|  |  |
| --- | --- |
| **-** | **ĐỀ THI HSG TOÁN 12 – TP-HCM** **NĂM HỌC 2020 - 2021***Môn: Toán* |
| **HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC** | *Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)* |
|  |

**Câu 1: (4 điểm)**

Giải phương trình .

**Câu 2: (4 điểm)**

Cho hàm số  và hai số thực   thỏa mãn điều kiện

; . Tính 

**Câu 3: (4 điểm)**

Cho hàm số  có đồ thị . Xét điểm  di chuyển trên  và có hoành độ . Tiếp tuyến của  ở  cắt tại hai điểm  phân biệt và khác . Tìm giá trị lớn nhất của tung độ trung điểm  của đoạn thẳng .

**Câu 4: (5 điểm)**

Cho hình lăng trụ tam giác  có đáy  là tam giác vuông cân ở  với  và hình chiếu của  lên mặt phẳng  trùng với trung điểm . Biết rằng diện tích của tứ giác  bằng .

 **a)** Tính theo  thể tích của hình lăng trụ đã cho.

 **b)** Tính theo  thể tích của hình trụ nhỏ nhất có hai đáy lần lượt nằm trên hai mặt phẳng ,  và chứa toàn bộ bằng trụ đã cho bên trong.

**Câu 5: (3 điểm)**

Cho các số thực  thỏa mãn  và  .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  .

***------------------------HẾT------------------------***

|  |  |
| --- | --- |
|  | **HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI ĐỀ THI HSG TOÁN 12 – TP -HCM - NĂM HỌC 2020-2021** |
| **HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC** | *Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)* |
|  |

**Câu 1: (4 điểm)**

Giải phương trình .

**Lời giải**

⬩ ĐK: 

⬩ Ta có:





Đặt 

⬩ Tập xác định .



 đồng biến trên .

Suy ra phương trình có tối đa một nghiệm, mà .

⬩ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất .

**Câu 2: (4 điểm)**

Cho hàm số  và hai số thực   thỏa mãn điều kiện

; . Tính 

**Lời giải**

⬩ Xét hai số  và đặt  với . Ta có



⬩ Vì  nên 

⬩ Do đó ta luôn có  và đẳng thức xảy ra khi 

⬩ Mà 

⬩ Lại cósuy ra 

Vậy .

**Câu 3: (4 điểm)**

Cho hàm số  có đồ thị . Xét điểm  di chuyển trên  và có hoành độ . Tiếp tuyến của  ở  cắt tại hai điểm  phân biệt và khác . Tìm giá trị lớn nhất của tung độ trung điểm  của đoạn thẳng .

**Lời giải**

⬩Ta có:.

.

Phương trình tiếp tuyến của  tại  là: .



⬩Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và:







⬩ Ta có:.

⬩ Đồng thời: .

Với , phương trình  luôn có hai nghiệm phân biệt  khác .

⬩ Khi đó, giả sử .

⬩ Theo Vi – et: .

⬩ Tung độ trung điểm  của đoạn thẳng  là









.

Có .

⬩ Bảng biến thiên



⬩ Vậy .

**Câu 4: (5 điểm)**

Cho hình lăng trụ tam giác  có đáy  là tam giác vuông cân ở  với  và hình chiếu của  lên mặt phẳng  trùng với trung điểm . Biết rằng diện tích của tứ giác  bằng .

 **a)** Tính theo  thể tích của hình lăng trụ đã cho.

 **b)** Tính theo  thể tích của hình trụ nhỏ nhất có hai đáy lần lượt nằm trên hai mặt phẳng ,  và chứa toàn bộ bằng trụ đã cho bên trong.

**Lời giải**

****

1. Tính theo  thể tích của hình lăng trụ đã cho.

⬩ Gọi  là trung điểm  

⬩ Suy ra  là hình chiếu của  lên mặt phẳng .



Mà  ( là tam giác vuông cân ở )



 nên  là hình chữ nhật.

⬩ Diện tích của hình chữ nhật  bằng .



.

⬩ Ta có:   vuông tại .



⬩  là tam giác vuông cân ở  với 

.

⬩ Thể tích của lăng trụ là:

⬩ .

1. Tính theo  thể tích của hình trụ nhỏ nhất có hai đáy lần lượt nằm trên hai mặt phẳng ,  và chứa toàn bộ bằng trụ đã cho bên trong



⬩Gọi  là hình chiếu của  lên mặt phẳng  suy ra .

⬩ Gọi  là trung điểm  ;

\* Hình trụ nhỏ nhất có hai đáy lần lượt nằm trên hai mặt phẳng ,  và chứa toàn bộ bằng trụ đã cho bên trong khi và chỉ khi mặt đáy là hình tròn đi qua tam giác .

⬩ Gọi  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

⬩ Đặt .

.

⬩ Diện tích đường tròn đáy là: .

⬩ Thể tích của hình trụ là: .

**Câu 5: (3 điểm)**

Cho các số thực  thỏa mãn  và  .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  .

**Lời giải**

⬩ Đặt .

⬩ **Nhận xét:**

Vì  suy ra  (1).

 (2).

Vì  suy ra  (3).

 (4).

⬩ Ta có: .

⬩ Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho bộ ba số dương  ta có:

 (theo nhận xét (2)) .

⬩ Mặt khác theo (3): .

Suy ra: .

⬩ Vậy.

⬩ Dấu  xảy ra khi .

⬩ Suy ra .

***------------------------HẾT------------------------***