



Chương

Bài 3. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Trong không gian, cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

👉 **Lời giải**

Chọn C

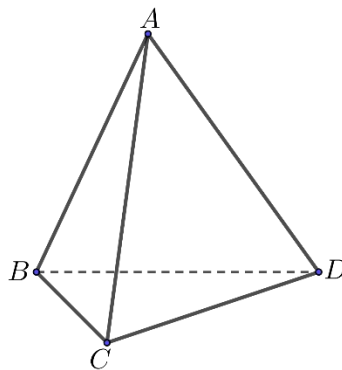
Có 3 vị trí tương đối giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .

Trường hợp 1: Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên, ta nói a nằm trong (P) .

Trường hợp 2: Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có một điểm chung duy nhất A , ta nói a cắt (P) tại A .

Trường hợp 3: Đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung nào, ta nói a song song với (P) .

» **Câu 2.** Cho tứ diện $ABCD$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (BCD) là.



A. $BC \parallel (BCD)$ B. $BC \subset (BCD)$ C. $BC \cap (BCD) = A$ D. $BC \cap (BCD) = D$

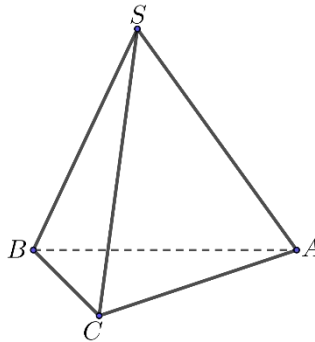
👉 **Lời giải**

Chọn B

Đường thẳng BC có hai điểm chung B và C với mặt phẳng (BCD) , suy ra $BC \subset (BCD)$.



» **Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABC$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là.

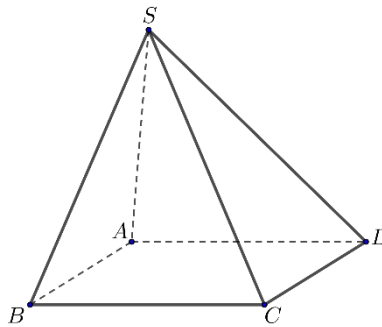


- A. $SB // (ABC)$. B. $SB \subset (ABC)$. C. $SB \cap (ABC) = A$. D. $SB \cap (ABC) = B$.
 🐞 **Lời giải**

Chọn D

Đường thẳng SB có điểm chung duy nhất B với mặt phẳng (ABC) , suy ra SB cắt mặt phẳng (ABC) tại B .

» **Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Vị trí tương đối giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) là.



- A. $AB \cap (SCD) = B$. B. $AB \cap (SCD) = S$. C. $AB \subset (SCD)$. D. $AB // (SCD)$.
 🐞 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $AB \not\subset (SCD)$
 $AB // CD$ (do $ABCD$ là hình bình hành).
 $CD \subset (SCD)$

Suy ra $AB // (SCD)$

» **Câu 5.** Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. Vô số.
 🐞 **Lời giải**

Chọn B

Theo lý thuyết : Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau thì qua a có một và chỉ một mặt phẳng song song với b .



- » **Câu 6.** Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (a) . Giả sử $b \not\subset (a)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A.** Nếu $b // (a)$ thì $b // a$
- B.** Nếu b cắt (a) thì b cắt a .
- C.** Nếu b cắt (a) và (b) chứa b thì giao tuyến của (a) và (b) là đường thẳng cắt cả a và b .
- D.** Nếu $b // a$ thì $b // (a)$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{cases} b // a \\ a \subset (a) \Rightarrow b // (a) \\ b \not\subset (a) \end{cases}$$

Ta có

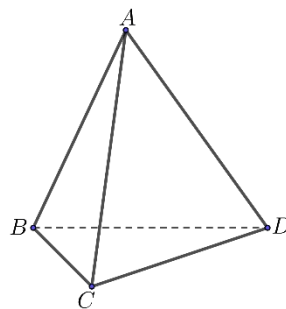
- » **Câu 7.** Cho tứ diện $ABCD$. Cho các mệnh đề sau:
- (1) $AD \subset (ABC)$
- (2) $AD \cap (ABC) = C$
- (3) $AB \subset (ABC)$
- (4) $AC // (ABD)$

Trong các mệnh đề đã cho, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

👉 **Lời giải**

Chọn A



Ta có $AD \cap (ABC) = A \Rightarrow$ mệnh đề (1) sai
 $AC \cap (ABD) = A \Rightarrow$ mệnh đề (2) sai
 $AB \subset (ABC) \Rightarrow$ mệnh đề (3) đúng
 $AC \cap (ABD) = A \Rightarrow$ mệnh đề (4) sai.

Vậy trong 4 mệnh đề đã cho có 1 mệnh đề đúng

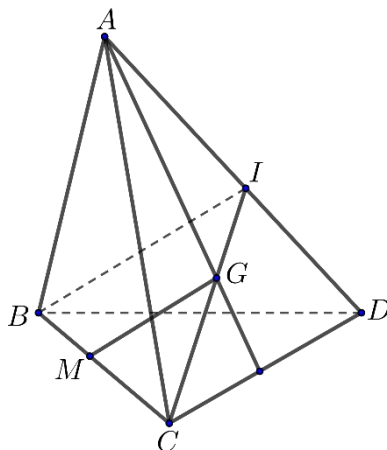
- » **Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác ACD , M thuộc đoạn BC sao cho $CM = 2MB$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.



- A. $MG \parallel (ABC)$ B. $MG \parallel (ABD)$ C. $MG \parallel CD$ D. $MG \parallel BD$

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AD .

Trong (IBC) , ta có:

$CG = 2GI$ (Vì G là trọng tâm của tam giác ACD)

$CM = 2MB$ (gt)

$$\text{hay } \frac{CG}{GI} = \frac{CM}{MB} = 2$$

$\Rightarrow MG \parallel BI$ ($BI \subset (ABD)$)

$MG \parallel (ABD)$

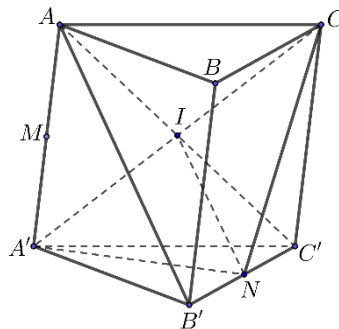
Vậy

- » **Câu 9.** Cho tam giác $A'B'C'$, dựng các đường thẳng $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$ sao cho chúng không thuộc mặt phẳng $(A'B'C')$ và lần lượt đi qua các điểm A', B', C' . Trên các đường d_1, d_2, d_3 lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $AB \parallel A'B', BC \parallel B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AA', B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BMN) B. (CMN) C. $(A'CN)$ D. $(A'BN)$

Lời giải

Chọn C



Gọi I là tâm của hình bình hành $ACCA'$.

Trong (ABC') , ta có:

$AI = IC'$ (Vì I là tâm của hình bình hành $ACCA'$)



$$BN = NC' \text{ (vì } N \text{ là trung điểm của } BC')$$

$$\Rightarrow AB \parallel IN \quad IN \subset (A'NC)$$

$$AB \parallel (A'NC)$$

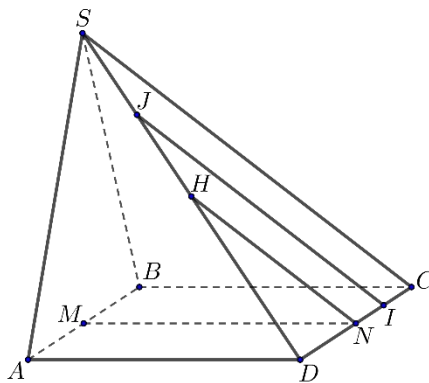
Vậy

» **Câu 10.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, H lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, SD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CN và SH . Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- (i) $MN \parallel (SBC)$ (ii) $AD \parallel (SBC)$ (iii) $HN \parallel (SBC)$ (iv) $IJ \parallel (HMN)$
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

⇨ **Lời giải**

Chọn C



Ta có M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD và $ABCD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow MN \parallel BC \text{ mà } BC \subset (SBC)$$

$$\Rightarrow MN \parallel (SBC)$$

Ta có $AD \parallel BC$ (vì $ABCD$ là hình bình hành) mà $BC \subset (SBC)$
 $\Rightarrow AD \parallel (SBC)$

Ta có H, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng SD, CD
 $\Rightarrow HN \parallel SC$ mà $SC \subset (SBC)$
 $\Rightarrow HN \parallel (SBC)$

Ta có I, J lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng SH, CN
 $\Rightarrow IJ \parallel SC$ mà $SC \subset (SBC)$
 $\Rightarrow IJ \parallel (SBC)$

Vậy ta có 4 khẳng định đúng.

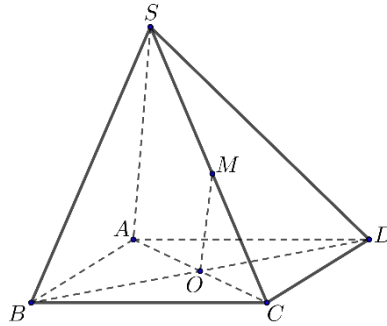
» **Câu 11.** Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm hai đường chéo. Gọi M là trung điểm của SC . Đường thẳng OM song song với những mặt phẳng nào sau đây?

- A.** (SAD) và (SBC) **B.** (SAD) và (SBA)
C. (SBA) và (SCD) **D.** (SAC) và $(ABCD)$

⇨ **Lời giải**



Chọn B



Ta có $OM \parallel SA$ (vì OM là đường trung bình của ΔSAC).
 $SA \subset (SAB), OM \not\subset (SAB) \Rightarrow OM \parallel (SAB)$

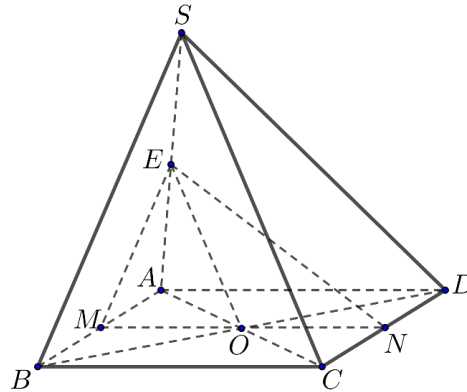
$SA \subset (SAD), OM \not\subset (SAD) \Rightarrow OM \parallel (SAD)$

» **Câu 12.** Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và M, N, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, SA . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. MN song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .
- B. SB và SC song song với (MNE) .
- C. ME song song với hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .
- D. EO song song với hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

👉 **Lời giải**

Chọn C



» Ta có $\begin{cases} MN \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \Rightarrow MN \parallel (SBC) \\ MN \not\subset (SBC) \end{cases}$, và $\begin{cases} MN \parallel AD \\ AD \subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD) \\ MN \not\subset (SAD) \end{cases}$.

» Ta có $\begin{cases} SB \parallel MN \\ MN \subset (MNE) \Rightarrow SB \parallel (MNE) \\ SB \not\subset (MNE) \end{cases}$, và $\begin{cases} SC \parallel EO \\ EO \subset (MNE) \Rightarrow SC \parallel (MNE) \\ SC \not\subset (MNE) \end{cases}$.

» $ME \subset (SAB)$ nên ME không song song với (SAB) .



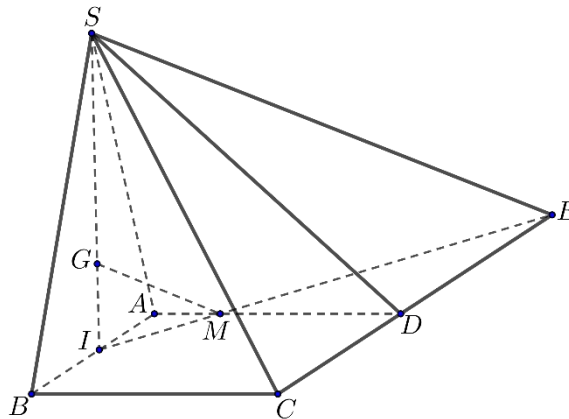
» Ta có $\begin{cases} EO \parallel SC \\ SC \subset (SBC) \Rightarrow EO \parallel (SBC) \\ EO \not\subset (SBC) \end{cases}$, và $\begin{cases} EO \parallel SC \\ SC \subset (SCD) \Rightarrow EO \parallel (SCD) \\ EO \not\subset (SCD) \end{cases}$

» **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , I là trung điểm của AB và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$. MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) B. (SAD) C. (SBD) D. (SCD)

👉 **Lời giải**

Chọn D



Gọi $E = IM \cap CD \Rightarrow SE \subset (SCD)$.

Do G là trọng tâm tam giác SAB nên $\frac{IG}{IS} = \frac{1}{3}$.

Ta có tam giác MIA đồng dạng với tam giác MED nên $\frac{MI}{ME} = \frac{MA}{MD}$.

Mà $AM = \frac{1}{3}AD$ nên $\frac{MA}{MD} = \frac{1}{2}$, suy ra $\frac{MI}{ME} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IM}{IE} = \frac{1}{3}$.

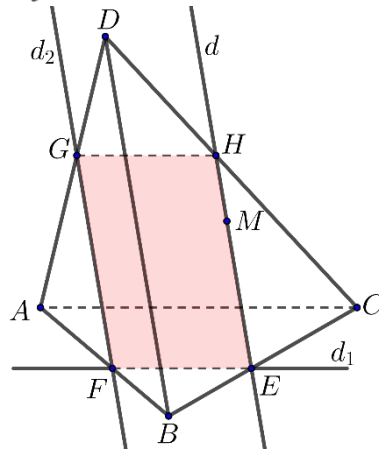
Vậy $\frac{IG}{IS} = \frac{IM}{IE} \Rightarrow GM \parallel SE$ mà $SE \subset (SCD), GM \not\subset (SCD)$. Vậy $GM \parallel (SCD)$.

» **Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$, lấy điểm M là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD . Gọi (a) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD . Hình tạo bởi các giao tuyến của (a) với các mặt của tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình vuông. D. Hình thoi.

👉 **Lời giải**

Chọn A



» Xét (a) và (BCD) .

Ta có M là điểm chung của hai mặt phẳng.

$(a) \parallel BD, BD \subset (BCD)$. Khi đó $(a) \cap (BCD) = d$ với d đi qua M và $d \parallel BD$.

Gọi $E = d \cap BC, H = d \cap DC$.

» Xét (a) và (ABC) .

Ta có E là điểm chung của hai mặt phẳng.

$(a) \parallel AC, AC \subset (ABC)$. Khi đó $(a) \cap (ABC) = d_1$ với d_1 đi qua E và $d_1 \parallel AC$.

Gọi $F = d_1 \cap AB$.

» Xét (a) và (ABD) .

Ta có F là điểm chung của hai mặt phẳng.

$(a) \parallel BD, BD \subset (ABD)$. Khi đó $(a) \cap (ABD) = d_2$ với d_2 đi qua F và $d_2 \parallel BD$.

Gọi $G = d_2 \cap AD$.

Vậy các giao tuyến của (a) với các mặt của tứ diện gồm có

$$\begin{cases} (a) \cap (ABC) = EF \\ (a) \cap (ABD) = FG \\ (a) \cap (ADC) = GH \\ (a) \cap (DBC) = EH \end{cases}$$

. Vậy hình tạo bởi các giao tuyến là tứ giác $EFGH$.

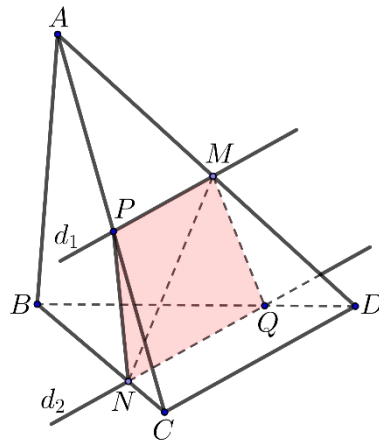
Mặt khác $HE \parallel GF, EF \parallel GH$ nên $EFGH$ là hình bình hành.

» **Câu 15.** Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy trung điểm M , trên đoạn thẳng BC lấy điểm N . Gọi (a) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD và gọi (H) là hình tạo bởi các giao tuyến của (a) với các mặt của tứ diện. Xác định vị trí của điểm N trên đoạn BC sao cho (H) là một hình bình hành.

- A.** $BN = \frac{1}{2}BC$ **B.** $BN = 2BC$ **C.** $BN = \frac{3}{2}BC$ **D.** $3BN = 2BC$

⇒ **Lời giải**

Chọn A



» Xét (a) và (ACD)

Ta có M là điểm chung của hai mặt phẳng $(a) // CD, CD \subset (ACD)$. Khi đó $(a) \cap (ACD) = d_1$ với d_1 đi qua M và $d_1 // CD$.

Gọi $P = d_1 \cap AC$.

» Xét (a) và (BCD)

Ta có N là điểm chung của hai mặt phẳng $(a) // CD, CD \subset (BCD)$. Khi đó $(a) \cap (BCD) = d_2$ với d_2 đi qua N và $d_2 // CD$.

Gọi $Q = d_2 \cap BD$.

Vậy các giao tuyến của (a) với các mặt của tứ diện gồm có

$$\begin{cases} (a) \cap (ABC) = PN \\ (a) \cap (BCD) = NQ \\ (a) \cap (ABD) = QM \\ (a) \cap (ACD) = MP \end{cases}$$

Vậy hình tạo bởi các giao tuyến là tứ giác $MPNQ$.

Mặt khác $PM // NQ$ nên $MPNQ$ là hình thang.

Ta có: $PM // CD, MP = \frac{1}{2}CD$ (vì PM là đường trung bình của tam giác ACD)

Để $MPNQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \begin{cases} PM // NQ \\ PM = NQ \end{cases}$, vậy $NQ // CD, NQ = \frac{1}{2}CD$

Khi đó N là trung điểm BC , hay $BN = \frac{1}{2}BC$.

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 16. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (a) .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu $a \cap (a) = \emptyset$ thì $a // (a)$		
(b)	Nếu $a // b$ và $b // (a)$ thì $a // (a)$		
(c)	Nếu a và (a) có 2 điểm chung thì $a \subset (a)$.		



)			
(d)	Nếu $a // b$ và $b \subset (a)$ thì $a // (a)$.		

Lời giải

(a) Nếu $a \cap (a) = \emptyset$ thì $a // (a)$.

Nếu $a \cap (a) = \emptyset$ thì $a // (a)$ đúng do định nghĩa.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Nếu $a // b$ và $b // (a)$ thì $a // (a)$.

Nếu $a // b$ và $b // (a)$ thì $a // (a)$ là mệnh đề sai vì a có thể nằm trong (a) .

» **Chọn SAI.**

(c) Nếu a và (a) có 2 điểm chung thì $a \subset (a)$.

Nếu a và (a) có 2 điểm chung thì $a \subset (a)$ đúng.

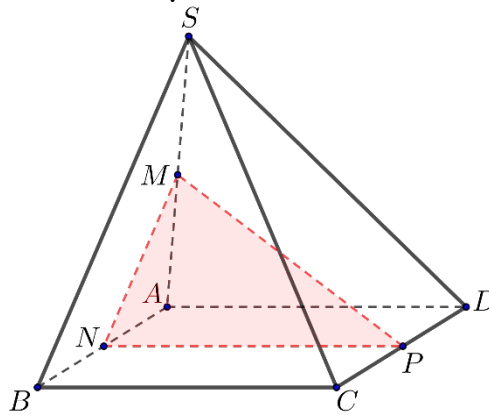
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nếu $a // b$ và $b \subset (a)$ thì $a // (a)$.

Nếu $a // b$ và $b \subset (a)$ thì $a // (a)$ là mệnh đề sai vì a có thể nằm trong (a) .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là các trung điểm của các đoạn SA, AB, CD như hình vẽ.



		Đúng	Sai
(a)	$SB // (MNP)$		
(b)	$AD // (MNP)$		
(c)	Giao tuyến của (SAD) và (MNP) là đường thẳng song song với AD		
(d)	Giao tuyến của (SAB) và (MNP) là đường thẳng song song với MN .		

Lời giải

(a) $SB // (MNP)$.



$$\begin{cases} SB \not\subset (MNP) \\ SB // MN \Rightarrow SB // (MNP) \\ MN \subset (MNP) \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $AD // (MNP)$

$$\begin{cases} AD // NP \\ NP \subset (MNP) \Rightarrow AD // (MNP) \\ AD \not\subset (MNP) \end{cases}$$

Tương tự,

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giao tuyến của (SAD) và (MNP) là đường thẳng song song với AD .

$$\begin{cases} AD // (MNP) \\ AD \subset (SAD) \end{cases}$$

Ta có $M \in (MNP) \cap (SAD)$ nên giao tuyến của (SAD) và (MNP) là đường thẳng qua M và song song với AD .

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giao tuyến của (SAB) và (MNP) là đường thẳng song song với MN .

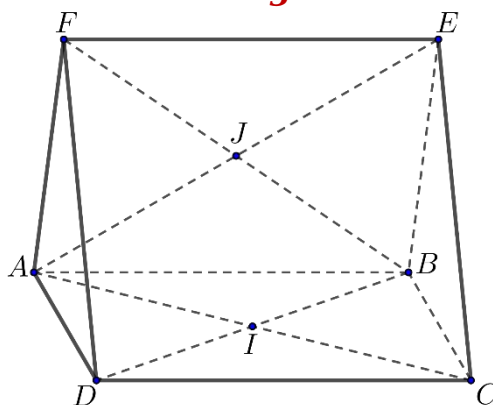
Giao tuyến của (SAB) và (MNP) là đường thẳng MN .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 18.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không đồng phẳng có tâm lần lượt là I và J .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$IJ // (ADF)$		
(b)	$IJ // (CEB)$		
(c)	$IJ // (CEA)$		
(d)	$IJ // (CDFE)$		

» **Lời giải**





(a) $IJ \parallel (ADF)$.

Do I và J là trung điểm của BD và BF nên $IJ \parallel DF$, mà $DF \subset (ADF) \Rightarrow IJ \parallel (ADF)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $IJ \parallel (CEB)$.

Do I và J là trung điểm của AC và AE , nên $IJ \parallel EC$, mà $EC \subset (CBE) \Rightarrow IJ \parallel (CEB)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $IJ \parallel (CEA)$

$IJ \subset (CEA)$

» **Chọn SAI.**

(d) $IJ \parallel (CDFE)$.

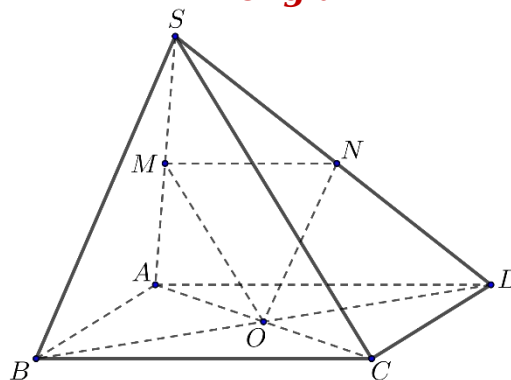
Ta có $IJ \parallel CE$, mà $CE \subset (CDEF)$ nên $IJ \parallel (CDFE)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	MN song song với mặt phẳng (SAB)		
(b)	MO song song với mặt phẳng (SBC)		
(c)	NO song song với mặt phẳng (SBD)		
(d)	CD song song với mặt phẳng (MNO)		

» **Lời giải**



(a) MN song song với mặt phẳng (SAB) .

Ta có $M \in SA, N \in SB$ nên $MN \subset (SAB)$.

» **Chọn SAI.**

(b) MO song song với mặt phẳng (SBC) .



Ta có M là trung điểm SA , O là trung điểm AC
 $\Rightarrow MO$ là đường trung bình của $\Delta SAC \Rightarrow MO \parallel SC$

Mà $SC \subset (SBC) \Rightarrow MO \parallel (SBC)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) NO song song với mặt phẳng (SBD) .

Ta có $N \in SB, O \in BD$ nên $NO \subset (SBD)$.

» **Chọn SAI.**

(d) CD song song với mặt phẳng (MNO) .

Ta có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên $MN \parallel AB$

mà $AB \parallel CD \Rightarrow MN \parallel CD$

Lại có $MN \subset (MNO) \Rightarrow CD \parallel (MNO)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

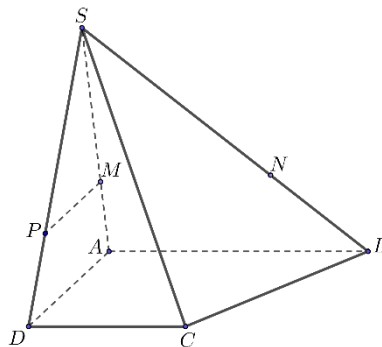
» **Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ,
 $AB = 2CD$. Trên các cạnh SA, SB, SD lấy các điểm M, N, P sao cho

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMP) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .		
(b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SMN) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .		
(c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng CI với I là trung điểm của AB .		
(d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (PAB) là đường thẳng đi qua Q và song song với MN với $Q = PA \cap MD$.		

» **Lời giải**

(a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SMP) là đường thẳng đi qua S và song song với AD .

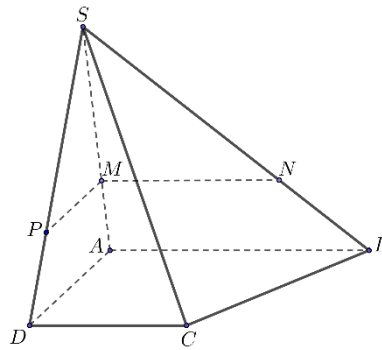


Ta có $(SAD) \equiv (SMP)$

» **Chọn SAI.**



(b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SMN) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .



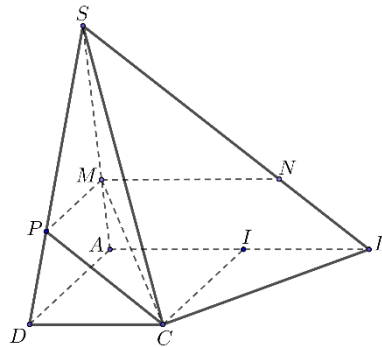
Ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} \Rightarrow MN \parallel AB$ mà $AB \parallel CD \Rightarrow MN \parallel CD$.

Mà $S \in (SMN) \cap (SCD)$

$\Rightarrow (SMN) \cap (SCD) = Sx$ với $Sx \parallel AB \parallel CD \parallel MN$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (CPM) và $(ABCD)$ là đường thẳng CI với I là trung điểm AB .



Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow AI = CD = \frac{AB}{2}$ và $CD \parallel AI$
 $\Rightarrow ADCI$ là hình bình hành $\Rightarrow AD \parallel CI$ (1)

Ta có $C \in (CPM) \cap (ABCD)$.

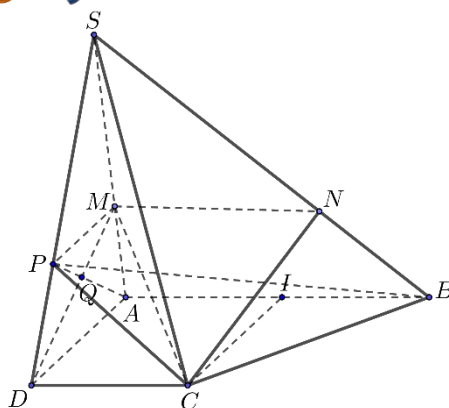
Lại có $\frac{SM}{SA} = \frac{SP}{SD} \Rightarrow MP \parallel AD$

$\Rightarrow Ct = (CPM) \cap (ABCD)$ với $Ct \parallel AD$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $I \in Ct$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (PAB) là đường thẳng đi qua Q và song song với MN với $Q = PA \cap MD$.



Ta có $MN \parallel CD \Rightarrow D \in (CMN)$

Gọi $Q = AP \cap MD$. Khi đó $Q \in (CMN) \cap (PAB)$

Mặt khác $MN \parallel AB \Rightarrow Qt = (CMN) \cap (PAB)$ với $Qt \parallel MN \parallel AB$

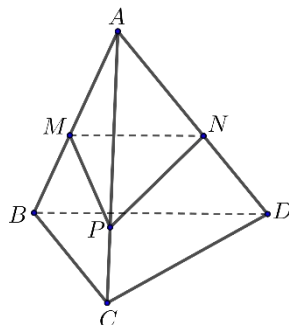
» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD và P là điểm trên cạnh AC sao cho $PA = 2PC$. Trong ba đường thẳng MN, NP, PM có bao nhiêu đường thẳng song song với mặt phẳng (BCD) ?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**



Ta có $\begin{cases} MN \parallel BD \\ BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (BCD)$

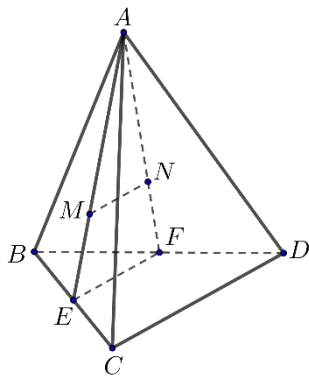
Trong (ABC) , hai đường thẳng phân biệt MP và BC không song song nên cắt nhau tại một điểm, do đó MP có điểm chung với mặt phẳng (BCD) .

Trong (ACD) , hai đường thẳng phân biệt PN và CD không song song nên cắt nhau tại một điểm, do đó PN có điểm chung với mặt phẳng (BCD) .

» **Câu 22.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Đường thẳng MN song song với bao nhiêu mặt phẳng trong bốn mặt của tứ diện?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và BD .

Ta có $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel EF$, mà $EF \subset (BCD)$ suy ra $MN \parallel (BCD)$.

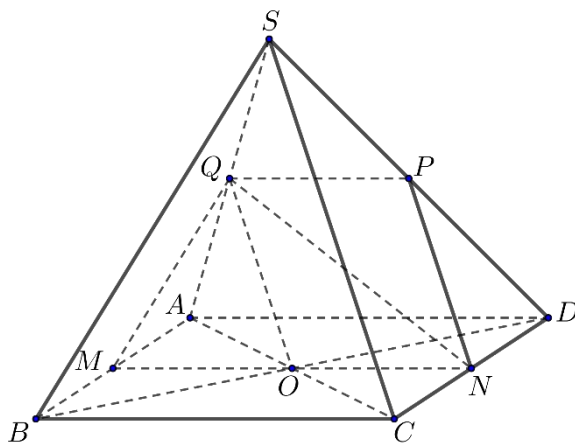
Ta lại có $MN \parallel EF$ và $EF \parallel CD$ suy ra $MN \parallel CD$ do đó $MN \parallel (ACD)$.

Ta có MN cắt (ABC) tại M và cắt mặt phẳng (ABD) tại N , nên MN không song song với hai mặt phẳng này.

» **Câu 23.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA . Có tất cả bao nhiêu cạnh của hình chóp song song với mặt phẳng (MNQ) .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**



Ta có 3 cạnh của hình chóp là AB, CD, SA đều có điểm chung với mặt phẳng (MNQ) nên không thể song song với mặt phẳng này.

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , và P là trung điểm của SD .

■ Ta có $BC \parallel MN \parallel AD$ nên BC và AD đều song song với mặt phẳng (MNQ) .

■ Ta lại có $SB \parallel MQ \Rightarrow SB \parallel (MNQ)$ và $SC \parallel OQ \Rightarrow SC \parallel (MNQ)$.

■ Vì SD cắt mặt phẳng (MNQ) tại trung điểm P của SD .

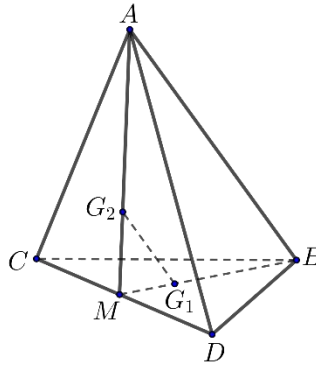
Vậy có tất cả 4 cạnh của hình chóp song song với mặt phẳng (MNQ) .

» **Câu 24.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Khi đó đoạn thẳng G_1G_2 song song với bao nhiêu mặt của tứ diện $ABCD$.



Lời giải

✓ **Trả lời: 2**



Gọi M trung điểm CD .

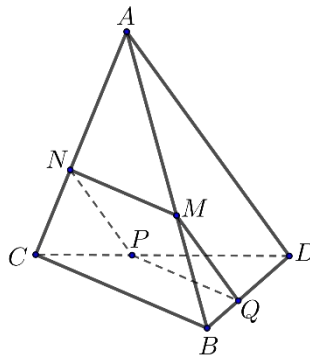
$$\text{Xét tam giác } ABM \text{ có } \begin{cases} \frac{MG_2}{AM} = \frac{1}{3} \\ \frac{MG_1}{BM} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G_1G_2 // AB$$

$$\text{Mà } \begin{cases} AB \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_2 // (ABC) \\ AB \subset (ABD) \Rightarrow G_1G_2 // (ABD) \end{cases}$$

» **Câu 25.** Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M là trung điểm AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB . Biết khi $AD = kBC$ thì $MNPQ$ là hình thoi. Hãy xác định giá trị của $k, (k \in \mathbb{I}, k > 0)$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 1**



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (MNPQ) \cap (ABC) = MN \\ BC // (MNPQ) \end{cases} \Rightarrow MN // BC$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (MNPQ) \cap (BCD) = PQ \\ BC // (MNPQ) \end{cases} \Rightarrow BC // PQ$$

Vậy $MN // PQ$.

Chứng minh tương tự ta có: $NP // MQ$.

Vậy $MNPQ$ là hình bình hành.

Để hình bình hành $MNPQ$ là hình thoi thì ta cần $MQ = PQ$.

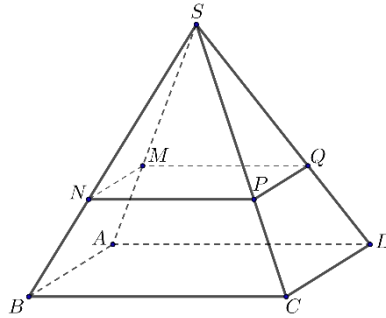


Để $MQ = PQ \Rightarrow \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AD = 1.BC$

» **Câu 26.** Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (a) đi qua M song song với AB và CD , cắt hình chóp theo một tứ giác. Hãy xác định diện tích của tứ giác đó (làm tròn tới hàng phần trăm).

Lời giải

✓ **Trả lời: 44,44**



Ta có $\begin{cases} AB // (a) \\ CD // (a) \end{cases}$

Giả sử (a) cắt các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ lần lượt tại các điểm N, P, Q với $N \in SB, P \in SC, Q \in SD$ suy ra $(a) \equiv (MNPQ)$.

Ta có: $\begin{cases} (MNPQ) \cap (SAB) = MN \\ AB // (MNPQ) \end{cases} \Rightarrow MN // AB \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$.

Tương tự, ta có được $\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}$ và $MNPQ$ là hình vuông.

Suy ra $S_{MNPQ} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABCD} = \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{4}{9} \cdot 10 \cdot 10 = \frac{400}{9} \approx 44,44$