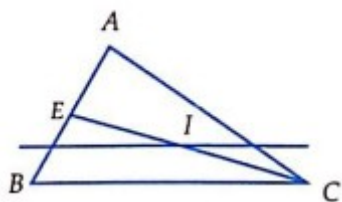
Gọi I là trung điểm AB

$$\Rightarrow I \text{ là điểm cố định: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow I \text{ là trung điểm của } MM'$$

Gọi O' là điểm đối xứng của O qua điểm I thì O' cố định và $MOM'O'$ là hình bình hành
 $\Rightarrow OM = O'M' = R \Rightarrow M'$ nằm trên đường tròn cố định tâm O' bán kính R .

Câu 81.

Đáp án B



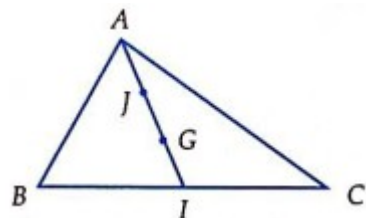
Gọi E là trung điểm của AB , I là trung điểm của EC

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MI} = \frac{k}{4}\overrightarrow{BC}$$

Do I, B, C cố định nên tập hợp điểm M là một đường thẳng đi qua I và song song với BC .

Câu 82.

Đáp án C



$$\text{GT đã cho} \Leftrightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA}| = |2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MI}|$$

$$\Leftrightarrow |3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MA})| = 2|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI}| \quad (I \text{ là trung điểm } AB)$$

$$\Leftrightarrow 6|\overrightarrow{MJ}| = 2|\overrightarrow{IA}| \Leftrightarrow MJ = \frac{1}{3}IA \quad (G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC)$$

$$\Leftrightarrow JM = \frac{1}{2}AG \quad (J \text{ là trung điểm của } AG)$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $R = \frac{AG}{2}$

Câu 83.

Đáp án A

$$k\vec{MA} + k\vec{MB} = 2\vec{MC} \Leftrightarrow 2k\vec{MI} = 2\vec{MC} \Leftrightarrow \vec{MC} = k\vec{MI} \quad (I \text{ là trung điểm } AB)$$

$\Rightarrow M$ nằm trên đường thẳng CI .

Câu 84.

Đáp án C

Vì A, B, C cố định nên ta chọn điểm I thỏa mãn: $2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 2\vec{IA} + 3(\vec{IA} + \vec{IB}) + 4(\vec{IA} + \vec{IC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 9\vec{IA} = -3\vec{AB} - 4\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{IA} = -\frac{3\vec{AB} + 4\vec{AC}}{9}$$

$$\Rightarrow I \text{ duy nhất từ đó } 2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC} = 9\vec{MI} + (2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC}) = 9\vec{MI} \quad \text{và} \quad \vec{MA} - \vec{MB} = \vec{AB}$$

$$\Rightarrow 9\vec{MI} = \vec{BA} \Leftrightarrow \vec{MI} = \frac{\vec{AB}}{9}$$

Từ giả thiết

Câu 85.

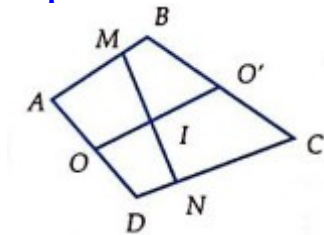
Đáp án D

$$\begin{aligned} \vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC} &= \vec{MA} + (\vec{MA} + \vec{MB}) - 3(\vec{MA} + \vec{AC}) \\ &= 2\vec{AB} - 3\vec{AC} = 2\vec{AB} - 2\vec{AH} = 2\vec{HB} \quad \left(\vec{AH} = \frac{3}{2}\vec{AC} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = k(\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}) \Leftrightarrow 2\vec{ME} = 2k\vec{HB} \Leftrightarrow \vec{ME} = k\vec{HB} \Rightarrow \text{Đáp án D}$$

Câu 86.

Đáp án B



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm AD và BC , ta có: $\vec{AB'} = \vec{AO} + \vec{OO'} + \vec{O'B}$

$$\text{và } \vec{DC} = \vec{DO} + \vec{OO'} + \vec{O'C} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{DC} = 2\vec{OO'}$$

$$\Rightarrow \vec{AM} + \vec{DN} = 2\vec{OI} \Rightarrow \vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{AM} + \vec{DN}) = \frac{1}{2}(k\vec{AB} + k\vec{DC}) = k\vec{OO'}$$

Gọi I là trung điểm MN

Vậy tập hợp điểm I là đường thẳng OO'

Câu 87.

Đáp án B

Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$.

$$\Rightarrow |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| + |\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF}| = 3|\vec{MP}| + 3|\vec{MQ}| \geq 3(\vec{MP} + \vec{MQ}) \geq 3PQ$$

Dấu "=" xảy ra khi M thuộc đoạn PQ . Vậy tập hợp điểm M là đoạn thẳng PQ .

Câu 88.

Đáp án A

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow 2\vec{MA} + \vec{MC} = k(\vec{MC} - \vec{MB}) \Leftrightarrow 2\vec{MA} + \vec{MC} = k\vec{BC} (*)$$

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm sao cho: } 2\vec{IA} + \vec{IC} = 0 \Rightarrow \vec{IC} = 2\vec{IA}, I \in AC$$

$$\text{Từ } (*): 2(\vec{MI} + \vec{IA}) + \vec{MI} + \vec{IC} = k\vec{BC} \Leftrightarrow 3\vec{MI} = k\vec{BC}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng qua I và song song với BC .

Câu 89.

$$\text{Gọi } E \text{ là trung điểm của } AC \Rightarrow |3\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MA}|$$

$$\Leftrightarrow |2(\vec{MA} - \vec{MB}) + \vec{MA} + \vec{MC}| = |\vec{AB}| \Leftrightarrow |2\vec{BA} + 2\vec{ME}| = |\vec{AB}|$$

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn } \vec{BA} = \vec{EI}$$

$$\Leftrightarrow |2(\vec{EI} + \vec{ME})| = |\vec{AB}| \Leftrightarrow 2|\vec{MI}| = |\vec{AB}| \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2}AB$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{2}$.

Đáp án C.

Câu 90.

Chọn điểm I sao cho

$$3\vec{IA} + 2\vec{IB} - 2\vec{IC} = 0 \Leftrightarrow -3\vec{AI} + 2(\vec{AB} - \vec{AI}) - 2(\vec{AC} - \vec{AI}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3\vec{AI} + 2(\vec{AB} - \vec{AC}) = 0 \Leftrightarrow 3\vec{AI} = 2\vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{CB}$$

$$\Rightarrow 3\vec{MA} + 2\vec{MB} - 2\vec{MC} = 3(\vec{MI} + \vec{IA}) + 2(\vec{MI} + \vec{IB}) - 2(\vec{MI} + \vec{IC}) = 3\vec{MI}$$

$$\Rightarrow |3\vec{MA} + 2\vec{MB} - 2\vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MC}| \Leftrightarrow 3MI = CB \Leftrightarrow MI = \frac{1}{3}CB$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{CB}{3}$.

Đáp án B.

Câu 91.

$$\text{Từ giả thiết } \Leftrightarrow 2\vec{MA} - \vec{MB} = k(\vec{MB} + 3\vec{MC}) (*)$$

$$\text{Gọi } I, K \text{ là các điểm sao cho } 2\vec{IA} - \vec{IB} = 0; \vec{KB} + 3\vec{KC} = 0$$

$$\text{Thì } I, K \text{ là các điểm cố định: } I \in AB : IB = 2IA; K \in BC : KB = 3KC$$

$$\Leftrightarrow 2(\vec{MI} + \vec{IA}) - (\vec{MI} + \vec{IB}) = k(\vec{MK} + \vec{KB} + 3\vec{MK} + 3\vec{KC}) \Leftrightarrow \vec{MI} = 4k\vec{MK}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng.

Đáp án C.

Dạng 5. Phân tích vectơ qua hai vectơ không cùng phương

Câu 92.

Cách 1:

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = \vec{AK} + \vec{KB} = \vec{AK} + \vec{KM} + \vec{MB} = \vec{AK} - \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{BM} \quad (vì \quad \vec{KM} = \frac{1}{2}\vec{AB})$$

$$\Leftrightarrow \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \vec{AK} - \vec{BM} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\vec{AB} = \vec{AK} - \vec{BM} \Leftrightarrow \vec{AB} = \frac{2}{3}(\vec{AK} - \vec{BM})$$

Cách 2: Giả sử có cặp số m, n sao cho $\vec{AB} = m\vec{AK} + n\vec{BM}$, với $G = AK \cap BM$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}, \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} \\
 \text{Ta có} \\
 \Rightarrow \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} &= \frac{3}{2}m\overrightarrow{AG} - \frac{3}{2}n\overrightarrow{GB} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}m - 1\right)\overrightarrow{AG} = \left(-\frac{3}{2}n - 1\right)\overrightarrow{BG} \quad (*) \\
 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}m - 1 = 0 \\ -\frac{3}{2}n - 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = -\frac{2}{3} \end{cases} \\
 \text{Do } \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BG} &\text{ không cùng phương} \Rightarrow (*) \\
 \Rightarrow \overrightarrow{AB} &= \frac{2}{3}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})
 \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 93.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AM} &= \frac{11}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \\
 \text{Theo hình vẽ} &\quad \text{Chọn đáp án } \mathbf{D}.
 \end{aligned}$$

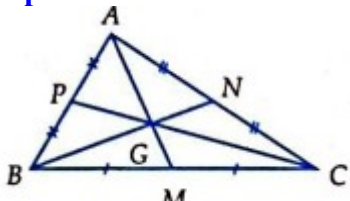
Đáp án D.

Câu 94.

Đáp án A

Câu 95.

Đáp án C



$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{GM} + (\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GM}) = 2\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GB} \\
 &= \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}
 \end{aligned}$$

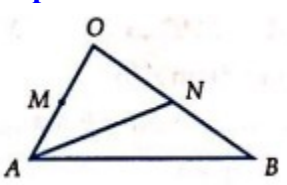
Câu 96.

Đáp án C

$$\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1 - k}$$

Câu 97.

Đáp án B



$$\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$$

Câu 98.

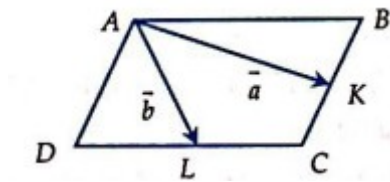
Đáp án D

$$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

Vậy $p = \frac{5}{4}, q = -\frac{3}{4}$

Câu 99.

Đáp án D



$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BK} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}) = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{a} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{a}$$

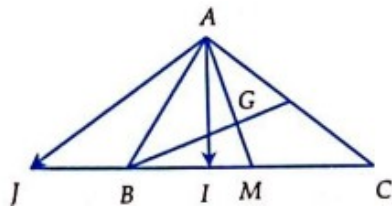
$$\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{LD} = 2(\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{b}$$

$$\begin{cases} 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{a} \\ \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{a} + \frac{2}{3}\overrightarrow{b} \\ \overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{a} + \frac{4}{3}\overrightarrow{b} \end{cases}$$

Từ đó ta có hệ phương trình:

Câu 100.

Đáp án B



Gọi M là trung điểm BC:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \\ \overrightarrow{IC} &= -3\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}) = -3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Tương tự:

$$\begin{cases} \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} \\ \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AJ} \\ \overrightarrow{AC} = \frac{25}{16}\overrightarrow{AI} - \frac{9}{16}\overrightarrow{AJ} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \left(\frac{5}{8}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AJ} + \frac{25}{16}\overrightarrow{AI} - \frac{9}{16}\overrightarrow{AJ} \right)$$

$$= \frac{35}{48}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$$

Câu 101.

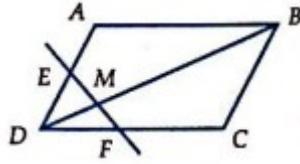
Đáp án D

$$n\overrightarrow{BM} = m\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow n(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) = m(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM})$$

$$\Leftrightarrow (m+n)\overrightarrow{AM} = n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$$

Câu 102.

Đáp án A



Đặt $\overrightarrow{DM} = x\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{EM} = y\overrightarrow{FM} \Rightarrow \overrightarrow{DM} = x\overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC}$ nên
 $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC} - m\overrightarrow{DA} = (x - m)\overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC}$

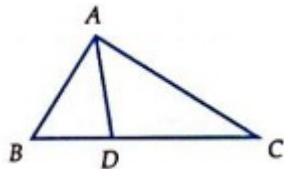
Ta có: $\overrightarrow{EM} = y\overrightarrow{FM} \Leftrightarrow (x - m)\overrightarrow{DA} + x\overrightarrow{DC} = xy\overrightarrow{DA} + y(x - n)\overrightarrow{DC}$

$$\begin{cases} x - m = xy \\ x = y(x - n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{mn}{m+n} \\ y = -\frac{m}{n} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \frac{m \cdot n}{m+n} \overrightarrow{DB}$$

Do $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{DC}$ không cùng phương nên:

Câu 103.

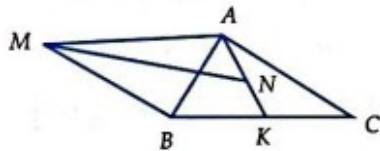
Đáp án A



$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Câu 104.

Đáp án D



Từ giả thiết: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow M$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACBM$.

Từ giả thiết: $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NK} = \vec{0}$

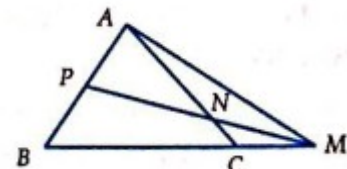
N là trung điểm AK , với K là trung điểm BC .

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC} \Rightarrow p = -\frac{3}{4}, q = \frac{5}{4}$$

Câu 105.

Đáp án C



$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Do đó

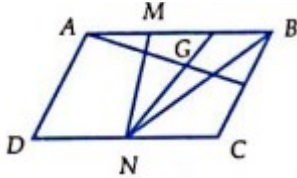
$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MN} \Rightarrow M, N, P$ thẳng hàng.

Câu 106.

Đáp án A



Ta có: $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AI}$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

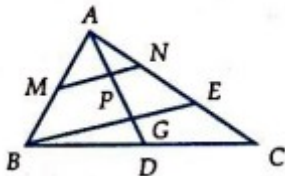
$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + m(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}$$

Để AI đi qua G thì $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}$ cùng phương $\Rightarrow \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AG}$

$$\Rightarrow (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} = k \cdot \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + k \cdot \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} 1-m = \frac{5k}{6} \\ m = \frac{k}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{6}{11} \\ k = \frac{18}{11} \end{cases}$$

Câu 107.

Đáp án B



Gọi E là trung điểm $AC \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} \Rightarrow MN \parallel BE \Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle ABE$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} \quad \text{nên } M, N, P \text{ thẳng hàng} \Rightarrow P \text{ là trung điểm } AG. \text{ Vậy } \overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

Câu 108.

Đáp án B

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BM} + 3(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM}) = 0 \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC} \quad (1)$$

Theo bài ra:

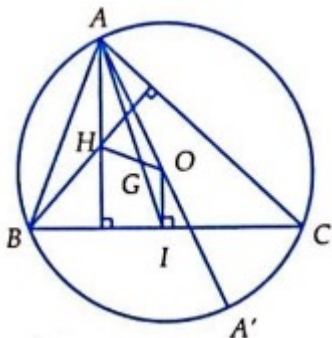
$$\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BN} - 2\overrightarrow{BN} + 3(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BN}) = 0 \Leftrightarrow 6\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC} \quad (2)$$

$$\Rightarrow 4\overrightarrow{BM} = 6\overrightarrow{BN} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$$

Từ (1), (2)

Câu 109.

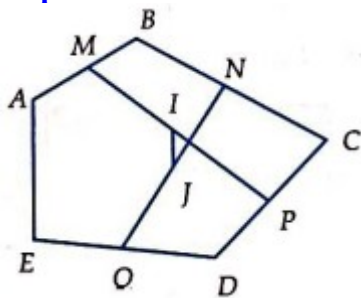
Đáp án C



Nhận xét: Đường thẳng đi qua 3 điểm trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường Ơ – le.

Câu 110.

Đáp án C



$$\begin{aligned} \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{IN} &= 2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{IP} + \overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{IJ} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BD}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \frac{1}{4}\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{IJ} \end{aligned}$$

Câu 111.

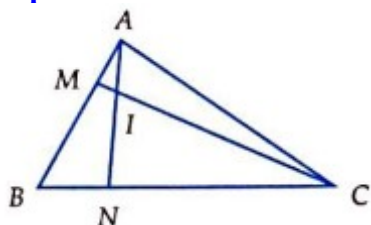
Đáp án C

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AI} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = -\frac{1}{3}(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}) \quad (1) \\ \overrightarrow{AJ} &= 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} \quad (2) \\ &\Rightarrow \overrightarrow{CI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ} \end{aligned}$$

Từ (1) và (2)

Câu 112.

Đáp án D



Đặt $\overrightarrow{AI} = x\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CI} = y\overrightarrow{CM}$

Ta có: $\overrightarrow{AI} = x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}) = x\overrightarrow{AB} + \frac{x}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{3x}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{21x}{8}\overrightarrow{AM} + \frac{x}{4}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \frac{21x}{8} + \frac{x}{4} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{8}{23}$. Tương tự ta chưa tìm được $\frac{IC}{IM} = \frac{21}{2}$

Câu 113.

$$\begin{aligned} \text{Ta lại có: } 5JB &= 2JC \Leftrightarrow 5(\overline{AB} - \overline{AJ}) = 2(\overline{AC} - \overline{AJ}) \\ \Leftrightarrow 3\overline{AJ} &= 5\overline{AB} - 2\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AJ} = \frac{5}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC} \end{aligned}$$

Đáp án A.

Câu 117. Với điểm O bất kì: $\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{AM} = \overline{OA} + k\overline{AB}$
 $= \overline{OA} + k(\overline{OB} - \overline{OA}) = (1-k)\overline{OA} + k\overline{OB}$

Tương tự $\overline{ON} = (1-k)\overline{OD} + k\overline{OC}$
 $\Rightarrow \overline{MN} = \overline{ON} - \overline{OM} = (1-k)(\overline{OD} - \overline{OA}) + k(\overline{OC} - \overline{OB}) = (1-k)\overline{AD} + k\overline{BC}$

Đáp án C.

Câu 118. Ta có: $2\overline{BI} = \overline{BA} + \overline{BM} = \overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{BC} \Leftrightarrow 4\overline{BI} = 2\overline{BA} + \overline{BC} \quad (1)$
 $\overline{BK} = \overline{BA} + \overline{AK} = \overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{AC} = \overline{BA} + \frac{1}{3}(\overline{BC} - \overline{BA}) = \frac{2}{3}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}$
 $\Leftrightarrow 3\overline{BK} = 2\overline{BA} + \overline{BC} \quad (2)$
 $\Leftrightarrow \overline{BK} = \frac{4}{3}\overline{BI} \Leftrightarrow B, I, K$ thẳng hàng.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ thẳng hàng.

Đáp án B.

Câu 119. Ta có: A, K, D thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AD} = n\overline{AK} = n(\overline{AI} + \overline{IK}) \quad (1)$
 $2\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{AE} = \overline{AB} + \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) = \frac{3}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}$
 $= 3\overline{AI} + \frac{3}{2}\overline{AJ} = 3\overline{AI} + \frac{3}{2}(\overline{AI} + \overline{IJ}) = \frac{9}{2}\overline{AI} + \frac{3}{2}\overline{IJ}$
 $\overline{IK} = m\overline{IJ}$ nên $2\overline{AD} = \frac{9}{2}\overline{AI} + \frac{3}{2m}\overline{IK} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{9}{4}\overline{AI} + \frac{3}{4m}\overline{IK} \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{3}{4m} \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

Đáp án B.

Câu 120. Ta có: $\overline{BC} + \overline{MA} = 0$ và $\overline{AB} - \overline{NA} - 3\overline{AC} = 0$

$\Rightarrow \overline{BC} + \overline{MA} + \overline{AB} - \overline{NA} - 3\overline{AC} = 0$
 $\Leftrightarrow \overline{AC} + \overline{MN} - 3\overline{AC} = 0 \Leftrightarrow \overline{MN} = 2\overline{AC}$

Ta có: $\overline{BC} + \overline{MA} = 0 \Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{AM} \Rightarrow ABCM$ là hình bình hành hay $M \notin AC$
 $\Rightarrow \overline{MN} \parallel \overline{AC} \Rightarrow$ Chọn đáp án **A.**

Đáp án A.

Câu 121. + Ta có: $3\overline{MA} + 4\overline{MB} = 0$
 $\Leftrightarrow 3(\overline{MG} + \overline{GA}) + 4(\overline{MG} + \overline{GB}) = 0 \Leftrightarrow 3\overline{GA} + 4\overline{GB} = 7\overline{GM}$

Tương tự: $\overline{NB} - 3\overline{NC} = 0 \Leftrightarrow (\overline{NG} + \overline{GB}) - 3(\overline{NG} + \overline{GC}) = 0$
 $\Leftrightarrow \overline{GB} - 3\overline{GC} - 2\overline{NG} = 0 \Leftrightarrow 3\overline{GA} + 4\overline{GB} = -2\overline{GN}$

Vậy $7\overline{GM} = -2\overline{GN} \Leftrightarrow 7\overline{GM} + 2\overline{GN} = 0$

+ Gọi E là trung điểm $BC \Rightarrow 2\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{AN}$
 $\Leftrightarrow 2\overline{AC} = \frac{3}{2}\overline{AG} + \overline{AN} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{3}{4}\overline{AG} + \frac{1}{2}\overline{AN} \quad (1)$

$$\frac{PA}{PC} = 4 \Leftrightarrow PC = \frac{1}{4}PA \Rightarrow AC = \frac{5}{4}AP \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}AG + \frac{1}{2}AN = \frac{5}{4}AP$$

Từ (1) và (2)

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}(AP + PG) + \frac{1}{2}(AP + PN) = \frac{5}{4}AP \Leftrightarrow \frac{3}{4}PG + \frac{1}{2}PN = 0 \Leftrightarrow 3PG + 2PN = 0$$

Đáp án A.

$$MI = \frac{1}{3}MA, MJ = \frac{1}{3}MB$$

Câu 122. Gọi M là trung điểm $DU'OC$. Ta có:

$$\Rightarrow MJ - MI = \frac{1}{3}(MB - MA) \Leftrightarrow IJ = \frac{1}{3}AB$$

Đáp án A.

Câu 123. Giả sử: $ON = nBN; OM = mCM$

$$AO = AM + MO = AM - mCM = AM - m(AM - AC) = \frac{1}{3}(1 - m).AB + mAC$$

$$AO = AN + NO = AN - nBN = \frac{3}{4}(1 - n)AC + nAB$$

Tương tự:

Và AO chỉ biểu diễn duy nhất qua AB và AC

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}(1 - m) = n \\ \frac{3}{4}(1 - n) = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{ON}{OB} = \frac{1}{9}; \frac{OM}{OC} = \frac{2}{3}$$

Đáp án A.

Câu 124. Đặt $AN = xAQ; CN = yCP$

$$DN = DA + AN = DA + x(AB + BQ)$$

Ta có:

$$= DA + xDC + x \frac{BQ}{BC}.BC = DA + xDC - x \frac{BQ}{BC}.DA$$

$$MQ \parallel AB \Rightarrow \frac{BQ}{BC} = \frac{AM}{AC} = k \Rightarrow DN = (1 - kx)DA + x.DC \quad (1)$$

Vì

$$DN = DC + CN = DC + yDA + y \frac{BP}{BA}.BA$$

Mặt khác:

$$MP \parallel BC \Rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{CM}{CA} = \frac{CM - AM}{CA} = 1 - k$$

Vì:

$$\Rightarrow DN = DC + yDA - y(1 - k)DC = yDA + (1 - ky - y)DC \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1 - kx \\ x = 1 + ky - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k}{k^2 - k + 1} \\ y = \frac{1 - k}{k^2 - k + 1} \end{cases}$$

Từ (1), (2)

Đáp án B.

Dạng 6. Xác định và tính độ lớn vectơ

Câu 125.

Vì $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$

Đáp án A.

Câu 126. Ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4 \Rightarrow AI = 2; |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{BI}| = 2\sqrt{AB^2 + AI^2} = 2\sqrt{13}$$

Đáp án C.

Câu 127. $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = \sqrt{BH^2 + DH^2} = 2a\sqrt{5}$

Đáp án B.

Câu 128. Đặt $\overrightarrow{OA} = a; \overrightarrow{OB} = b$

Dựng hình bình hành $OACB \Rightarrow a + b = \overrightarrow{OC}; a - b = \overrightarrow{BA}$

$$\Rightarrow \Delta OAB \text{ vuông tại } B \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$OI = \sqrt{OB^2 + IB^2} = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow OC = \sqrt{63} \Rightarrow |a + b| + |a - b| = \sqrt{63} + 3\sqrt{3}$$

Đáp án B.

Câu 129. Biểu diễn vector v theo 2 vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$.

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{11a}{4}\right)^2 + \left(\frac{3a}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{6073}}{28}a$$

Áp dụng Pitago ta có:

Đáp án B.

Câu 130. Đặt $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

Ta có: ΔOAB là đều $\Rightarrow OI = \frac{60\sqrt{3}}{2}$, với $I = AB \cap OC \Rightarrow OC = 60\sqrt{3}$.

Đáp án D.

Câu 131. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}| = 3a$

(vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng)

Đáp án A.

Câu 132. $|\vec{u}| = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + 3(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})$

$$= \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OA} \Rightarrow |\vec{u}| = 2OA = AC = a\sqrt{2}$$

Đáp án B.

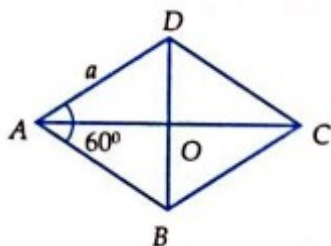
Câu 133.

Đáp án C

Vì theo quy tắc 3 điểm $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Câu 134.

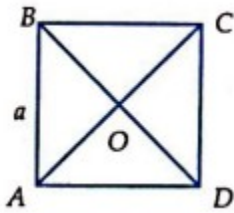
Đáp án A



Gọi O là giao của 2 đường chéo $\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = 2AD = a\sqrt{3}$

Câu 135.

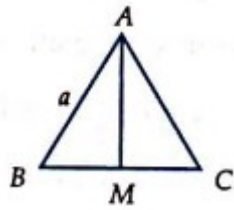
Đáp án C



$$\left| \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} \right| = \left| \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} \right| = \left| \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} \right| = \left| \overrightarrow{OD} \right| = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 136.

Đáp án A



$$\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right| = \left| 2\overrightarrow{AM} \right| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

. M là trung điểm BC.

Câu 137.

Đáp án D

Theo quy tắc 3 điểm độ dài vector tổng bao giờ cũng nhỏ hơn hoặc bằng tổng độ dài 2 vector thành phần.

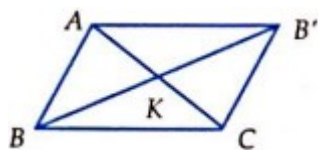
Câu 138.

Đáp án A

$$\left| \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \right| = \left| \overrightarrow{AA'} \right| = 0$$

Câu 139.

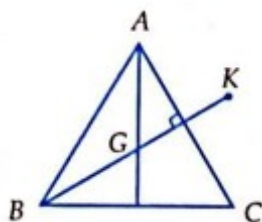
Đáp án C



$$\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} \right| = \left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB'} \right| = \left| \overrightarrow{BB'} \right| = 2 \left| \overrightarrow{BK} \right| = a\sqrt{3}$$

Câu 140.

Đáp án A



Gọi K là điểm đối xứng với G qua AC thì $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{GC} \Rightarrow \left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} \right|$

$$= \left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AK} \right| = \left| \overrightarrow{KB} \right| = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 141.

Đáp án A

Áp dụng Pitago: $\left| \vec{u} \right| = \sqrt{\left(\frac{21a}{4} \right)^2 + (2,5a)^2} = \frac{\sqrt{541}}{4}a$

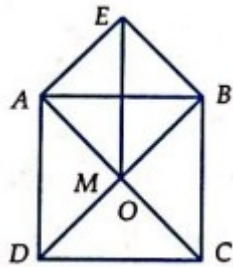
Câu 142.

Đáp án A

$$\left| \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \right| = \left| 2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OD} \right| = 2\left| \overrightarrow{AD} \right| = 6$$

Câu 143.

Đáp án A

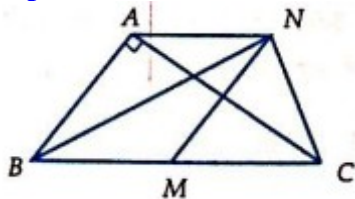


Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ và $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow OM = \frac{a}{2}$. Gọi E là điểm sao cho OBEA là hình bình hành $\Rightarrow \left| \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \right| = \left| \overrightarrow{OE} \right| = AB = a$

Câu 144.

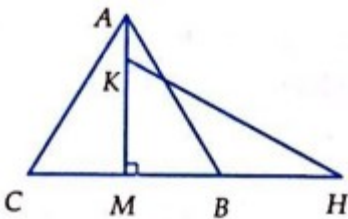
Đáp án D



Dựng hình bình hành ABMN $\Rightarrow \left| \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM} \right| = \left| \overrightarrow{BN} \right| = BN$

Ta có: $NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Câu 145.



Đáp án B

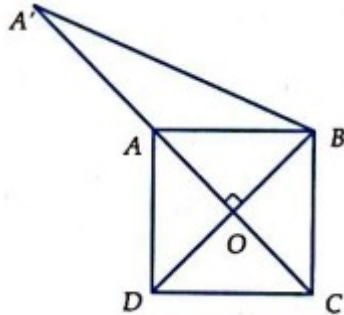
Gọi $K \in AM : MK = \frac{3}{4}MA$ $H \in MB : MH = 2,5MB$

Do đó: $\left| \frac{3}{4}MA - 2,5MB \right| = |MK - MH| = |HK|$

Ta có: $MK = \frac{3}{4}AM = \frac{3\sqrt{3}a}{8}, MH = \frac{5a}{4} \Rightarrow KH = \sqrt{MH^2 + MK^2} = \frac{a\sqrt{127}}{8}$

Câu 146.

Đáp án A

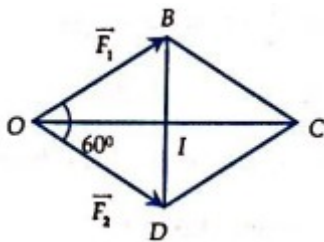


$$u = 4(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) - 3(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}) = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$$

Trên OA lấy A' sao cho $OA' = 3OA \Rightarrow u = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OB} \Rightarrow BA' = \sqrt{OB^2 + OA'^2} = a\sqrt{5}$

Câu 147.

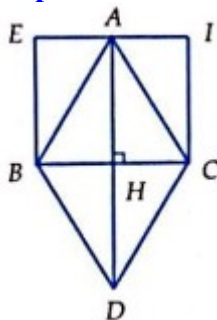
Đáp án C



$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} \Rightarrow |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{OC}| = 2OI = 100\sqrt{3} \text{ (vì } \Delta OBD \text{ đều)}$$

Câu 148.

Đáp án D



$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 3\sqrt{3} \Rightarrow \text{A đúng.}$$

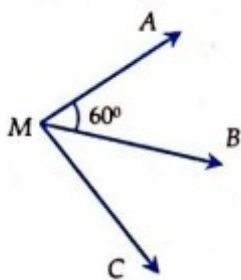
$$|\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HE}| = |\overrightarrow{AB}| = 3 \Rightarrow \text{B đúng.}$$

$$|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH}| = |\overrightarrow{BI}| = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow \text{C đúng.}$$

$$|\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{BA}| = 3 \Rightarrow \text{D sai.}$$

Câu 149.

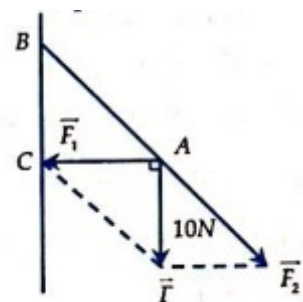
Đáp án C



Theo quy tắc hình bình hành: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MC} = \vec{MB} \Rightarrow |\vec{MB}| = 100N$

Câu 150.

Đáp án C



Ta xem $\vec{F}$ là tổng của vector $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ lần lượt nằm trên 2 đường thẳng AC và AB và ta có:
 $|\vec{F}_1| = |\vec{F}| = 10N; |\vec{F}_2| = 10\sqrt{2}$ và lực $\vec{F}_2$ theo hướng $\vec{BA}$

Câu 151. Dựng hình bình hành AGCE. Ta có $\vec{MA} + \vec{GC} = \vec{MA} + \vec{AE} = \vec{ME}$

Kẻ $EF \perp BC, F \in BC \Rightarrow |\vec{MA} + \vec{GC}| = |\vec{ME}| \geq EF$

Do đó: $|\vec{MA} + \vec{GC}|$ nhỏ nhất khi $M \equiv F$.

Gọi P là trung điểm AC, Q là hình chiếu của B trên BC. Ta có $BP = \frac{3}{4}BE$

$$\Delta BPQ \sim \Delta BEF \Rightarrow \frac{BQ}{BF} = \frac{BP}{BE} = \frac{3}{4} \Rightarrow BF = \frac{4}{3}BQ$$

$$\frac{BH}{3} = \frac{1}{3}HC \Rightarrow PQ \quad \Delta AHC \Rightarrow HQ = \frac{1}{2}HC$$

Mặt khác: là đường trung bình của

$$BQ = BH + HQ = \frac{1}{3}HC + \frac{1}{2}HC = \frac{5}{6}HC = \frac{5}{8}BC \Rightarrow BF = \frac{4}{3}BQ = \frac{5}{6}BC \Rightarrow x = \frac{5}{6}$$

Đáp án B.

Câu 152. Gọi N là trung điểm của AB, Q là điểm đối xứng với A qua C và P là đỉnh của hình bình hành AQPN.

$$AN = \frac{1}{2}AB, AQ = 2AC; AN + AQ = AP \Leftrightarrow \frac{1}{2}AB + 2AC = AP$$

Gọi L là hình chiếu của A trên PN.

$$MN \parallel AC \Rightarrow \angle ANL = \angle MNB = \angle CAB = 60^\circ$$

$$\sin \angle ANL = \frac{AL}{AN}$$

Xét tam giác vuông ANL có:

$$\Rightarrow AL = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow NL = AN \cdot \cos \angle ANL = \frac{a}{4} \Rightarrow PL = PN + NL = \frac{9a}{4}$$

Xét tam giác vuông APL có: $AP = \sqrt{AL^2 + PL^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}$.
