

BÀI 3**PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU****1. Định nghĩa mặt cầu**

Cho điểm I và số dương R . Mặt cầu tâm I bán kính R là tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách điểm I một khoảng R .



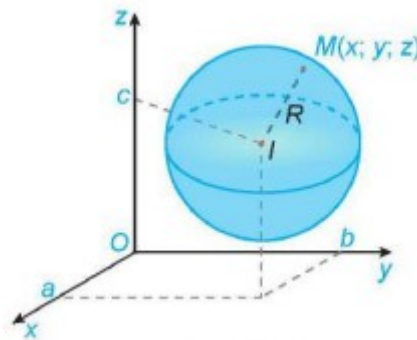
Nhận xét: Cho mặt cầu tâm $S(I; R)$

- Nếu $IM = R$ thì M nằm trên mặt cầu.
- Nếu $IM < R$ thì M nằm trong mặt cầu.
- Nếu $IM > R$ thì M nằm ngoài mặt cầu.

2. Phương trình của mặt cầu

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có phương trình là:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$



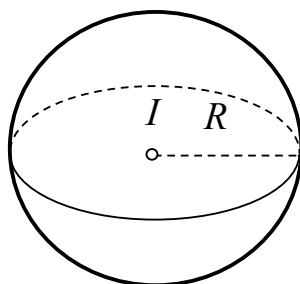
Nhận xét: Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

CHỦ ĐỀ 1

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN MẶT CẦU LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU DẠNG CƠ BẢN

DẠNG 1

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN MẶT CẦU



• Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ thì mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và có bán kính R .

• Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì để xác định tọa độ tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R ta thực hiện như sau:

$$\begin{cases} -2a = \dots \\ -2b = \dots \\ -2c = \dots \end{cases}$$

+ Xác định tọa độ tâm I :

+ Xác định bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Chú ý:

• Có thể xác định tọa độ tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R của phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ bằng cách nhóm nhân tử để đưa về dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

• Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện: Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng 1 và $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

- Nếu $IM = R$ thì M nằm trên mặt cầu.
- Nếu $IM < R$ thì M nằm trong mặt cầu.
- Nếu $IM > R$ thì M nằm ngoài mặt cầu.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM < R$. B. $OM = R$. C. $OM > R$. D. $OM \leq R$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. 12. C. $2\sqrt{6}$. D. 3.

Câu 3. Mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có bán kính bằng:

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $\sqrt{\frac{13}{3}}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 81. C. 9. D. 6.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 16$. Bán kính của (S) là:

- A. 32 B. 8 C. 4 D. 16

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là:

- A. $(-2; -4; 6)$. B. $(2; 4; -6)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 1$. B. $R = 7$. C. $R = \sqrt{151}$. D. $R = \sqrt{99}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(-1; 2; -3); R = 2$. B. $I(-1; 2; -3); R = 4$. C. $I(1; -2; 3); R = 2$. D. $I(1; -2; 3); R = 4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R=2$?

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$

Câu 12. Cho các phương trình sau:

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1;$$

$$x^2 + (2y-1)^2 + z^2 = 4;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0;$$

$$(2x+1)^2 + (2y-1)^2 + 4z^2 = 16.$$

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi I là tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. Độ dài $|OI|$ bằng:

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình mặt cầu?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 6.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

A. 4

B. 6

C. 5

D. 7

Câu 16. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my + 3m^2 - 2m = 0$ với m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ có tâm I và bán kính R . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(0;0;2)$.

B. Bán kính mặt cầu (S) là $R=9$.

C. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(0;0;-2)$.

D. Bán kính mặt cầu (S) là $R=3$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ có tâm I và bán kính R . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(-1;0;3)$ nằm trong mặt cầu (S) , với $M(-1;0;3)$.

B. Bán kính mặt cầu (S) là $R=4$.

C. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(-3;0;2)$.

D. Bán kính mặt cầu (S) là $R=16$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(2;0;2)$ thuộc mặt cầu (S) .

B. Bán kính mặt cầu (S) là $R=2\sqrt{2}$.

C. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(0;-2;2)$.

D. Bán kính mặt cầu (S) là $R=8$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Bán kính mặt cầu (S) là 20 .

B. Bán kính mặt cầu (S) là $2\sqrt{5}$.

C. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(-1;2;-4)$.

D. Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(1;-2;4)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

$$(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0 \quad (S_2): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - z = 0$$

$$(S_3): 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0 \quad (S_4): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 10 = 0$$

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. (S_1) là phương trình của một mặt cầu.

B. (S_2) là phương trình của một mặt cầu.

C. (S_3) không phải là phương trình của một mặt cầu.

D. (S_4) không phải là phương trình của một mặt cầu.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

$$(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0 \quad (S_2): x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0 \quad (S_3): 2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1$$

$$(S_4): (x + y)^2 = 2xy - z^2 - 1$$

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. (S_1) là phương trình của một mặt cầu.

B. (S_2) là phương trình của một mặt cầu.

C. (S_3) là phương trình của một mặt cầu.

D. (S_4) không phải là phương trình của một mặt cầu.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

$$(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0 \quad (S_2): 2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1 \quad (S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 1 = 0$$

$$(S_4): (x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x$$

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. (S_1) là phương trình của một mặt cầu.

B. (S_2) là phương trình của một mặt cầu.

C. (S_3) là phương trình của một mặt cầu.

D. (S_4) là phương trình của một mặt cầu.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các phương trình sau:

$$(S_1): (x - 1)^2 + (2y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6 \quad (S_2): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6$$

$$(S_3): (2x - 1)^2 + (2y - 1)^2 + (2z + 1)^2 = 6$$

$$(S_4): (x + y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x$$

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. (S_1) không phải là phương trình của một mặt cầu.

B. (S_2) không phải là phương trình của một mặt cầu.

C. (S_3) không phải là phương trình của một mặt cầu.

D. (S_4) không phải là phương trình của một mặt cầu.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. Với $-5 < m < 1$ thì (S) là phương trình của một mặt cầu.
 B. Với $m < -5$ thì (S) là phương trình của một mặt cầu.
 C. Với $m > 1$ thì (S) là phương trình của một mặt cầu.
D. Với $m < -5$ hoặc $m > 1$ thì (S) là phương trình của một mặt cầu.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm của mặt cầu (S) .

Trả lời:

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.

Trả lời:

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2(m+1)z + 2m^2 + 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.

Trả lời:

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$ không phải là phương trình mặt cầu.

Trả lời:

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(3-m)x - 2(m+1)y - 2mz + 2m^2 + 7 = 0$ không phải là phương trình mặt cầu.

Trả lời:

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2(m-3)z + 19 - 2m = 0$. Tìm tập hợp tâm của mặt cầu (S) khi giá m trị thay đổi.

Trả lời:

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm mặt cầu $A(1;2;1), B(3;1;-2)$. Tìm tập hợp điểm $M(x;y;z)$ sao cho thỏa mãn: $MA^2 + MB^2 = 30$.

Trả lời:

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm mặt cầu $A(1;2;1), B(3;1;-2)$. Tìm tập hợp điểm $M(x;y;z)$ sao cho thỏa mãn: $\frac{MA}{MB} = 2$.

Trả lời:

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm mặt cầu $A(-1;2;0), B(0;1;-2)$. Tìm tập hợp điểm $M(x;y;z)$ sao cho thỏa mãn: $MA = MB$.

Trả lời:

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm mặt cầu $A(-1;0;1), B(1;-1;2)$. Tìm tập hợp điểm $M(x;y;z)$ sao cho thỏa mãn: $\angle AMB = 90^\circ$.

Trả lời:

DẠNG 2

LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU DẠNG CƠ BẢN

- Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và có bán kính R có phương trình $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.
- Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$. B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.
C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$.

Câu 39. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;3;4)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A có phương trình là:

- A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 3$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 45$. D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5), N(-1;6;-3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 43. Cho hai điểm A, B cố định trong không gian có độ dài AB là 4. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian sao cho $MA = 3MB$ là một mặt cầu. Bán kính mặt cầu đó bằng

- A. 3 . B. $\frac{9}{2}$. C. 1 . D. $\frac{3}{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) qua bốn điểm $A(3;3;0), B(3;0;3), C(0;3;3), D(3;3;3)$. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$.

C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$

D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$. Cho tứ diện đều $ABCD$ có $A(0;1;2)$ và hình chiếu vuông góc của A t rên mặt phẳng (BCD) là $H(4;-3;-2)$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $I(3;-2;-1)$

B. $I(2;-1;0)$

C. $I(3;-2;1)$

D. $I(-3;-2;1)$

Câu 46. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(-6;-12;18)$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

A. $(9;18;-27)$

B. $(-3;-6;9)$

C. $(3;6;-9)$

D. $(-9;-18;27)$

Câu 47. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - \cos \alpha)^2 + (y - \cos \beta)^2 + (z - \cos \gamma)^2 = 4$ với α, β và γ lần lượt là ba góc tạo bởi tia Ot bất kì với 3 tia Ox, Oy và Oz . Biết rằng mặt cầu (S) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu cố định. Tổng diện tích của hai mặt cầu cố định đó bằng

A. 40π

B. 4π

C. 20π

D. 36π

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 1; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Một mặt cầu (S') có tâm $I'(9; 1; 6)$ và tiếp xúc ngoài với mặt cầu (S) . Phương trình mặt cầu (S') là

A. $(x-9)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 64$

B. $(x-9)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 144$

C. $(x-9)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 36$

D. $(x+9)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 25$

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 81$

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Phương trình của mặt cầu (S) là: $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$

B. Phương trình của mặt cầu (S) là: $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$

C. Phương trình của mặt cầu (S) là: $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$

D. Phương trình của mặt cầu (S) là: $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$
- B. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$
- C. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$
- D. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;-3)$; $B(0;3;-1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$
- B. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$
- C. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là: $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$
- D. Phương trình của mặt cầu có tâm là trung điểm AB và đi qua hai điểm A, B là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$

Câu 58. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. Mặt cầu (S) có tọa độ tâm là $(1;-1;1)$.
- B. Mặt cầu (S) có tọa độ tâm là $(0;1;1)$.
- C. Bán kính R của mặt cầu (S) là $R=6$.
- D. Bán kính R của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{6}$.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. Tọa độ tâm (I) của mặt cầu (S) là $(2;-1;0)$.
- B. Tọa độ tâm (I) của mặt cầu (S) là $(-2;1;0)$.
- C. Bán kính R của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{26}$.
- D. Bán kính R của mặt cầu (S) là $R=26$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- A. Tọa độ tâm (I) của mặt cầu (S) là $I(4;0;0)$..

B. Bán kính R của mặt cầu (S) là $R = 14$.

C. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$..

D. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; -1; 4)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt cầu (S) có phương trình $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 16$.

B. Mặt cầu (S) có phương trình $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

C. Mặt cầu (S) có phương trình $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 + (z + 3)^2 = 36$.

D. Mặt cầu (S) có phương trình $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 49$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -2)$ và bán kính bằng 3. Lập phương trình của (S) .

Trả lời:

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

Trả lời:

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; -1; 3)$. Lập phương trình mặt cầu có đường kính AB .

Trả lời:

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Trả lời:

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu đi qua điểm $A(1; -1; 4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P = a - b + c$.

Trả lời:

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, tìm giá trị dương của m sao cho mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với mặt cầu $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = m^2 + 1$.

Trả lời:

Câu 68. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính đường kính của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

Trả lời:

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua điểm $D(0; 1; 2)$ và tiếp xúc với các trục Ox , Oy , Oz tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$. Tính bán kính của (S) .

Trả lời:

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $B(0; 2; 0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tập hợp các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π .

Trả lời:

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hình nón (H) có đỉnh $A(3; 2; -2)$ và nhận AI làm trục đối xứng với I là tâm mặt cầu. Một đường sinh của hình nón (H) cắt mặt cầu tại M, N sao cho $AM = 3AN$. Viết phương trình mặt cầu đồng tâm với mặt cầu (S) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (H) .

Trả lời:

Câu 73. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -1; 2)$, $B(2; -3; 0)$, $C(-2; 1; 1)$, $D(0; -1; 3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

Trả lời: