ĐỀ SỞ KOMTUM (LÀM THÊM TRÍ ĐỎ)

Câu 1. Hình nón có bán kính đáy $R=3$, chiều cao $h=4$ thì có diện tích xung quanh bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 30π. **D.** 15π.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=e^{2x}$ là

A. $y'=\dfrac{e^{2x}}{2}$. **B.** $y'=2e^{2x}$. **C.** $y'=2xe^{2x-1}$. **D.** $y'=e^{2x}$.

Câu 3. Khối cầu có thể tích $V=\dfrac{4}{3}\pi$ thì có bán kính bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và $u_6=-7$. Giá trị của u_4 bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 10.

Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-x+2$. **C.** $y=x^2+2x$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?

A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=2x^4-4x^2-5$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

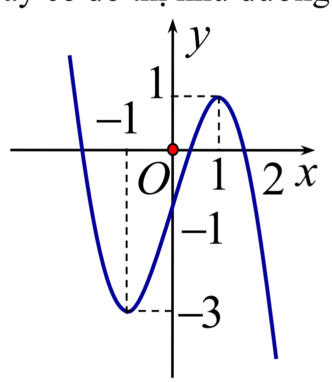
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-1;4;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-2;2;4)$. **B.** $(0;3;-1)$. **C.** $(0;6;-2)$. **D.** $(1;3;-1)$.

Câu 8. Số phức $z=-4+3i$ có phần thực bằng

A. -3. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+2x$.

Câu 10. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B=2a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng

A. $12a^3\sqrt{2}$. **B.** $8a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{2}-1}$ là

A. $(-\infty;\sqrt{2})$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao $h=a\sqrt{2}$ và có diện tích đáy tương ứng là $S=a^2$ thì có thể tích bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_1=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $2x+y+z=0$. **B.** $x+2y-1=0$. **C.** $y-2z+5=0$. **D.** $x-3z+1=0$.

Câu 15. Số phức liên hợp của $z=3+i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 f(x)dx=-5$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 8. **C.** -8. **D.** 2.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;4;2)$. **B.** $(-1;4;2)$. **C.** $(1;-4;-2)$. **D.** $(1;4;2)$.

Câu 18. Đường tiềm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;0)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $N(0;1)$. **D.** $P(3;3)$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(3;2)$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+x^2+C$. **B.** $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+x^2+C$.

C. $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=3^x+x^2+C$. **D.** $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=3^x\ln 3+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 22. Phương trình $2^{x-1}=8$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=\dfrac{1}{9}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=9$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			3				3		
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$				-2				$-\infty$

Phương trình $f(x)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+12=0$ bằng

A. 12. **B.** 1. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 25. Giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có tọa độ là

A. $(3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 26. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$ và $y=0$ có diện tích bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 8. **C.** 2. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-4)$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 28. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-2x^4+x^2+1$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$ và $B(2;4;-2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. 12. **B.** $2\sqrt{35}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** 8.

Câu 30. Cho biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị $\int_1^3 [1-f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 7.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;2]$. Biết $F(-1)=2, F(2)=5$. Giá trị $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)<1$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Câu 33. Cho các số thực $a>0, b>0, a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$. Giá trị của $\log_{a^2}\sqrt[3]{b}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 34. Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$				1		

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+9=0$. Giá trị của biểu thức $M=3|z_1|+2|z_2|$ bằng

A. $5\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 15. **D.** 11.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)-x$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+x$ trên tập hợp $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(1)+G(1)=-1$. Giá trị của $\int_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, $BC=a\sqrt{3}$ và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB=a$, $SC=a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $2a$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Khối nón có đỉnh là A, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔBCD thì có thể tích bằng:

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{6}}{27}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, (P) có phương trình là

A. $6x-4y-z-31=0$. **B.** $x+2y-2z-3=0$.

C. $5x-6y-z-1=0$. **D.** $2x-5y+z+1=0$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_3\dfrac{2x^2-7}{625}\le\log_5\dfrac{2x^2-7}{81}$. Số tập con của S là

A. 2^{316}. **B.** 2^{318}. **C.** 319. **D.** 2^{319}.

Câu 42. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[20;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là

A. $\dfrac{28}{31}$. **B.** $\dfrac{10}{31}$. **C.** $\dfrac{23}{31}$. **D.** $\dfrac{9}{31}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, cho phương trình: $z^2+2(m+1)z+m+7=0$ (m là số thực) có hai nghiệm phân biệt là z_1, z_2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $|z_1+5|=|z_2+5|$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^4-x^3+6x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 26. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 30.

Câu 45. cho hàm số f(x) có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị dương trên khoảng $(-\infty;0)$. Hàm số và $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\infty;0)$

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=12$ và điểm $A(0;1;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A, cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là $ax+by+cz+14=0$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $M=a-b+c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 47. Xét các số phức $z;w$ thỏa mãn $|z-2|^2+|z-2i|^2=6$ và $|w-3-2i|=|w+3+6i|$. Khi $|z-w|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính $|z|$.

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}-1$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\frac{1}{3}x^3-2x^2+(m-2)x-4m+\frac{2}{3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_2\left(\frac{5x+4y}{x^2+y^2+xy+3}\right)+4(x+y)=(x+y-1)^2+(x-2)^2+(y-1)^2$$

A. 4 **B.** 3 **C.** 8 **D.** 6

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=0$ và $f(x)+f'(x)=x-2, \forall x\in[0;1]$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{-5e-3}{2e}$. **B.** $\frac{3-2e}{5}$. **C.** $\frac{e-6}{2e}$. **D.** $\frac{-5}{2}$.

>>>Hết<<<

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2B	3A	4C	5B	6B	7B	8D	9A	10B	11D	12B	13A	14A	15D
16C	17C	18A	19A	20B	21B	22A	23D	24D	25C	26D	27C	28B	29C	30C
31D	32B	33A	34C	35C	36D	37D	38B	39D	40A	41A	42B	43A	44A	45B
46C	47D	48D	49D	50C										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Hình nón có bán kính đáy $R=3$, chiều cao $h=4$ thì có diện tích xung quanh bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 30π. **D.** 15π.

Lời giải

Ta có: Đường sinh của hình nón là $l=\sqrt{R^2+h^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5 \Rightarrow S_{xq}=\pi Rl=15\pi$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=e^{2x}$ là

A. $y'=\frac{e^{2x}}{2}$. **B.** $y'=2e^{2x}$. **C.** $y'=2xe^{2x-1}$. **D.** $y'=e^{2x}$.

Lời giải

Ta có: $y'=2e^{2x}$

Câu 3. Khối cầu có thể tích $V=\frac{4}{3}\pi$ thì có bán kính bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $V=\frac{4}{3}\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi \Leftrightarrow R^3=1 \Leftrightarrow R=1$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và $u_6=-7$. Giá trị của u_4 bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 10.

Lời giải

Áp dụng công thức $u_n=u_1+(n-1)d$ ta có:

$$\begin{cases} u_2=u_1+d \\ u_6=u_1+5d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1+d=3 \\ u_1+5d=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=\frac{11}{2} \\ d=\frac{-5}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị của $u_4=u_1+3d=\frac{11}{2}+3.\left(\frac{-5}{2}\right)=-2$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-x+2$.

C. $y=x^2+2x$. **D.** $y=\frac{1}{x+2}$.

Lời giải

Hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ và $y=\frac{1}{x+2}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định, $y=x^2+2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị là parabol nên không nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Hàm số $y=-x^3-x+2$ có $y'=-3x^2-1<0, \forall x\in(-\infty;+\infty)$ nên hàm số $y=-x^3-x+2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?

A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=2x^4-4x^2-5$. **D.** $y=\frac{1}{x+2}$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có $y' = 3x^2 + 6x$. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Hàm số $y = x^4 + 2x^2$ có $y' = 4x^3 + 4x$. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm $x = 0$ nên hàm số $y = x^4 + 2x^2$ có đúng một điểm cực trị.

Hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 - 5$ là hàm trùng phương có $a.b < 0$ nên hàm số có ba điểm cực trị.

Hàm số $y = \dfrac{1}{x+2}$ không có cực trị.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-1;4;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-2;2;4)$. **B.** $(0;3;-1)$. **C.** $(0;6;-2)$. **D.** $(1;3;-1)$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB.

Ta có tọa độ của I là: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{1+(-1)}{2} = 0 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2+4}{2} = 3 \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = \dfrac{-3+1}{2} = -1 \end{cases}$. Vậy $I(0;3;-1)$.

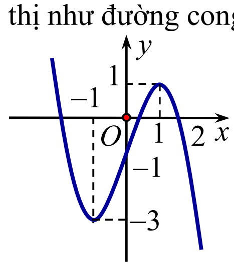
Câu 8. Số phức $z = -4 + 3i$ có phần thực bằng

A. -3. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -4.

Lời giải

Số phức $z = -4 + 3i$ có phần thực bằng -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 2$. **C.** $y = x^3 + 3x - 1$. **D.** $y = x^3 + 2x$.

Lời giải

Với $x = 0$ thì $y < 0$ nên ta loại B và **D**

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên ta loại **C**

Câu 10. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B = 2a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng

A. $12a^3\sqrt{2}$. **B.** $8a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Vì $A'B = 2a\sqrt{2}$ là đường chéo của một mặt, nên cạnh của lập phương bằng $2a$.

Thể tích lập phương là $(2a)^3 = 8a^3$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}-1}$ là

A. $(-\infty;\sqrt{2})$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Vì $\sqrt{2} - 1$ không phải là số nguyên nên điều kiện xác định là $x > 0$.

Tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao $h = a\sqrt{2}$ và có diện tích đáy tương ứng là $S = a^2$ thì có thể tích bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Công thức thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{n_1}=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $2x+y+z=0$. **B.** $x+2y-1=0$.

C. $y-2z+5=0$. **D.** $x-3z+1=0$.

Lời giải

Với $O(0;0;0)$, thay vào $2x+y+z=0$ ta được: $0=0$. Vậy mặt phẳng $2x+y+z=0$ đi qua gốc tọa độ

Câu 15. Số phức liên hợp của $z=3+i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có $|\bar{z}|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 f(x)dx=-5$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 8. **C.** -8. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$$\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx-\int_1^2 f(x)dx=-5-3=-8.$$

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;4;2)$. **B.** $(-1;4;2)$. **C.** $(1;-4;-2)$. **D.** $(1;4;2)$.

Lời giải

Tâm của mặt cầu là $I(1;-4;-2)$

Câu 18. Đường tiềm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có: Đường tiềm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;0)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $N(0;1)$. **D.** $P(3;3)$.

Lời giải

Hàm số xác định: $(0;+\infty)$.

Ta có: $\log_3(1)=0$. Do đó, đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ đi qua điểm $Q(1;0)$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(3;2)$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+x^2+C$.

B. $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+x^2+C$.

C. $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=3^x+x^2+C$.

D. $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=3^x\ln 3+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\int(3^x+2x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+x^2+C$.

Câu 22. Phương trình $2^{x-1}=8$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=\dfrac{1}{9}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Ta có $2^{x-1}=8 \Leftrightarrow 2^{x-1}=2^3 \Leftrightarrow x-1=3 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $f(x)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3$.

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+12=0$ bằng

A. 12. **B.** 1. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $d(O,(P))=\dfrac{|2.0-0+2.0+12|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4$.

Câu 25. Giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có tọa độ là

A. $(3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1-x}{x-3}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-x}{x-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-1}{1-\frac{3}{x}}=-1$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng $x=3$ và đường tiệm cận ngang $y=-1$.

Vậy giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $(3;-1)$.

Câu 26. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$ và $y=0$ có diện tích bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 8. **C.** 2. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường đã cho là $S=\int_0^2\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x=\left|\int_0^2\left(x^2-2x\right)dx\right|=\dfrac{4}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-4)$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Cách 1: Giả sử mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $OABC$ có phương trình $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$ (*)

Vì mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-4)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} d=0 \\ 16+8a+d=0 \\ 4-4b+d=0 \\ 16-8c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ a=-2 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện (*)

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2}=3$.

Cách 2: Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là $R=\dfrac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{4^2+(-2)^2+(-4)^2}=3$.

Câu 28. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-2x^4+x^2+1$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $y'=-8x^3+2x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

$y''=-24x^2+2$.

$y''(0)=2>0$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y_{CT}=1$.

$y''\left(\pm\dfrac{1}{2}\right)=-4<0$, hàm số đạt cực đại tại $x=\pm\dfrac{1}{2}$ và $y_{CD}=\dfrac{9}{8}$.

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$ và $B(2;4;-2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. 12. **B.** $2\sqrt{35}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA}=(3;1;0)$, $\overrightarrow{OB}=(2;4;-2)$, $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-2;6;10)$.

Diện tích tam giác OAB tính theo công thức: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|$.

Vậy $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+6^2+10^2}=\sqrt{35}$.

Câu 30. Cho biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị $\int_1^3\left[1-f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3\left[1-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^3\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=(3-1)-5=-3$.

Vậy $\int_1^3\left[1-f(x)\right]\mathrm{d}x=-3$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;2]$. Biết $F(-1)=2, F(2)=5$. Giá trị $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)-F(-1)=5-2=3$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)<1$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Lời giải,

Ta có: $\log_3(x-2)<1 \Leftrightarrow 0<x-2<3 \Leftrightarrow 2<x<5$.

Câu 33. Cho các số thực $a>0, b>0, a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$. Giá trị của $\log_{a^2}\sqrt[3]{b}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $\log_{a^2}\sqrt[3]{b}=\frac{1}{2}\log_a b^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{6}\log_a b=\frac{1}{6}.2=\frac{1}{3}$.

Câu 34. Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$			0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$		$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy, trên khoảng $(0;+\infty)$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng 1, đạt được tại $x=2$.

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+9=0$. Giá trị của biểu thức $M=3|z_1|+2|z_2|$ bằng

A. $5\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 15. **D.** 11.

Lời giải

Ta có: $z^2-2z+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+2\sqrt{2}i \\ z_2=1-2\sqrt{2}i \end{array}\right. \longrightarrow |z_1|=|z_2|=3$

Suy ra: $M=3|z_1|+2|z_2|=3.3+2.3=15$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)-x$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+x$ trên tập hợp $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(1)+G(1)=-1$. Giá trị của $\int_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Đặt $I=\int_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$

Đổi biến: $t=3x+1 \Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$, $x\big|_0^1 \Rightarrow t\big|_1^4$

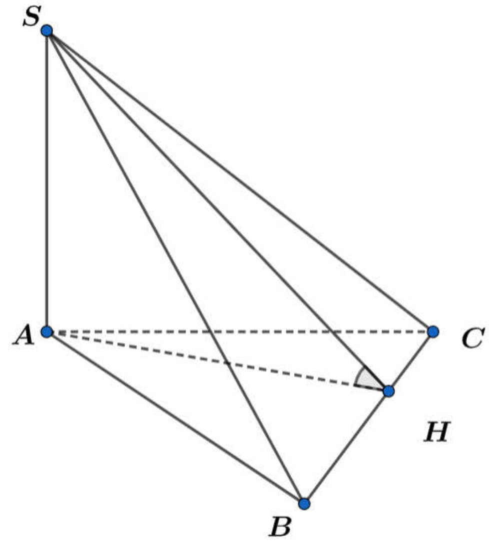
$\Rightarrow I=\frac{1}{3}\int_1^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{6}\int_1^4 \left[f(t)-t+f(t)+t\right]\mathrm{d}t=\frac{1}{6}\left[F(t)+G(t)\right]\Big|_1^4$

$=\frac{1}{6}\left\{\left[F(4)+G(4)\right]-\left[F(1)+G(1)\right]\right\}=1$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2\mathrm{a}$, $BC=a\sqrt{3}$ và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC$ trong (ABC), ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp SH,\ SH \subset (SBC) \\ BC \perp AH,\ AH \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow ((SBC),(ABC)) = (SH, AH) = \widehat{SHA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAH vuông tại A có: $\tan \widehat{SHA} = \dfrac{SA}{AH} \Rightarrow AH = \dfrac{SA}{\tan \widehat{SHA}} = \dfrac{2a}{\tan 60^\circ} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

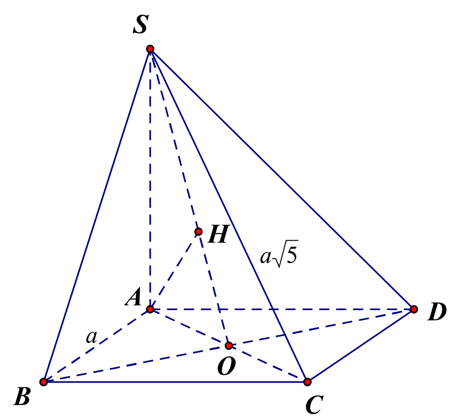
$V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}.AH.BC = \dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.a\sqrt{3} = \dfrac{2a^3}{3}\ (dvtt)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Facebook GV làm: Tam Ngô



Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD.

Ta có O là trung điểm của AC, $AC \cap (SBD) = O$, suy ra $d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$.

Gọi H là hình chiếu của A trên SO, ta suy ra được $AH \perp (SBD)$, hay $d(A,(SBD)) = AH$.

Xét tam giác vuông SAO, vuông tại A, AH là đường cao, ta có:

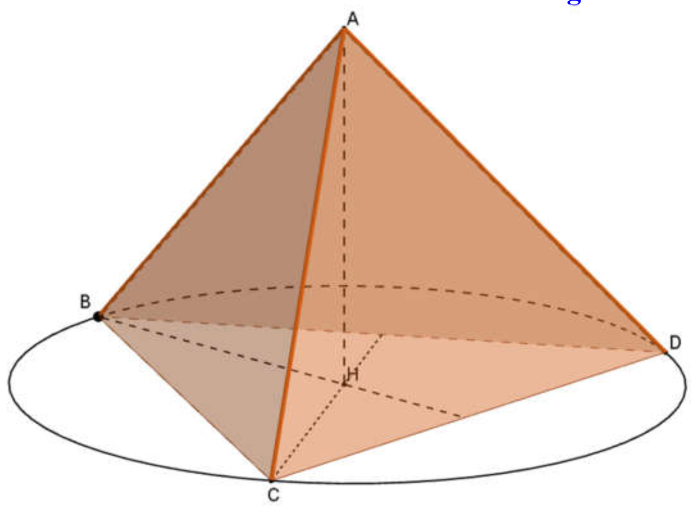
$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng, $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AO^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d\left(C,\left(SBD\right)\right) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Khối nón có đỉnh là A, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔBCD thì có thể tích bằng:

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{27}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $\left(BCD\right)$, H là tâm của ΔBCD. Ta có:

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Bán kính đáy hình nón bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔBCD nên $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

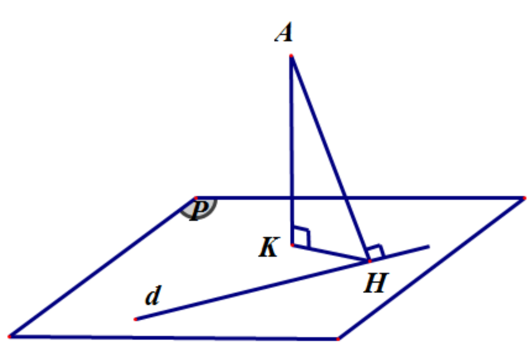
Vậy thể tích khối nón bằng: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\pi\sqrt{6}}{27}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(-3;1;0\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến $\left(P\right)$ lớn nhất, $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $6x - 4y - z - 31 = 0$. **B.** $x + 2y - 2z - 3 = 0$.

C. $5x - 6y - z - 1 = 0$. **D.** $2x - 5y + z + 1 = 0$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d ; K là hình chiếu vuông góc của A trên $\left(P\right)$.

Có $d\left(A;\left(P\right)\right)=AK\le AH$ (không đổi). Suy ra khoảng cách từ A đến $\left(P\right)$ lớn nhất là AH khi $K\equiv H$. Khi đó $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua H và vuông góc với AH.

Ta có $\overrightarrow{u_d}=\left(1;2;-2\right)$; $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=-5+2t\\ z=1-2t\end{cases}$.

Do $H\in d\Rightarrow H\left(2+t;-5+2t;1-2t\right)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\left(5+t;-6+2t;1-2t\right)$.

Ta có $AH\perp d\Rightarrow\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow1\left(5+t\right)+2\left(-6+2t\right)-2\left(1-2t\right)=0\Leftrightarrow9t-9=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $\left(P\right)$ đi qua $H\left(3;-3;-1\right)$ và có VTPT $\overrightarrow{AH}=\left(6;-4;-1\right)$ có phương trình là $6\left(x-3\right)-4\left(y+3\right)-1\left(z+1\right)=0\Leftrightarrow6x-4y-z-31=0$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_3\frac{2x^2-7}{625}\le\log_5\frac{2x^2-7}{81}$. Số tập con của S là

A. 2^{316}. **B.** 2^{318}. **C.** 319. **D.** 2^{319}.

Lời giải

Điều kiện: $2x^2-7>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<\frac{\sqrt{14}}{2}\\ x>\frac{\sqrt{14}}{2}\end{array}\right.$.

Ta có:

$\log_3\frac{2x^2-7}{625}\le\log_5\frac{2x^2-7}{81}$

$\Leftrightarrow\log_3 5.\left[\log_5\left(2x^2-7\right)-4\right]\le\log_5\left(2x^2-7\right)-4\log_5 3$

$\Leftrightarrow\left(\log_3 5-1\right).\log_5\left(2x^2-7\right)\le4\log_3 5-4\log_5 3$

$\Leftrightarrow\log_5\left(2x^2-7\right)\le\frac{4\left(\log_3 5-\log_5 3\right)}{\log_3 5-1}$

$\Leftrightarrow\log_5\left(2x^2-7\right)\le4\left(1+\log_5 3\right)$

$\Leftrightarrow\log_5\left(2x^2-7\right)\le\log_5 15^4$

$\Leftrightarrow2x^2-7\le15^4$

$\Leftrightarrow-\sqrt{25316}\le x\le\sqrt{25316}$

Kết hợp điều kiện ta có $S=\left\{-159;-158;...;-2;2;...;158;159\right\}$.

Vậy S có 316 số nguyên x. Số tập con của S là 2^{316}.

Câu 42. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $\left[20;50\right]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là

A. $\frac{28}{31}$. **B.** $\frac{10}{31}$. **C.** $\frac{23}{31}$. **D.** $\frac{9}{31}$.

Lời giải

Không gian mẫu là chọn một số tự nhiên thuộc đoạn $\left[20;50\right]$ $\Rightarrow n\left(\Omega\right)=31$.

Gọi A là biến cố chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục

$A=\left\{20,21,30,31,32,40,41,42,43,50\right\}$ nên $n\left(A\right)=10$

Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{31}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, cho phương trình: $z^2+2(m+1)z+m+7=0$ (m là số thực) có hai nghiệm phân biệt là z_1, z_2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $|z_1+5|=|z_2+5|$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\Delta'=m^2+m-6$.

TH1: $\Delta'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-3\end{array}\right.$

Phương trình có hai nghiệm thực và z_1,z_2 nên

$|z_1+5|=|z_2+5|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1+5=z_2+5\\z_1+5=-(z_2+5)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=z_2\,(Loai)\\z_1+z_2=-10\end{array}\right.\Leftrightarrow-2(m+1)=-10\Leftrightarrow m=4\,(tm)$

Suy ra có 1 giá trị m.

TH2: $\Delta'<0\Leftrightarrow-3<m<2$

Phương trình có hai nghiệm phức liên hợp $z_1,z_2=\overline{z_1}\Rightarrow z_1+5,z_2+5=\overline{z_1}+5$ cũng là hai số phức liên hợp do đó

$|z_1+5|=|z_2+5|\ \forall m\in(-3;2)$

nên có 4 giá trị m.

Vậy có 5 giá trị m.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^4-x^3+6x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 26. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 30.

Lời giải

+) Ta có $y'=-2x^3-3x^2+12x-m,\forall x\in\mathbb{R}$.

+) $y'=0\Leftrightarrow-2x^3-3x^2+12x-m=0\Leftrightarrow m=-2x^3-3x^2+12x$, (1)

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x)=-2x^3-3x^2+12x$. $f'(x)=-6x^2-6x+12, f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-20	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, ta có phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-20<m<7$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-19;-34;...;-1;0;1;...6\}$. Vậy có 26 giá trị nguyên của m thoả mãn đề bài.

Câu 45. cho hàm số f(x) có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị dương trên khoảng $(-\infty;0)$. Hàm số và $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\infty;0)$

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Nhận thấy: $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $(-\infty;0)$.

$\Rightarrow f'(x)>0$ với $\forall x\in(-\infty;0)$

Theo giả thiết: $f(x)>0$ với $\forall x\in(-\infty;0)$

Ta có: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{f'(x).x-f(x)}{x^2}$

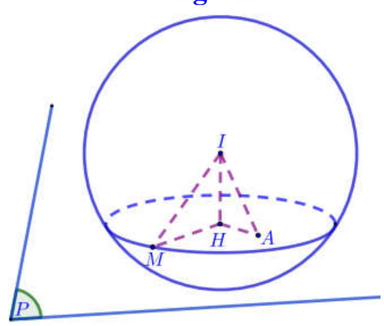
Với $\forall x\in(-\infty;0)$ ta có $\begin{cases} f'(x)>0 \\ f(x)>0 \\ x<0 \end{cases}$ Suy ra: $g'(x)<0$ với $\forall x\in(-\infty;0)$

Vậy $g(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;0)$ nên hàm số không có cực trị trên khoảng đó.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=12$ và điểm $A(0;1;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A, cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là $ax+by+cz+14=0$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $M=a-b+c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải



Mặt phẳng (S) có tâm $I(-1;2;-5)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), khi đó H là tâm đường tròn thiết diện và $IH\le IA$.

Gọi r là tâm đường tròn thiết diện, ta có $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.
Suy ra, đường tròn có bán kính r nhỏ nhất khi và chỉ khi IH lớn nhất.
Ta có $IH\le IA\Rightarrow IH$ lớn nhất khi và chỉ khi $H\equiv A$ hay hình chiếu của I lên (P) là điểm A.

Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;-3)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(1;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trinh mặt phẳng (P) là

$(x-0)-(y-1)+2(z+3)=0\Leftrightarrow x-y+2z+7=0$

Hay $(P): 2x-2y+4z+14=0$. Suy ra $a=2,b=-2,c=4$.

Vậy $M=a-b+c=8$

Câu 47. **(Đề gốc bị sai, nên tôi thay thế bằng câu này)** Xét các số phức $z;w$ thỏa mãn $|z-2|^2+|z-2i|^2=6$ và $|w-3-2i|=|w+3+6i|$. Khi $|z-w|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính $|z|$.

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}-1$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

+) Gọi $z=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$ và M là điểm biểu diễn số phức z.

Ta có $|z-2|^2+|z-2i|^2=6 \Leftrightarrow (x-2)^2+y^2+x^2+(y-2)^2=6 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Suy ra M thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;1)$ bán kính $R=1$.

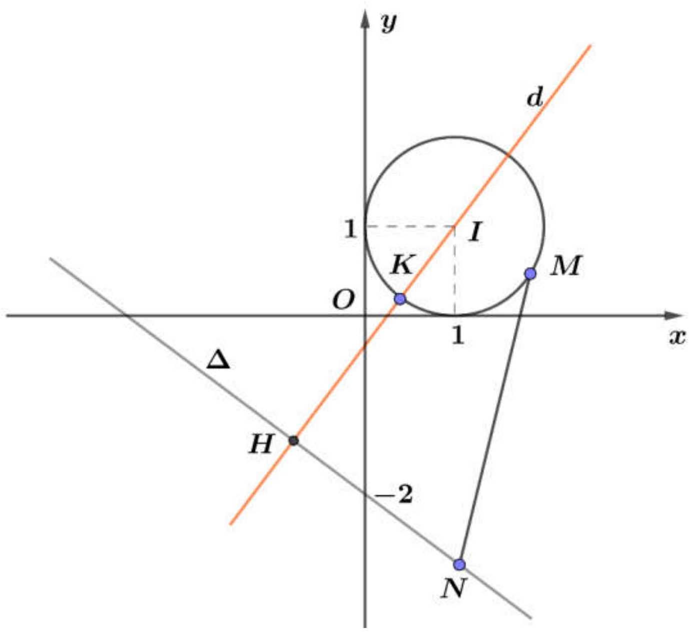
+) Gọi $w=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ và N là điểm biểu diễn số phức w.

Ta có $|w-3-2i|=|w+3+6i| \Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2+(b-2)^2}=\sqrt{(a+3)^2+(b+6)^2} \Leftrightarrow 3a+4b+8=0$.

Suy ra N thuộc đường thẳng $\Delta: 3x+4y+8=0$.

+) Gọi d đi qua I và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y+8=0$, suy ra $d: 4x-3y-1=0$.

Gọi $H=d\cap\Delta \Rightarrow H\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5}\right) \Rightarrow IH=3$.



Gọi K là giao điểm của đoạn IH và (C). Ta có $IH=3; IK=1 \Rightarrow \overrightarrow{IK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IH} \Rightarrow K\left(\frac{2}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Mặt khác, ta có $|z-w|=MN$.

Vì M thay đổi thuộc đường tròn (C) và N thay đổi thuộc đường thẳng Δ nên suy ra $MN\ge KH$
.

Do đó $|z-w|_{\min}=HK=2$ khi $M\equiv K, N\equiv H$, suy ra $M\left(\frac{2}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Vậy $|z|=OM=\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\frac{1}{3}x^3-2x^2+(m-2)x-4m+\frac{2}{3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

FB PB: Hiếu Lê

Đặt $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+(m-2)x-4m+\frac{2}{3}$, ta có $f'(x)=x^2-4x+m-2$.

Xét hàm số $h(x)=-x^2+4x+2$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$h(x)$	$-\infty$ ↗	5 ↗	6	↘ 5	↘ $-\infty$

Yêu cầu bài toán tương đương

$$\begin{cases} f'(x)\ge 0, \forall x\in(1;3) \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} f'(x)\le 0, \forall x\in(1;3) \\ f(1)\le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge h(x), \forall x\in(1;3) \\ f(1)\ge 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m\le h(x), \forall x\in(1;3) \\ f(1)\le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 6 \\ -3m-3\ge 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m\le 5 \\ -3m-3\le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 6 \\ -3m-3\ge 0 \end{cases} \text{(vô nghiệm) hoặc } -1\le m\le 5$$

Vậy $m\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_2\left(\frac{5x+4y}{x^2+y^2+xy+3}\right)+4(x+y)=(x+y-1)^2+(x-2)^2+(y-1)^2$$

A. 4 **B.** 3 **C.** 8 **D.** 6

Lời giải

Điều kiện xác định: $\dfrac{5x+4y}{x^2+y^2+xy+3}>0 \Leftrightarrow 5x+4y>0$.

Phương trình trở thành: $\log_2(5x+4y)+2(5x+4y)=\log_2\left(x^2+y^2+xy+3\right)+2\left(x^2+y^2+xy+3\right)$ (1)

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+2t, t>0$, vì $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+2>0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow 5x+4y=x^2+y^2+xy+3 \Leftrightarrow (x+y)^2+(x-5)^2+(y-4)^2=35$ (2)

Vì x,y nguyên nên từ (2) suy ra $\begin{cases} (x-5)^2\le 25 \\ (y-4)^2\le 25 \\ (x+y)^2\le 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 10 \\ -1\le y\le 9 \\ -5\le x+y\le 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0\le x\le 5 \\ -1\le y\le 5 \\ x+y\le 5 \end{cases}$.

Thử lại ta thấy có 6 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn là $(0;1),(0;3),(2;-1);(2;3),(4;-1),(4;1)$.

Cách khác: (1) $\Leftrightarrow 5x+4y=x^2+y^2+xy+3 \Leftrightarrow x^2+(y-5)x+y^2-4y+3=0$

Phương trình (2) có nghiệm x khi $\Delta\ge 0 \Leftrightarrow (y-5)^2-4\left(y^2-4y+3\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow -3y^2+6y+13\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{3-4\sqrt{3}}{3}\le y\le \dfrac{3+4\sqrt{3}}{3}$. Do y nguyên nên $y\in\{-1;0;1;2;3\}$. Lần lượt thay mỗi giá trị của $y\in\{-1;0;1;2;3\}$ vào phương trình (2) ta tìm nghiệm x nguyên tương ứng.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=0$ và

$f(x)+f'(x)=x-2, \forall x\in[0;1]$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{-5e-3}{2e}$. **B.** $\dfrac{3-2e}{5}$. **C.** $\dfrac{e-6}{2e}$. **D.** $\dfrac{-5}{2}$.

Lời giải

Ta có $f(x)+f'(x)=x-2 \Leftrightarrow e^x f(x)+e^x f'(x)=(x-2)e^x \Leftrightarrow \left[e^x f(x)\right]'=(x-2)e^x$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được: $\int \left[e^x f(x)\right]' dx=\int (x-2)e^x dx \Leftrightarrow e^x f(x)=\int (x-2)e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u=x-2 \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=e^x \end{cases} \Rightarrow e^x f(x)=(x-2)e^x-\int e^x dx \Leftrightarrow e^x f(x)=(x-2)e^x-e^x+C$

$\Rightarrow e^x f(x)=(x-3)e^x+C$. Do $f(0)=0 \Rightarrow C=3$

Khi đó $e^x f(x)=(x-3)e^x+3 \Rightarrow f(x)=x-3+3e^{-x}$

$\Rightarrow \int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 \left(x-3+3e^{-x}\right)dx=\left.\left(\dfrac{x^2}{2}-3x-3e^{-x}\right)\right|_0^1=\dfrac{e-6}{2e}$.